

文章编号: 1000-5862(2013)04-0387-05

函数依赖集在属性子集上投影的新方法

周 莉¹, 王 珏¹, 周 勇²

(1. 华东交通大学软件学院, 江西 南昌 330013;

2. 江西师范大学计算机信息工程学院, 江西 南昌 330022)

摘要: 研究了函数依赖集在属性子集上投影的理论问题. 在此基础上开发了算法, 成功地利用消元法解决了函数依赖集在属性子集上投影的计算问题. 对于数据库模式设计有一定的参考价值.

关键词: 函数依赖; 属性子集; 投影; 消元法

中图分类号: TP 311.131

文献标志码: A

0 引言

将现实世界中非规范化的源关系模式转化为一组科学的、规范化的关系数据库模式^[1]是关系数据库模式设计的核心内容. 已经有较多计算机科学家对该问题进行了大量的研究, 也获得许多研究成果, 为关系数据库模式的规范化奠定了理论基础, 其中最著名的有关系数据库中的分解法^[2]和综合法^[3], 并得到了广泛的推广与应用. 特别是在关系数据库设计规范化方面发挥了非常重要的作用. 然而这 2 个算法对于函数依赖集在属性子集上投影的计算问题至今还没有得到较好的解决. 在对关系模式上的关系进行插入、删除、修改操作时发现难以完全保证数据的一致性, 使得源关系模式在规范化的过程中, 不能达到真正的联接不失真和保持函数依赖.

在传统的理论上计算函数依赖集 F 在属性子集上的投影就需要计算 F 的闭包. 而计算 F 的闭包属于 NP 完全问题. 比如从 $F = \{X \rightarrow A_1, \dots, X \rightarrow A_n\}$ 出发, 至少可以推导出 2^n 个不同的函数依赖. 这就与 F 的大小和属性个数成指数增长. 如果通过计算属性闭包方法去导出 F 在属性子集上投影的算法. 假设属性子集 X 上 m 个属性. 则计算函数依赖集 F 在属性子集 X 上的投影, 也面临着需要进行 2^m 次属性子集闭包的计算. 因此这个问题还有待进一步的研究.

本文利用消元法来解决对函数依赖集在属性子集上投影^[4]的计算问题, 提出了几个定理并给出了具体算法, 对其正确性也进行了有力的证明, 是切实可行的方法和理论. 对于数据库模式设计有一定的参考价值.

1 基础知识

定义 1 设 F 是属性集 U 上的一组函数依赖, $X \subseteq U$, $X_F^+ = \{A \mid X \rightarrow A \text{ 能由 } F \text{ 根据 Armstrong 公理所能导出的所有属性组成的集合}\}$. X_F^+ 称为属性集 X 关于函数依赖集 F 的属性闭包.

根据定义 1, 可以得到求属性集 X 关于函数依赖集 F 的闭包的算法.

算法 1 计算属性集 X 关于函数依赖集 F 的闭包.

(a) 输入: X 和 F , 其中 F 为属性集合 U 上的函数依赖集, $X \subseteq U$;

(b) 输出: X 关于 F 的闭包 X_F^+ ;

(c) 过程:

(i) (初始化) $X^{(0)} = \{X\}$, $j = 0$;

(ii) (赋初值) $X^{(i+1)} = X^{(i)}$, $j = i + 1$;

(iii) (计算) $\forall D \rightarrow Y \in F$ 如果 $D \subseteq X^{(j)}$ 则
 $X^{(j)} = X^{(j)} \cup \{Y\}$;

(iv) (判断) 如果 $X^{(j)} \neq X^{(j-1)}$ 则转 (ii);

收稿日期: 2013-03-11

基金项目: 国家自然科学基金(61165004) 和华东交通大学校立科研基金(12RJ03) 资助项目.

作者简介: 周 莉(1977-), 女, 江西南昌人, 讲师, 硕士, 主要从事数据库技术的研究.

(v) (输出) 输出 $X^{(i)}$ 结果即为 X_F^+ .

定义 2 设关系模式 $R(U, F)$ $Z \subseteq U$, 则函数依赖集 F 在属性子集 Z 上的投影记为

$$\Pi_Z(F) = \{ X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in F^+ \wedge XY \subseteq Z \}.$$

定义 3 给定函数依赖集 F 若满足

(i) F 中任一函数依赖的右部仅含一个属性;

(ii) F 中不存在这样的函数依赖, $\forall X \rightarrow A \in F$, 使得 F 与 $F - \{X \rightarrow A\}$ 不等价;

(iii) F 中不存在这样的函数依赖, $X \rightarrow A \in F$, $\forall Z \in X$, 使得 $(F - \{X \rightarrow A\}) \cup \{(X - Z) \rightarrow A\} \not\models F$, 则称 F 为函数依赖极小覆盖集.

2 X^+ 的驱动序列及其性质

定义 4 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖极小覆盖集, $X \subseteq U$, 计算 X_F^+ 所引用的 F 中函数依赖按照引用的先后次序组成的序列^[5] $\{X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \dots, X_k \rightarrow A_k\}$ 称为 X_F^+ 的驱动序列^[6] (drive use sequence), 记为 $\text{dus}(X_F^+)$, 在不引起混淆情况下, 简记为 $\text{dus}(X^+)$.

定理 1 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖极小覆盖集, $X \subseteq U$, $\text{dus}(X_F^+) = \{X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \dots, X_k \rightarrow A_k\}$ 则必有

(i) $\text{dus}(X_F^+) \subseteq F$;

(ii) $X_1 \subseteq X$;

(iii) $X_i \subseteq XA_1A_2 \dots A_{i-1}$ $i=2, 3, \dots, k$;

(iv) $A_i \neq A_j$ $i, j=1, 2, 3, \dots, k$ 且 $i \neq j$;

(v) $A_i \notin X$ $i=1, 2, 3, \dots, k$.

该定理正确性证明可以直接从算法 1 和定义 4 导出.

推论 1 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖极小覆盖集^[7], $X \subseteq U$, $X_F^+ - X \neq \emptyset$, 则必存在 $Y \rightarrow B \in F$ 有 $Y \subseteq X$.

定理 2 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖极小覆盖集 $Z \subseteq U$, $\forall Y \rightarrow B \in F$ 有 $Y - Z \neq \emptyset$, 则必有 $\Pi_Z(F) = \emptyset$.

证 (反证法) 若 $\Pi_Z(F) \neq \emptyset$, 则存在 $XA \subseteq Z$, $A \notin X$, $X \rightarrow A \in F^+$, 即 $A \in X_F^+$, $X_F^+ - X \neq \emptyset$. 根据推论 1 在 F 中存在函数依赖 $Y \rightarrow B \in F$, $Y \subseteq X$ 且 $B \notin X$, 推出 $Y \subseteq Z$, 矛盾于已知条件. 证毕.

定理 3 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖

极小覆盖集 $Z \subseteq U$, 若存在 $X \rightarrow A \in F$, 且 $XA \subseteq Z$, 则必有 $\Pi_Z(F) = \{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$.

证 由于 $X \rightarrow A \in F$, $F - \{X \rightarrow A\} \subseteq F$, 显然有 $\Pi_Z(\{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F)$, $\Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F)$, 得出 $\Pi_Z(\{X \rightarrow A\}) \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F)$. 因为 $\Pi_Z(\{X \rightarrow A\}) = \{X \rightarrow A\}$, 其中 $XA \subseteq Z$, 所以 $\{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F)$.

下面证明 $\Pi_Z(F) \subseteq (\{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}))^+$, $\forall Y \rightarrow B \in \Pi_Z(F)$, 有 $YB \subseteq Z$. 若 $\{Y \rightarrow B\} = \{X \rightarrow A\}$ 或 $\{Y \rightarrow B\} \in \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$ 有 $\{Y \rightarrow B\} \in (\{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}))^+$, 否则有 $\{Y \rightarrow B\} \neq \{X \rightarrow A\}$ 且 $\{Y \rightarrow B\} \notin \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$, 说明 $X \rightarrow A \in \text{dus}(Y_F^+)$, 有 $Y \rightarrow X \in F^+$, $YA \rightarrow B \in F^+$. 在计算 $Y \rightarrow X$ 和 $YA \rightarrow B$ 的驱动序列中没有使用 $X \rightarrow A$, 从而有 $Y \rightarrow X \in (F - \{X \rightarrow A\})^+$,

$$YA \rightarrow B \in (F - \{X \rightarrow A\})^+.$$

由于 $YX \subseteq Z$, 有 $Y \rightarrow X \in \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$.

由于 $YAB \subseteq Z$, 有 $YA \rightarrow B \in \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$, $\{Y \rightarrow X, X \rightarrow A, YA \rightarrow B\} \subseteq \{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$.

因为 $Y \rightarrow B \in (\{Y \rightarrow X, X \rightarrow A, YA \rightarrow B\})^+$,

所以 $Y \rightarrow B \in (\{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}))^+$.

因此, 有 $\Pi_Z(F) = \{X \rightarrow A\} \cup \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\})$. 证毕.

3 消元法计算 $\Pi_Z(F)$

定理 4 给定关系模式 $R(U, F)$ F 为函数依赖极小覆盖集, $\forall N \rightarrow B \in \text{dus}(X_F^+)$, $\forall A \in (N - X)$, 则必存在

$$M \rightarrow A \in \text{dus}(X_F^+).$$

证 根据计算 X_F^+ 有驱动序列, 不妨令 $\text{dus}(X_F^+) = \{X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \dots, X_n \rightarrow A_n\} \subseteq F$, 根据定理 1 有如下结果:

$$X_1 \subseteq X; \quad (1)$$

$$X_i \subseteq XA_1A_2 \dots A_{i-1} \quad i=2, 3, \dots, n; \quad (2)$$

$$A_i \notin X \quad i=1, 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

由 (1) 式和 (2) 式可推出

$$X_1X_2 \dots X_i \subseteq XA_1A_2 \dots A_{i-1} \quad i=2, 3, \dots, n; \quad (4)$$

由 (3) 式和 (4) 式可推出

$$X_1 X_2 \cdots X_i - X \subseteq A_1 A_2 \cdots A_{i-1} \quad i=2, 3, \cdots, n. \quad (5)$$

因此, $\forall N \rightarrow B \in \text{dus}(X_F^+)$, 不妨令 $N = X_j, B = A_j$, 根据(5)式有 $X_1 X_2 \cdots X_j - X \subseteq A_1 A_2 \cdots A_{j-1}$.

因为 $X_j \subseteq X_1 X_2 \cdots X_j$, 所以 $X_j - X \subseteq X_1 X_2 \cdots X_j - X \subseteq A_1 A_2 \cdots A_{j-1}$, $N - X \subseteq A_1 A_2 \cdots A_{j-1}$. 因此, $\forall A \in (N - X)$ 有 $A \in A_1 A_2 \cdots A_{j-1}$. 即存在 $k, 1 \leq k \leq j-1$ 满足 $A_k = A$, 对应地有 $M = X_k$, 满足 $X_k \rightarrow A_k \in \text{dus}(X_F^+)$, 即 $M \rightarrow A \in \text{dus}(X_F^+)$. 证毕.

定理5 给定关系模式 $R(U, F)$, F 为函数依赖极小覆盖集, $Z \subseteq U$, 若存在 $X \rightarrow A \in F$, 且 $X - Z$ 中存在仅在左部出现的属性, 即 $U_{\text{ol}}(F) \cap (X - Z) \neq \emptyset$, 则有

$$\Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}) \equiv \Pi_Z(F).$$

证 因为 $(F - \{X \rightarrow A\}) \subseteq F$, 所以有

$$\Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F). \quad (6)$$

$\forall K \rightarrow M \in \Pi_Z(F)$, 有 $KM \subseteq Z$ 和 $\text{dus}(K_F^+) \subseteq F$, 令 $D = \text{dus}(X_F^+) = \{X_1 \rightarrow A_1, X_2 \rightarrow A_2, \cdots, X_n \rightarrow A_n\}$, 有 $K \rightarrow M \in \Pi_Z(D)$, $X_1 \subseteq K$.

因为 $X_i \subseteq KA_1 A_2 \cdots A_{i-1}, i=2, 3, \cdots, n, A_i \notin K, i=1, 2, 3, \cdots, n$, 所以

$$X_i - K \subseteq A_1 A_2 \cdots A_{i-1} \quad i=2, 3, \cdots, n.$$

因为 $A_i \notin U_{\text{ol}}(F), i=1, 2, 3, \cdots, n$, 所以

$$U_{\text{ol}}(F) \cap (X_i - K) = \emptyset \quad i=1, 2, 3, \cdots, n.$$

因为 $K \subseteq Z$, 所以 $(X - Z) \subseteq (X - K)$.

已知 $U_{\text{ol}}(F) \cap (X - Z) \neq \emptyset$, 所以 $U_{\text{ol}}(F) \cap (X - K) \neq \emptyset$, 有 $X_i \neq X, i=1, 2, 3, \cdots, n$, 说明 $X \rightarrow A \notin D$, 即 $D \subseteq F - \{X \rightarrow A\}$, 得到

$$\begin{cases} \Pi_Z(D) \subseteq \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}), \\ K \rightarrow M \in \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}), \\ \Pi_Z(F) \subseteq \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}). \end{cases} \quad (7)$$

根据(6)式和(7)式有

$$\Pi_Z(F) \equiv \Pi_Z(F - \{X \rightarrow A\}).$$

证毕.

定理6 给定关系模式 $R(U, F)$, F 为函数依赖极小覆盖集, $Z \subseteq U$, 若存在 $X \rightarrow A \in F, X \subseteq Z, A \notin Z$, 执行操作:

$$(i) D := F;$$

$$(ii) \forall Y \rightarrow B \in F, \text{若 } A \in Y \text{ 则}$$

$$D := D \cup ((Y - A) \cup X \rightarrow B),$$

则有

$$\Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}) \equiv \Pi_Z(F).$$

证 D 是在 F 基础上添加部分函数依赖而成, 所以有

$$F \subseteq D. \quad (8)$$

若在 D 中存在不属于 F 的函数依赖^[8], 则有

$((Y - A) \cup X) \rightarrow B \in D$ 且 $((Y - A) \cup X) \rightarrow B \notin F$ 且满足 $Y \rightarrow B \in F, X \rightarrow A \in F, A \in Y$.

因为 $X \rightarrow A \in F$, 所以有 $((Y - A) \cup X) \rightarrow A \in F^+, ((Y - A) \cup X) \rightarrow (A \cup (Y - A) \cup X) \in F^+$.

由于 $Y \subseteq (A \cup (Y - A) \cup X), Y \rightarrow B \in F$, 即有 $((Y - A) \cup X) \rightarrow B \in F^+$, 因此

$$D \subseteq F^+. \quad (9)$$

根据(8)式和(9)式有 $D \equiv F$, 即 $\Pi_Z(D) \equiv \Pi_Z(F), D - \{X \rightarrow A\} \subseteq D$, 有 $\Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(D)$, 得到

$$\Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}) \subseteq \Pi_Z(F). \quad (10)$$

下面要证 $\Pi_Z(F) \subseteq \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\})$. 为了描述方便, 假设 $\Pi_Z(F)$ 中每一个函数依赖右部均为单属性^[9].

$\forall M \rightarrow B \in \Pi_Z(F)$, 令 $S = \text{dus}(M_F^+) = \{X_1 \rightarrow Y_1, X_2 \rightarrow Y_2, \cdots, X_n \rightarrow Y_n\} \subseteq F \subseteq D$, 有

$$(i) Y_n = B \text{ 且 } Y_n \in Z, X_1 \subseteq M \subseteq Z;$$

$$(ii) X_i \subseteq MY_1 Y_2 \cdots Y_i, i=2, 3, \cdots, n;$$

$$(iii) Y_k \neq Y_c, k, c=1, 2, 3, \cdots, n, k \neq c;$$

得到 $M \rightarrow B \in \Pi_Z(S)$.

若 $X \rightarrow A \notin S$, 显然有 $S \subseteq D - \{X \rightarrow A\}$, 从而导出 $M \rightarrow B \in \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\})$; 若 $X \rightarrow A \in S$, 不妨令 $(X_j \rightarrow Y_j) = (X \rightarrow A), j \leq n$, 由于 $A \notin Z$, 有 $A \neq Y_n$, 即 $(X \rightarrow A) \neq (X_n \rightarrow Y_n)$, 即 $j < n$. 对 S 进行如下3步操作:

$$(i) S_1 := S;$$

$$(ii) \forall X_i \rightarrow Y_i \in S, \text{若 } A \in X_i \text{ 则}$$

$$S_1 := (S_1 - \{X_i \rightarrow Y_i\}) \cup (((X_i - A) \cup X) \rightarrow Y_i);$$

$$(iii) S_1 := (S_1 - \{X_j \rightarrow Y_j\}) \cup (X_j \rightarrow \emptyset).$$

经过上述3步操作后所得的 S_1 具有 $S_1 \subseteq ((D - \{X \rightarrow A\}) \cup (X_j \rightarrow \emptyset))$, 且 S_1 符合下面的与 S 的对应关系:

$$\text{令 } S_1 = \{X_1' \rightarrow Y_1', X_2' \rightarrow Y_2', \cdots, X_n' \rightarrow Y_n'\},$$

则有

$$X_i' = \begin{cases} X_i - A \notin X_i, \\ ((X_i - A) \cup X - A) \in X_i, \end{cases}$$

$$Y_i' = \begin{cases} Y_i - X_i' \neq X, \\ \emptyset, X_i' = X, \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$\forall X_i' \rightarrow Y_i' \in S_1$ 且 $X_i' \rightarrow Y_i' \notin S$ 的函数依赖:

(i) 若 $Y_i' = \emptyset$, 即 $X_i' = X$ 显然 $X_i' \rightarrow \emptyset \in S^+$;

(ii) 若 $Y_i' \neq \emptyset$, 则有 $X_i' \rightarrow Y_i' \in S, A \in X_i', X \rightarrow A \in S$,

有

$X_i' = ((X_i - A) \cup X), Y_i' = Y_i, ((X_i - A) \cup X) \rightarrow (A \cup (X_i - A)) \in S^+, (X \cup (X_i - A)) \rightarrow X_i \in S^+$, 得 $(X \cup (X_i - A)) \rightarrow Y_i \in S^+$, 即也有 $X_i' \rightarrow Y_i' \in S^+$. 因此 $S_1 \subseteq S^+$.

下面用归纳法证明 S_1 中函数依赖序列满足

(i) $X_1' \subseteq M$;

(ii) $X_i' \subseteq MY_1 Y_2' \dots Y_{i-1}' \quad i = 2, 3, \dots, n$.

由于 X_1 中不含有 A , 所以 $X_1' = X_1$, 有 $X_1' \subseteq M \subseteq Z$. 由于 $X_2 \subseteq MY_1$, 若 $X_2' \neq X_2$, 则有 $X_2' = (X_2 - A) \cup X$. 由于 $X \subseteq M$ 和 $(X_2 - A) \subseteq MY_1$, 从而有 $(X_2 - A) \cup X \subseteq MY_1$, 即 $X_2' \subseteq MY_1$; 若 $X_2' = X_2$, 显然 $X_2' \subseteq MY_1$.

若 $X_1 \neq X$, 此时有 $Y_1' = Y_1$, 有 $X_2' \subseteq MY_1$; 若 $X_1 = X$, 有 $Y_1 = A, (X_2' - A) \subseteq (MY_1 - A)$. 由于 $X \rightarrow A \in F$, 且 F 为函数依赖极小覆盖集, 从而有 $A \notin X$, 同时 $A \notin (X_2 - A)$, 所以 $A \notin ((X_2 - A) \cup X)$, 即 $A \notin X_2'$, 得 $X_2' - A = X_2'$. 由于 $Y_1 \notin M, A \notin M$, 有 $MY_1 - A = M(Y_1 - A)$, 此时 $X_1' = X_1 = X, Y_1' = \emptyset = Y_1 - A$, 也有 $X_2' \subseteq MY_1$.

设当 $i = k$ 时 $X_k' \subseteq MY_1 Y_2' \dots Y_{k-1}'$ 成立.

当 $i = k + 1$ 时, 根据 S 中函数依赖性质^[10] 有 $X_{k+1} \subseteq MY_1 Y_2 \dots Y_k$ 成立.

若 $X_{k+1}' = X_{k+1}$, 显然有 $X_{k+1}' \subseteq MY_1 Y_2 \dots Y_k$; 若 $X_{k+1}' \neq X_{k+1}$, 则有 $X_{k+1}' = (X_{k+1} - A) \cup X$. 由于 $X \subseteq M, (X_{k+1} - A) \subseteq MY_1 Y_2 \dots Y_k$, 有 $(X_{k+1} - A) \cup X \subseteq MY_1 Y_2 \dots Y_k$, 也有

$$X_{k+1}' \subseteq MY_1 Y_2 \dots Y_k.$$

若存在 $Y_j = A, 1 \leq j \leq k$, 这说明 $X_j = X$, 有 $Y_1' = Y_1, Y_2' = Y_2, \dots, Y_{j-1}' = Y_{j-1}, Y_j' = \emptyset, Y_{j+1}' = Y_{j+1}, Y_k' = Y_k, (X_{k+1}' - A) \subseteq (MY_1 Y_2 \dots Y_k - A)$. 同理 $A \notin X_{k+1}'$, 即 $X_{k+1}' - A = X_{k+1}', Y_c \neq Y_l, c \neq l, 1 \leq c, l \leq k, c \neq$

$l, Y_l \notin M, l = 1, 2, \dots, n$. 所以仅有 $Y_j = A$, 即

$$MY_1 Y_2 \dots Y_k - A = MY_1 Y_2 \dots Y_{j-1} (Y_j - A) Y_{j+1} \dots Y_k,$$

且 $Y_j' = Y_j - A = \emptyset$, 得到 $X_{k+1}' \subseteq MY_1 Y_2' \dots Y_k'$;

若 $Y_j \neq A, j = 1, 2, \dots, k$, 说明 $Y_j' = Y_j, j = 1, 2, \dots, k$, 显然

$$X_{k+1}' \subseteq MY_1 Y_2' \dots Y_k'.$$

由于 $Y_n = B \neq A$, 即 $Y_n' = B$, 因此

$$M \rightarrow B \in \Pi_Z(S_1).$$

由于 $S_1 \subseteq (D - \{X \rightarrow A\}) \cup \{X \rightarrow \emptyset\}$, 同时 $X \rightarrow \emptyset$ 是平凡函数依赖(右部为空集). 添加 $X \rightarrow \emptyset$ 到 S_1 中的目的只是在证明过程中, 使得 S 与 S_1 中函数依赖存在一一对应关系, 描述比较规范, 现在完全可以从 S_1 中删除掉, 有

$$\Pi_Z(S_1) \subseteq \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}),$$

$$M \rightarrow B \in \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}),$$

由此得到

$$\Pi_Z(F) \subseteq \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}). \quad (11)$$

根据(3)式和(11)式, 有

$$\Pi_Z(F) = \Pi_Z(D - \{X \rightarrow A\}).$$

证毕.

算法2 消元法计算函数依赖集 F 在属性子集 Z 上投影算法.

(a) 输入: 关系模式 $R(U, F)$, U 为属性集, F 为函数依赖极小覆盖集, $Z \subseteq U$;

(b) 输出: $\Pi_Z(F)$ 函数依赖集;

(c) 过程:

(i) (初始化) $D := \emptyset$;

(ii) (选取) $\forall X \rightarrow A \in F$, 若 $XA \subseteq Z$, 则

$$D := D \cup \{X \rightarrow A\}; F := F - \{X \rightarrow A\};$$

(iii) (计算仅在左部属性) $E := U_{ol}(F)$;

(iv) (消去函数依赖) $\forall X \rightarrow A \in F$, 若 $(X - Z) \cap E \neq \emptyset$, 则 $F := F - \{X \rightarrow A\}$;

(v) (设结束标志) $kend := 0$;

(vi) (消去左部属性) $\forall X \rightarrow A \in F$, 若 $X \subseteq Z \wedge A \notin Z$, 则 $F := F - \{X \rightarrow A\}; kend := 1$;

$$\forall N \rightarrow B \in F, \text{若 } A \in N, \text{则 } F := F \cup ((N - A) \cup X \rightarrow B);$$

(vii) (结束吗) 若 $kend = 1$, 则转(ii), 否则输出 D 并结束.

证 算法2的第2步的正确性将由定理3得到

保证; 算法2的第4步的正确性将由定理5得到保证; 算法2的第6步的正确性将由定理6得到保证; 算法2的正常结束将由定理2得到保证. 因此本算法是正确的.

4 结束语

假设 F 共有 m 个函数依赖, 算法2的第2、3、4步各需扫描 m 次, 算法2的第6步需扫描 m^2 次, 即算法2的一趟执行为 $(3m + m^2)$ 次, 最多有 m 趟, 因此, 最坏的情况下本算法要执行的最大次数为 $m \cdot (3m + m^2)$, 即时间复杂度为 $O(m^3)$.

本算法成功地解决了函数依赖集在属性子集上投影的计算问题, 对于关系数据库模型设计有一定的应用价值.

5 参考文献

- [1] Codd E F. Further normalization of the data base relational model [EB/OL]. [2012-11-19]. <http://db.ucsd.edu/cse190/readings/odl-oql.pdf>.
- [2] Tsou D M, Fischer P C. Decomposition of a relation scheme into boyce-codd normal form [J]. Newsletter ACM SIGACT News, 1982, 14(3): 23-29.
- [3] Bernstein P A. Synthesizing third normal form relations from functional dependencies [J]. ACM Transactions on Database Systems, 1976, 1(4): 277-298.
- [4] 占学德. 函数依赖集投影算法 [J]. 湖北民族学院学报: 自然科学版, 2000, 11(4): 59-60.
- [5] 周定康. 函数依赖集在属性子集上投影新算法 [J]. 计算机与现代化, 1998(6): 1-4.
- [6] Zhu Mingmin, Liu Sanyang. A decomposition algorithm for learning Bayesian networks based on scoring function [J]. Journal of Applied Mathematics, 2012(1): 1-17.
- [7] 徐榕, 周定康, 叶琪. 标准函数依赖覆盖集及其求解算法 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 1999, 26(2): 62-66.
- [8] Makowsky J A, Ravve E. BCNF via attribute splitting [EB/OL]. [2012-09-25]. http://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-642-28279-9_7.pdf#.
- [9] Ullman J D, Widom J. A first course in database systems [M]. Prentice: Prentice-Hall, 2007.
- [10] Silberschatz A, Korth H, Sudarshan S. Database system concepts [M]. 3th. New York: McGraw-Hill Science, 2010.

A New Method of Projection of Function Dependencies onto Attributes

ZHOU Li¹, WANG Jue¹, ZHOU Yong²

(1. School of software, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China;

2. College of Computer and Information Engineering, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: An extensive research was made about the projection of FDs onto attributes. Some feasible methods and theory are advanced to solve the problem, and thereupon a practical algorithm is presented, which will exert a considerable influence on the programming of database design.

Key words: functional dependencies; the subset of attributes; projection; elimination-method

(责任编辑: 冉小晓)