

文章编号: 1000-5862(2012)04-0358-06

Poisson 冲击下修理工可多重休假的串联 可修系统的可靠性分析

吴清太, 李 琴

(南京农业大学理学院, 江苏 南京 210095)

摘要: 利用向量马尔可夫过程方法和拉普拉斯变换工具研究了冲击环境下由 2 个相同部件、1 个修理工组成的串联可修系统, 通过引入补充变量获得了系统稳态故障频度、修理工休假概率、稳态可用度等可靠性指标。此外, 还通过比较了有关参数对稳态可用度的影响, 并对系统进行了效益分析。

关键词: Poisson 冲击; 多重休假; 向量马尔可夫过程; 可靠性指标

中图分类号: O 211.6

文献标志码: A

0 引言

冲击环境下的可靠性模型是可靠性领域中一个重要的模型, 学者们对该模型进行了大量的研究, 早期的研究焦点在单部件系统^[1-2], 最近文献^[3-4]研究了 $k/n(G)$ 的可修和不可修系统, 假设冲击服从 Poisson 过程, 冲击量的大小具有一定的分布, 冲击到达时对系统中所有工作部件独立产生影响, 部件的阈值也是随机变量, 具有确定的分布, 当冲击量大于部件的阈值时, 部件就故障给出了该系统的可靠度、系统首次故障前的平均时间, 并就当部件失效时修理工立即对部件进行修理, 且修理时间为指数分布的情况下给出了系统的稳态可用度和系统稳态故障频度的表达式。吴清太等^[5]在文献^[3]的假设下研究了 n 个部件组成的冷贮备可修系统, 得到了系统的稳态可用度、稳态故障频度、平均开工时间、平均停工时间、平均周期、系统首次故障前平均时间等可靠性指标。

在上面的可修系统的研究中都是假设当 1 个部件失效时, 修理工立即对它进行修理, 这与实际情况并不相符, 由于各种原因, 当部件失效时并不能立即得到修理, 如修理工不在系统中, 特别是在一

些中、小型公司, 由于不可能提供给修理工一个专门的岗位来全职照看这些设备或者要照看很多设备, 因此在部件失效后, 常常不能得到及时的维修。当部件失效时修理工不在系统内称之为修理工休假。B. Doshi^[6]对休假系统模型作了全面阐述, J. Ke 等^[7]研究了 2 种休假策略(单重休假和多重休假)下的机械可修问题, 但是以上都是基于排队论的观点, 而苏保河和史定华^[8-9]研究了修理工可多重休假的 n 部件串联可修系统的可靠性, 吴清太和吴少敏^[10]研究了 Poisson 冲击下修理工可单重休假的 2 个不同部件组成的冷贮备可修系统。修理工休假或从事其它的工作, 不仅可使系统开支节省, 而且如果从事其它工作则会增加收益, 这在经济角度上是具有实际意义的。关于这种情形, 许多学者都把修理工休假纳入可修系统模型中。而从收益来分析, 修理工进行多重休假更具有经济意义。受以上各方面的启示, 本文对 Poisson 冲击环境中修理工可多重休假 2 个不同部件的串联可修系统进行研究。

1 模型假定

假设 1 设系统由 2 个相同部件组成的串联可修系统, 带有 1 个修理工。

收稿日期: 2012-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(71173109) 中央高校基本科研业务费专项资金(Y0201100265)和江苏省高等学校大学生实践创新训练计划(JSS1024)资助项目。

作者简介: 吴清太(1965-), 男, 江西高安人, 副教授, 主要从事概率统计与可靠性的研究。

假设 2 系统不断地受到 1 个强度为 λ 齐次泊松流的冲击, 每次冲击量 X 是非负随机变量, 它具有固定的分布函数 $F(x)$.

假设 3 每次冲击对正在工作的 2 个部件的影响是独立的, 每个部件可受到冲击的阈值是 1 个随机变量 τ , 它服从分布 $\Phi(t)$, 当冲击量 X 大于阈值 τ 量时部件失效.

假设 4 修理工可多重休假, 修理部件的时间 Y 以及休假时间 V 均服从一般分布, 它们的分布函数与均值分别为

$$H(t) = \int_0^t h(x)dx = 1 - \exp\left\{-\int_0^t \mu(y)dy\right\}, \int_0^\infty th(t)dt = \frac{1}{\mu} < \infty,$$

$$V(t) = \int_0^t v(x)dx = 1 - \exp\left\{-\int_0^t \beta(x)dx\right\}, \int_0^\infty tv(t)dt = \frac{1}{\beta} < \infty.$$

假设 5 2 个部件能够修复如新, 在时刻 $t=0$ 时 2 个部件都是完好的, 且开始工作.

假设 6 所有随机变量 X, τ, Y, V 相互独立, 且 X, τ, Y, V 与泊松冲击过程也独立.

2 系统分析

2.1 系统模型描述

令 $M(t)$ 表示在时刻 t 系统所处的状态, 则在 t 时刻系统可能处于:

状态 0 两部件正常, 修理工休假, 系统正常;

状态 1 一部件正常, 一部件待修, 修理工休假, 系统失效;

状态 2 一部件正常, 一部件修理, 系统失效;

状态 3 两部件待修, 修理工休假, 系统失效;

状态 4 一部件修理, 一部件待修, 系统失效.

上述状态中, 状态 0 为系统的工作状态, 状态 1, 2, 3, 4 为系统的故障状态, 由于修理工的休假时间和失效部件的修理时间为取值非负的一般随机变量, 所以 $\{M(t), t \geq 0\}$ 不是马尔可夫过程.

由假设 3 得, 当冲击量的值为 \hat{x} 时, 单个部件故障的概率为 $P(\tau \leq \hat{x}) = \Phi(\hat{x})$, 对于冲击量 \hat{x} , 它使得单部件故障的概率为 $\Phi(\hat{x})$, 其分布为 $P(\Phi(\hat{X}) \leq x) = P(\hat{X} \leq \Phi^{-1}(x)) = F(\Phi^{-1}(x))$.

由假设 2 和假设 3 可得, 1 次冲击使得单个部件失效的概率为

$$p = P\{\tau \leq X\} = \int_0^{+\infty} P\{\tau \leq X | X = x\}dP\{X \leq x\} = \int_0^{+\infty} \Phi(x)dF(x).$$

引入补充变量 $X(t)$: 当 $M(t) = 0, 1, 3$ 时, 在时刻 t 修理工已经过完的休假时间; 补充变量 $Y(t)$: 当 $M(t) = 2, 4$ 时, 在时刻 t 部件已经使用的修理时间.

所以, $\{(M(t), X(t), Y(t)), t \geq 0\}$ 构成 1 个向量马尔可夫过程, 该过程的状态空间为 $\Omega^* = \{[0, x], [1, x], [2, y], [3, x], [4, y]\}$, 其中 x, y 分别表示 $X(t), Y(t)$ 的取值. 系统在时刻 t 的状态概率定义如下:

$$P_i(t, x)dx = P\{M(t) = i, x < X(t) \leq x + dx\}, i = 0, 1, 3,$$

$$P_j(t, y)dy = P\{M(t) = j, y < Y(t) \leq y + dy\}, j = 2, 4.$$

由概率分析方法可得如下方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \beta(x) + \lambda p(2+p)\right)P_0(t, x) = 0, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \beta(x)\right)P_1(t, x) = 2\lambda pP_0(t, x), \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \mu(y)\right)P_2(t, y) = 0, \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \beta(x)\right)P_3(t, x) = \lambda p^2P_0(t, x), \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} + \mu(y)\right)P_4(t, y) = 0, \quad (5)$$

$$P_0(t, 0) = \int_0^\infty \beta(x)P_0(t, x)dx + \int_0^\infty \mu(y)P_2(t, y)dy + \delta(t), \quad (6)$$

$$P_2(t, 0) = \int_0^\infty \beta(x)P_1(t, x)dx + \int_0^\infty \mu(y)P_4(t, y)dy, \quad (7)$$

$$P_4(t, 0) = \int_0^\infty \beta(x)P_3(t, x)dx, \quad (8)$$

$$P_1(t, 0) = P_3(t, 0) = 0, \quad (9)$$

初始条件: $P_0(0, x) = \delta(x) = \begin{cases} 1, x = 0, \\ 0, x \neq 0, \end{cases}$ 其余为 0.

2.2 解系统的微分方程

定理 1 系统在时刻 t 的各状态概率的拉普拉斯变换依次为

$$P_0^*(s, x) = K\bar{V}(x)e^{-[s + \lambda p(2+p)]x}, \quad (10)$$

$$P_1^*(s, x) = K \cdot \frac{2}{2+p} \bar{V}(x)e^{-sx}[1 - e^{-\lambda p(2+p)x}], \quad (11)$$

$$P_2^*(s, y) = K \cdot \frac{2+ph^*(s)}{2+p} [v^*(s) - v^*(s+2\lambda p + \lambda p^2)]e^{-sy}\bar{H}(y), \quad (12)$$

$$P_3^*(s, x) = K \cdot \frac{p}{2+p} \bar{V}(x)e^{-sx}[1 - e^{-\lambda p(2+p)x}], \quad (13)$$

$$P_4^*(s, y) = K \cdot \frac{p}{2+p} [v^*(s) - v^*(s+2\lambda p + \lambda p^2)]e^{-sy}\bar{H}(y). \quad (14)$$

证 依次对(1)~(9)式作拉普拉斯变换, 有

$$\frac{d}{dx} P_0^*(s, x) + [s + \beta(x) + \lambda p(2 + p)] P_0^*(s, x) = 0,$$

$$\frac{d}{dx} P_1^*(s, x) + [s + \beta(x)] P_1^*(s, x) - 2\lambda p P_0^*(s, x) = 0,$$

$$\frac{d}{dy} P_2^*(s, y) + [s + \mu(y)] P_2^*(s, y) = 0,$$

$$\frac{d}{dx} P_3^*(s, x) + [s + \beta(x)] P_3^*(s, x) - \lambda p^2 P_0^*(s, x) = 0,$$

$$\frac{d}{dy} P_4^*(s, y) + [s + \mu(y)] P_4^*(s, y) = 0,$$

$$P_0^*(s, 0) = \int_0^\infty \beta(x) P_0^*(s, x) dx + \int_0^\infty \mu(y) P_2^*(s, y) dy + 1,$$

$$P_2^*(s, 0) = \int_0^\infty \beta(x) P_1^*(s, x) dx + \int_0^\infty \mu(y) P_4^*(s, y) dy,$$

$$P_4^*(s, 0) = \int_0^\infty \beta(x) P_3^*(s, x) dx,$$

$$P_1^*(s, 0) = P_3^*(s, 0) = 0.$$

解上述方程得

$$P_0^*(s, x) = e^{-[s + \lambda p(2 + p)]x} \bar{V}(x) P_0^*(s, 0),$$

$$P_1^*(s, x) = \frac{2}{2 + p} [1 - e^{-\lambda p(2 + p)x}] e^{-sx} \bar{V}(x) P_0^*(s, 0),$$

$$P_2^*(s, y) = P_2^*(s, 0) \exp\left[-\int_0^y [s + \mu(x)] dx\right] = e^{-sy} \bar{H}(y) P_2^*(s, 0),$$

$$P_3^*(s, x) = \frac{P}{2 + p} [1 - e^{-\lambda p(2 + p)x}] e^{-sx} \bar{V}(x) P_0^*(s, 0),$$

$$P_4^*(s, y) = P_4^*(s, 0) \exp\left[-\int_0^y [s + u(x)] dx\right] = e^{-sy} \bar{H}(y) P_4^*(s, 0),$$

$$P_2^*(s, 0) = \frac{2 + ph^*(s)}{2 + p} [v^*(s) - v^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2)] P_0^*(s, 0),$$

$$P_4^*(s, 0) = \frac{P}{2 + p} [v^*(s) - v^*(s + \lambda p(2 + p))] P_0^*(s, 0),$$

$$P_0^*(s, 0) = (2 + p) / \{(2 + p)[1 - v^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2)] - h^*(s)(2 + ph^*(s))[v^*(s) - v^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2)]\},$$

为了简便, 把上式记为 K , 此时各状态的状态概率依次如(10)~(14)式所示, 定理 1 得证.

3 可靠性指标

定理 2 系统可靠度函数为 $R(t) = e^{-\lambda p(2-p)t}$.

证 系统可靠度 $R(t)$ 描述了产品在 $[0, t]$ 时间段内一直处于工作状态的概率, 即在时间 t 内受到的各次冲击中每个部件都不失效的概率, 由全概率公式有

$$R(t) = P(T > t) = \sum_{l=0}^{\infty} P(T > t | N(t) = l) P(N(t) = l) = e^{-\lambda p(2-p)t}.$$

推论 1 系统首次故障前的平均时间为

$$MTTF = 1/[\lambda p(2 - p)]. \quad (15)$$

证 由 $MTTF = \int_0^\infty R(t) dt = \int_0^\infty e^{-\lambda p(2-p)t} dt =$

$1/[\lambda p(2 - p)]$ 可证得(15)式.

定理 3 系统的稳态可用度为

$$A = \frac{\mu\beta(2 + p)\bar{V}^*(2\lambda p + \lambda p^2)}{\beta(2 + 2p)(1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2)) + (2 + p)\mu}. \quad (16)$$

证 系统的瞬时可用度为 $A(t) = \int_0^\infty P_0(t, x) dx$,

则由以上的关系式可知, 瞬时可用度 $A(t)$ 的拉普拉斯变换式为

$$A^*(s) = \int_0^\infty P_0^*(s, x) dx = \int_0^\infty K\bar{V}(x) e^{-[s + \lambda p(2 + p)]x} dx = K\bar{V}^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2).$$

由 $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sA^*(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sK\bar{V}^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2)$ 可证得(16)式.

定理 4 系统的稳态故障频率为

$$M = \frac{\lambda p(2 + p)^2 \mu\beta\bar{V}^*(2\lambda p + \lambda p^2)}{\beta(2 + 2p)(1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2)) + (2 + p)\mu}. \quad (17)$$

证 根据文献[10]的计算方法可知, 系统的瞬时故障频度为

$$W(t) = \int_0^\infty 2\lambda p P_0(t, x) dx + \int_0^\infty \lambda p^2 P_0(t, x) dx,$$

取拉普拉斯变换可得

$$W^*(s) = \int_0^\infty 2\lambda p P_0^*(s, x) dx + \int_0^\infty \lambda p^2 P_0^*(s, x) dx =$$

$$\lambda p(2 + p) \int_0^\infty P_0^*(s, x) dx = \lambda p(2 + p) K\bar{V}^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2).$$

由

$$M = \lim_{t \rightarrow \infty} [M(t)/t] = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\int_0^t W(t) dt / t \right] = \lim_{s \rightarrow 0} sW^*(s)$$

可计算系统的瞬时故障频度.

推论 2 在稳态情形下系统等待修理的概率为

$$P_W = \frac{\mu(2 + p)[1 - \beta\bar{V}^*(2\lambda p + \lambda p^2)]}{\mu(2 + p) + \beta(2 + 2p)[1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2)]}.$$

证 系统等待修理的概率即为系统处于失效状态而修理工正在休假的概率, 有

$$P_W(t) = \int_0^\infty P_1(t, x) dx + \int_0^\infty P_3(t, x) dx,$$

拉普拉斯变换式为

$$P_W^*(s) = K[\bar{V}^*(s) - \bar{V}^*(s + 2\lambda p + \lambda p^2)].$$

由 $P_W = \lim_{s \rightarrow 0} s P_W^*(s) = \mu(2+p)[1 - \beta \bar{V}^*(2\lambda p + \lambda p^2)] / \{\mu(2+p) + \beta(2+2p)[1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2)]\}$ 可计算系统的等待修理概率。

推论 3 在稳态情形下, 修理工休假概率为

$$P_V = \frac{\mu(2+p)}{\mu(2+p) + \beta(2+2p)(1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2))}. \quad (18)$$

证 由系统的假定可知,

$$P_V = \int_0^\infty P_0(t, x) dx + \int_0^\infty P_1(t, x) dx + \int_0^\infty P_3(t, x) dx,$$

则 P_V 的拉普拉斯变换式为

$$P_V^*(s) = \int_0^\infty P_0^*(s, x) dx + \int_0^\infty P_1^*(s, x) dx + \int_0^\infty P_3^*(s, x) dx = K \bar{V}^*(s),$$

$$P_V = \lim_{s \rightarrow 0} s P_V^*(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K \bar{V}^*(s) = \frac{\mu(2+p)}{\mu(2+p) + \beta(2+2p)(1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2))}.$$

4 稳态可用度的数值分析

假设每次冲击的冲击量与部件的阈值有相同的分布, 则每次冲击使单个部件失效的概率为 $p = 1/2$, 进一步假设部件的修理时间和修理工休假时间均服从指数分布, 参数分别为 $\mu > 0, \beta > 0$ 且它们为常数, 并由(16)式和(18)式得到系统的稳态可用度 A 和修理工休假概率 P_V 分别为

$$A = \frac{4\mu\beta}{6\lambda\beta + 4\mu\beta + 5\lambda\mu},$$

$$P_V = \frac{\mu(2+p)}{\mu(2+p) + \beta(2+2p)(1 - v^*(2\lambda p + \lambda p^2))} = \frac{1 - \frac{6\lambda\beta}{6\lambda\beta + 4\mu\beta + 5\lambda\mu}}{1 - \frac{6\lambda\beta}{6\lambda\beta + 4\mu\beta + 5\lambda\mu}}.$$

在实际的工作, 要尽可能地使系统的稳态可用度达到最大. 当其中2个参数取已知值时, 给出了另一个参数和系统稳态可用度 A 、修理工稳态休假概率 P_V 之间的关系图如图1和图2所示。

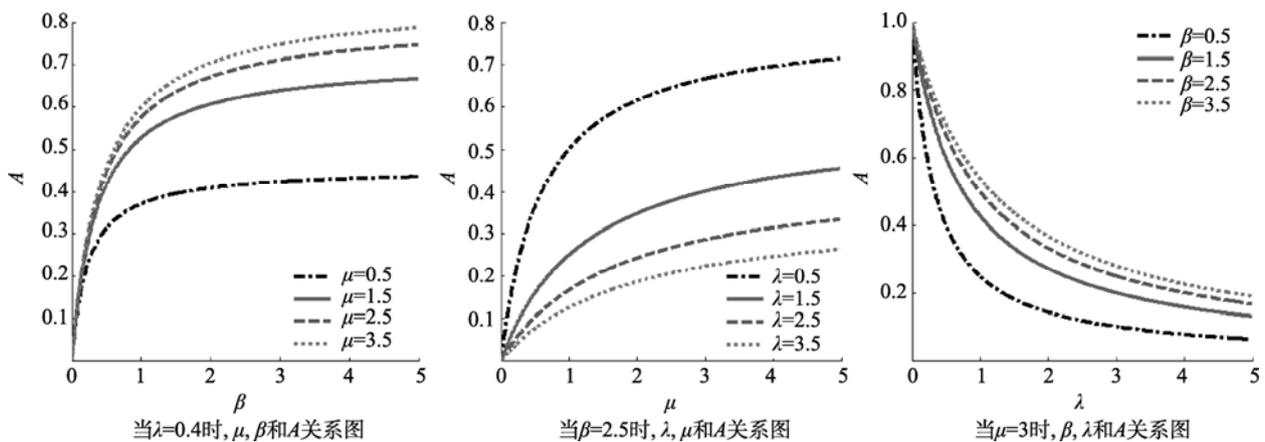


图1 稳态可用度 A 与 λ, μ, β 之间的关系

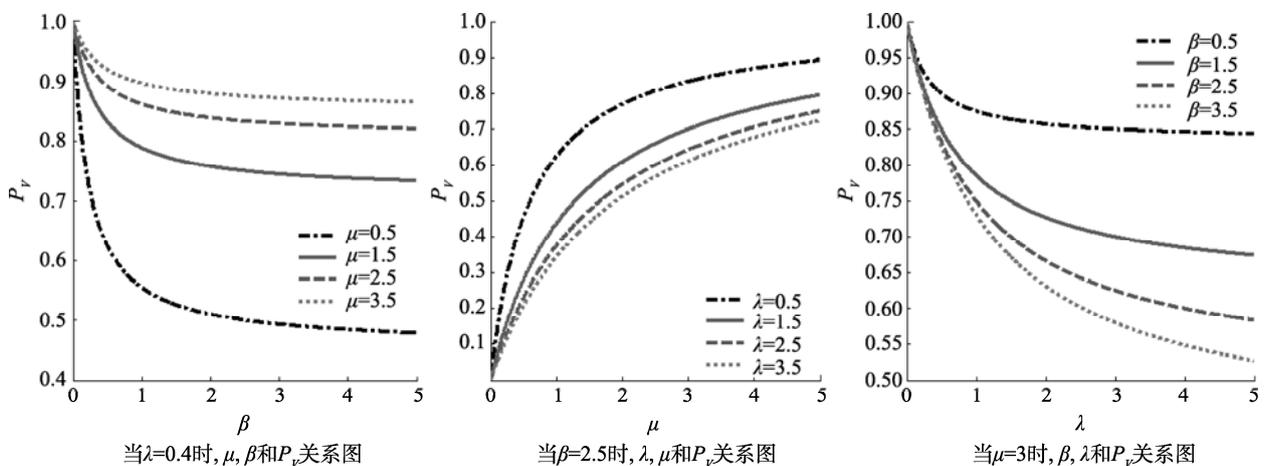


图2 稳态休假概率 P_V 与 λ, μ, β 之间的关系

根据图 1 和图 2 可知, 若已知 λ 的值, 随着修复率 μ 的不断增大(即修理时间更短), 修理工在同一休假率 β 的条件下, 系统稳态可用度和修理工稳态休假概率 P_v 递增, 在休假率增大初期, 它们都快速增大, 随后, 随着休假率的继续增大, 它们都会趋于各自某个稳态值; 若已知休假率 β 的值, 随着冲击强度 λ 的不断增大, 在同一修复率 μ 的条件下, 系统稳态可用度 A 和修理工稳态休假概率 P_v 都快速减少, 随着冲击强度 λ 的继续增大, 它们分别趋于各自的某个稳定值; 若已知 μ 的值, 随着休假率 β 的不断增大, 在同一冲击强度 λ 的条件下, 系统稳态可用度 A 递增, 而修理工稳态休假概率 P_v 递减, 在休假率 β 的增大初期, 系统稳态可用度 A 快速增长, 而修理工稳态休假概率 P_v 快速减少, 随着休假率 β 的继续增大, 它们分别增大和减少到某个稳定值.

在实际工作中, 决策者可根据实际的工作需求提高修复率, 并由此决定修理工的休假时间, 以达到资源的合理运用.

5 系统的效益分析

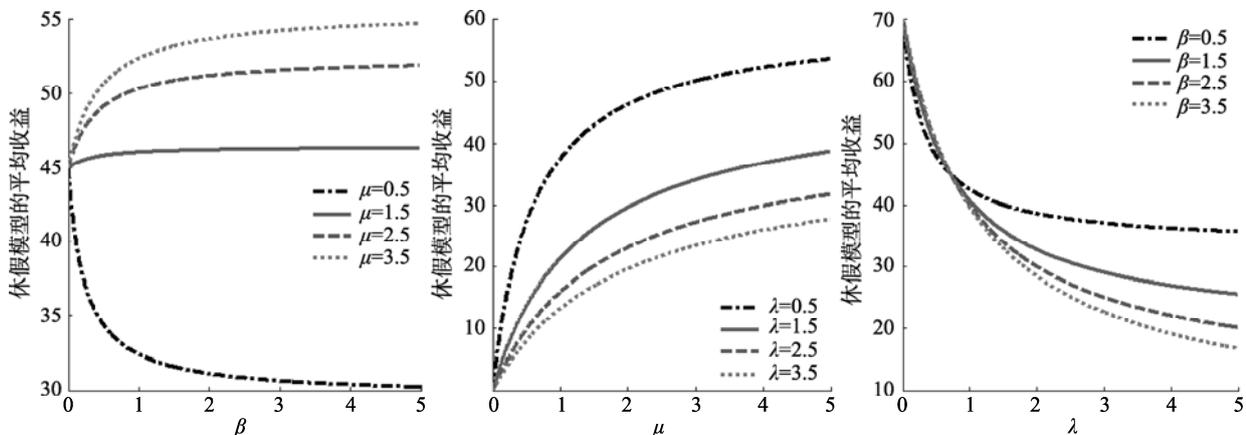
在实际问题中, 对于一个可修系统不仅要尽可能地提高其可用度, 更重要的是要使这一系统所创造的效益达到最优值. 修理工休假时间变长虽然使系统的稳态可用度有所降低, 但同时也为系统节省了部分开支, 这在一定程度上可以提高系统的收益. 在该假定下, 得到可休假模型中系统的稳态故障频

度为 $M = 5\lambda\mu\beta / (6\lambda\beta + 4\mu\beta + 5\lambda\mu)$, 不休假模型中系统的稳态可用度和稳态故障频度分别为 $A_0 = 4\mu / (6\lambda + 4\mu)$, $M_0 = 5\lambda\mu / (6\lambda + 4\mu)$.

下面建立系统的效益模型^[11]. 设系统工作单位的平均收益为 f_1 , 系统每一次故障的平均损失为 f_2 , 修理工因休假而产生的单位时间收益为 f_3 , 根据以上的有关结果, 在平稳状态下系统单位时间的平均收益为 $B(\lambda, \mu, \beta) = Af_1 - Mf_2 + P_v f_3$, 不休假模型中系统在平稳状态下单位时间的平均收益为 $B(\lambda, \mu) = A_0 f_1 - M_0 f_2$.

显然, 修理工可休假的系统与普通系统单位时间的平均收益之差为 $Z = B(\lambda, \mu, \beta) - B(\lambda, \mu) = (A - A_0)f_1 + (M_0 - M)f_2 + P_v f_3$, 假设 $f_1 = 25, f_2 = 10, f_3 = 45$. 下面对上述效益模型进行数值分析. 另外, 值得说明的一点是, 效益之差与参数之间的图形随着 f_1, f_2, f_3 取值不同而有所变换.

由图 3 和图 4 可知, 若已知冲击强度 λ 的值, 随着修复率 μ 的不断增大(即平均修理时间更短), 修理工在同一休假率 β 的条件下, 休假模型系统单位时间的平均收益呈递增关系, 在休假率增大初期, 休假模型与普通模型单位时间的平均收益之差会递减, 随后, 随着休假率的继续增大到某个值的时候, 平均收益之差会呈递增关系, 且都会趋于各自某个稳态值; 若已知休假率 β 的值, 随着冲击强度 λ 的不断增大, 在同一修复率 μ 的条件下, 休假模型系统单位时间的平均收益呈递减关系, 而为达到同样收益, 修理工的修复率 μ 要有所递增, 此时, 休假模型与普通模型单位时间的平均收益之差受冲击强度 λ 与修复率 μ 的交互影响; 若已知 μ 的值, 随着 β

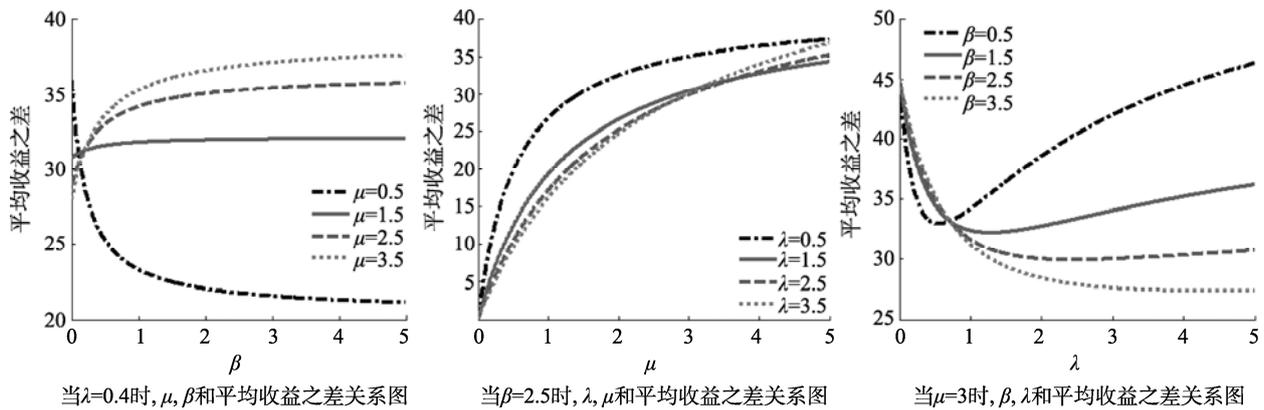


当 $\lambda=0.4$ 时, μ, β 和休假模型的平均收益关系图

当 $\beta=2.5$ 时, λ, μ 和休假模型的平均收益关系图

当 $\mu=2.5$ 时, β, λ 和休假模型的平均收益关系图

图 3 平均收益与 λ, μ, β 之间的关系

图 4 休假和不休假下平均收益之差与 λ , μ , β 之间的关系

的不断增加, 在同一冲击强度 λ 的条件下, 在 λ 增大初期, 平均收益呈递增关系, 收益之差会增加, 而 λ 值一旦超过某个值, 平均收益呈递减关系, 收益之差会减少.

6 结论

本文利用概率分析、补充变量法和拉普拉斯变换分析了 2 个相同部件串联的修理工可多重休假的可靠系统, 得到了该系统的一系列可靠度指标. 当部件工作寿命和贮备寿命以及修理设备的修理时间和休假时间分布函数已知时, 可依据(16)~(18)式得到系统的稳态故障频度、稳态可用度、修理工休假概率等可靠性指标.

7 参考文献

- [1] Barlow R, Proschan F. Statistical theory of reliability and life testing: probability models [M]. New York: Hot, Rinehart and Winston, Inc, 1975.
- [2] 李泽慧, 黄宝胜, 王冠军. 一种冲击源下冲击模型的寿命分布及其性质 [J]. 兰州大学学报: 自然科学版, 1999, 35(4): 1-7.
- [3] 王冠军, 张元林. Poisson 冲击下的 $k/n(G)$ 系统的可靠性分析 [J]. 应用概率统计, 2009, 25(1): 1-11.
- [4] 梁香青, 占德胜, 唐加山. Poisson 冲击下不同质部件 $k/n(G)$ 系统的可靠性分析 [J]. 南京审计学院学报, 2010, 7(2): 80-83.
- [5] 吴清太, 唐加山. 泊松冲击下冷贮备可修系统的可靠性分析 [J]. 数理统计与管理, 2012, 31(2): 149-156.
- [6] Doshi B. Queueing systems with vacations: a survey [J]. Queueing Systems: Theory and Application, 1986, 1(1): 29-66.
- [7] Ke J C, Wang K H. Vacation policies for machine repair problem with two type spares [J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31(5): 880-894.
- [8] Su Baohe, Shi Dinghua. Reliability analysis of n -unit series systems with multiple vacations of a repairman [J]. Mathematical Statistics and Applied Probability, 1995, 10(1): 78-82.
- [9] 史定华. 计算可修系统在 $(0, t]$ 中平均故障次数的新方法 [J]. 应用数学学报, 1985, 8(1): 101-110.
- [10] Wu Qingtai, Wu Shaomin. Reliability analysis of two-unit cold standby repairable systems under Poisson shocks [J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 218(1): 171-182.
- [11] 岳德权, 朱建玲, 秦雅玲, 等. 修理工可多重休假的带有一个冷贮备部件的 Gaver 并联系统 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(6): 59-68.

The Reliability Analysis of Series Repairable System with Multiple Vacations of a Repairman under Poisson Shocks

WU Qing-tai, LI Qin

(College of Science, Nanjing Agricultural University, Nanjing Jiangsu 210095, China)

Abstract: The reliability of a two-similar-unit series repairable system with a repairman who might take multiple vacations under Poisson shocks is analysed. Using the supplementary variable method and vector Markov process theory, some reliability indices, such as the steady-state availability, the repairman vacation probability, the steady-state failure frequency etc., are explicitly obtained. In addition, the parameters' effect on the steady-state availability is investigated by numerical comparison and the benefit of the system is analyzed.

Key words: Poisson shock; multiple vacations; vector Markov process; reliability indices

(责任编辑: 曾剑锋)