

文章编号: 1000-5862(2013) 03-0257-06

二项式光场与负二项式光场对 超导量子比特读出电流的影响

万向东¹, 嵇英华²

(1. 江西师范大学现代教育技术应用中心 江西 南昌 330022; 2. 江西师范大学物理与通信电子学院 江西 南昌 330022)

摘要: 研究了二项式态光场和负二项式态光场与耦合超导量子比特相互作用下的超导电流的时间演化规律. 研究结果显示: 在确定的二项式态或负二项式态光场中, 耦合超导量子比特的初始量子态对穿过自身的超导电流的动力学行为几乎没有影响; 但光场的量子态, 尤其是光场参数对超导电流的动力学行为具有调控作用. 因此, 通过测量超导量子比特的输出电流, 能够探测量子光场的统计性质.

关键词: 电路腔量子电动力学; 二项式态; 超导量子比特; 超电流

中图分类号: O 431.2

文献标志码: A

0 引言

随着量子信息科学的发展, 人们一直试图寻找一些合适的物理系统来实现量子计算和量子信息处理. 以约瑟夫森结为核心的固体超导器件由于其体积小、具备良好的可控性、便于集成和规模化, 是最具有应用潜力的物理系统. 为了进一步揭示这种人造原子所展示的新奇量子现象, 并把它们应用于量子计算的物理实现研究, 人们探索了超导量子比特与微波电磁场、超导传输线以及纳米共振腔实现强耦合的可能性. 一旦能够实现各种玻色子模式与超导量子比特的强耦合, 人们便实现了一种崭新的甚至是全固态的腔量子电动力学结构, 这不仅可以在更广泛的范围内探索物理学的基本原理, 而且为新技术的发展奠定了基础. 目前, 基于固体系统的腔 QED 主要有 2 条技术路线: 半导体腔 QED 和电路腔 QED^[1-5].

在电路腔 QED 中: 基于约瑟夫森结的超导电路相当于人工原子(超导量子比特), 兼具耦合作用的微波电磁场、超导传输线或纳米共振腔(如一个大约瑟夫森结)等效于一个量子化光场. 近年来, 国内外许多学者对由不同的超导比特构成的混合体系进行了研究. 文献[6]在实验上制备了一种很强的、可操控的超导电荷比特和位相比特的耦合系统, 在远离共振区,

可以实现对电荷比特和位相比特的各自独立的操控; 在共振区, 可以实现电荷比特和位相比特的最大纠缠态. 文献[7]利用一个大的约瑟夫森结耦合 2 个超导电荷量子比特, 通过对外加的量子场实施调幅或调频控制, 实现了单、双量子比特的可控操纵. 显然, 量子场的性质对电路腔的纠缠动力学行为具有关键的影响, 量子场对人工原子动力学行为的影响仍然是目前国际上需要深入研究的热点问题^[8].

1985 年, A. V. Stole 等^[9]从理论上引入二项式态光场; 随后, R. L. Joshi 等^[10]引入负二项式态. 二项式态是介于 Fock 态和相干态之间的一种中间态, 因而具有良好的量子特性. 自从二项式态与负二项式态提出后, 二项式态光场以及负二项式光场的性质及其与原子相互作用的非经典效应得到了广泛的研究, 尤其是二项式态和负二项式态的产生机制的相继提出^[11-12], 更增加了人们对于这 2 种量子态的兴趣. 在本文中, 在耦合超导量子比特分别与二项式光场和负二项式光场相互作用过程中, 研究了通过超导量子比特的超导电流随时间的动力学演化行为.

1 研究模型

本文的研究模型是通过一个约瑟夫森大结, 把 2

收稿日期: 2013-03-19

基金项目: 国家自然科学基金(11164009)资助项目.

作者简介: 万向东(1959-), 男, 江西临川人, 高级实验师, 主要从事信息技术的研究.

个超导电荷量子比特耦合起来. 整个系统的哈密顿量可以表示为^[13]

$$H = \sum_{k=1}^2 \left[E_k (V_{xk}) - 3E_{Jk} \cos \left(\frac{\pi \Phi_e}{\Phi_0} - \frac{\gamma}{2} \right) \cdot \cos \phi_k \right] - E_{J0} \cos \gamma,$$

其中 $E_k (V_{xk}) = E_{Ck} (n_k - C_k V_{xk}/2e)^2$ 为电荷比特的静电能 $E_{Ck} = 2e^2 / (C_k + 2C_{Jk})$ 和 E_{Jk} 分别为第 k 个比特的充电能和约瑟夫森能 E_{J0} 为大结的约瑟夫森能; V_{xk} 为偏置电压 Φ_e 为外加的静磁通. 施加一个时变的量子化微波场 $\Phi_q a^+ + \Phi_q^* a$ Φ_q 为振幅 a^+ (a) 为产生 (消灭) 算符. 通过对外加的交流电压与磁通实施调幅或调频控制, 就可以实现对单量子比特与耦合量子比特的操控. 在本文中, 将时变磁场的频率 ω 调节到与 2 个超导量子比特的频率之和相等, 即 $\omega = \omega_1 + \omega_2$. 那么这 2 个超导比特可以同时被翻转, 从基态同时跳到激发态. 经过一些计算之后, 并忽略快变项, 可以得到量子化磁场和 2 个超导电荷比特的相互作用的有效哈密顿量分别为

$$H_I = g (a^+ \sigma_1^- \sigma_2^- + a \sigma_1^+ \sigma_2^+),$$

$$g = - \frac{\Phi_q I_{c1} I_{c2}}{I_0} \sin \left(\frac{2\pi \Phi_e}{\Phi_0} \right),$$

其中 I_0 为大约瑟夫森结的临界电流 I_{ck} 为第 k 个超导量子比特的临界电流.

考虑 2 个超导量子比特初始制备在量子态 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta |gg\rangle + e^{i\phi} \sin\theta |ee\rangle$, 而量子化场初始制备于光子数的叠加态为

$$|\psi_F(0)\rangle = \sum_n f(n) |n\rangle, \quad (1)$$

$f(n)$ 为量子场的光子数态分布的几率幅. 因而, 整个系统的初始量子态为 $|\psi(0)\rangle = |\psi_F(0)\rangle \otimes |\psi_Q(0)\rangle$. 相互作用绘景中, 在哈密顿量的作用下, 可以得到系统在任意时刻的态矢量为^[14]

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [x_n(t) |e e n\rangle + y_n(t) |g g, n+1\rangle] + f(0) \cos\theta |g g 0\rangle,$$

其中

$$x_n(t) = e^{i\phi} f(n) \sin\theta \cos(\sqrt{n+1}gt) - f(n+1) \cos\theta \sin(\sqrt{n+1}gt),$$

$$y_n(t) = e^{i\phi} f(n) \sin\theta \sin(\sqrt{n+1}gt) + f(n+1) \cos\theta \cos(\sqrt{n+1}gt),$$

知道了电路腔的态矢量, 就能够研究超导耦合量子比特以及量子场的物理性质.

在量子信息传输过程中, 一个关键的问题是如何正确地读出输出的量子态. 态的读出可以通过测总持续电流. 总的持续电流为 2 个比特电流之和, 其超电流算符 \hat{I} 为

$$\hat{I} = \sin \left(\frac{\pi \Phi_e}{\Phi_0} \right) (I_{c1} \sigma_1^x + I_{c2} \sigma_2^x) - \frac{1}{4I_0} \sin \left(\frac{2\pi \Phi_e}{\Phi_0} \right) \cdot (I_{c1}^2 + I_{c2}^2 + 2I_{c1} I_{c2} \sigma_1^x \sigma_2^x).$$

在量子态 $|\psi(t)\rangle$ 中, 不难得到超电流 \hat{I} 的平均值为

$$I(t) = - \frac{1}{4I_0} \sin \left(\frac{2\pi \Phi_e}{\Phi_0} \right) \cdot \left\{ I_{c1}^2 + I_{c2}^2 + 4I_{c1} I_{c2} \cdot \operatorname{Re} \left[f(0) a_{-1}(gt) \cos\theta + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(gt) b_n(gt) \right] \right\}, \quad (2)$$

其中

$$a_n(t) = e^{-i\phi} f^*(n+1) \sin\theta \cos(\sqrt{n+2}gt) - f^*(n+2) \cos\theta \sin(\sqrt{n+2}gt),$$

$$b_n(t) = e^{i\phi} f(n) \sin\theta \sin(\sqrt{n+1}gt) + f(n+1) \cos\theta \cos(\sqrt{n+1}gt).$$

显然, 在方程(2) 超电流的平均值表达式中包含直流分量与时变分量. 时变分量紧密依赖于电路腔的量子态与量子场的光子数分布. 因而, 实验上通过测量超导量子比特的输出电流, 能够研究量子光场的量子特性.

2 二项式态光场对超导电流的影响

由方程(2) 可知, 量子比特的超电流依赖于电路腔的量子态与量子场的光子数分布. 在本节中, 借助数值求解的方法, 首先研究二项式态光场对超导电流随时间的动力学演化行为的影响. 为方便又不失一般性, 设 2 个超导量子比特具有相同的临界电流 $I_{c1} = I_{c2} = I_c$; 进一步, 定义如下的约化超电流

$$\tilde{I}(t) = 1 + 2\operatorname{Re} [f(0) a_{-1}(gt) \cos\theta + \sum_{n=0}^{\infty} a_n(gt) b_n(gt)], \quad (3)$$

比较(2) 与(3), 不难知道, 约化超电流随时间的演化特性与输出超电流是完全一致的.

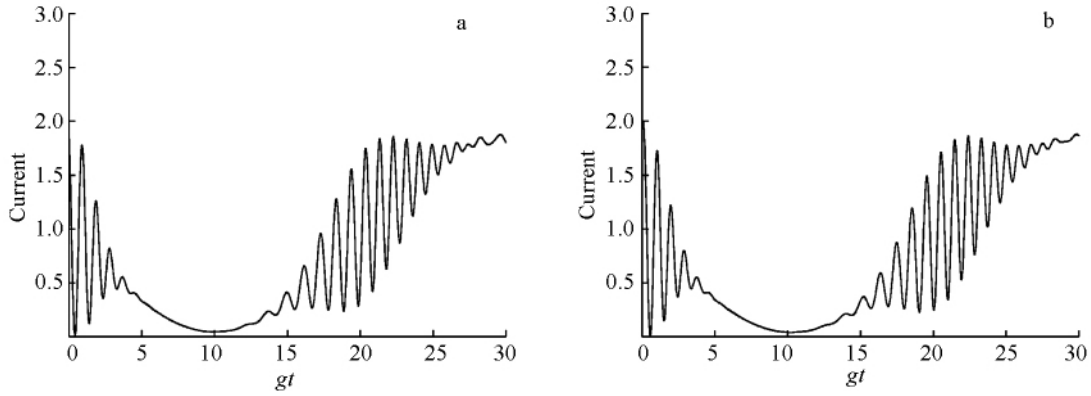
Dattoli 等曾提出二项式态在自由电子激光中产生机制, 当一个受激发分子在某些条件下经历 M 个能级的振动弛时 (即以几频率发射这 M 个光子中的任一个) 就可能生成二项式态. 如果量子场处在二项式态下, 则相应方程(1) 中的量子场光子数态分布取为

$$f(n) = \sqrt{\frac{M!}{n!(M-n)!}} r^n (1-r)^{M-n},$$

其中 M 为正整数 r 为光场参数且 $0 < r < 1$ 显然, 二项式态光场的光子几率分布函数对应于概率论中的二项式分布, 并表现为亚泊松分布与反聚束效应.

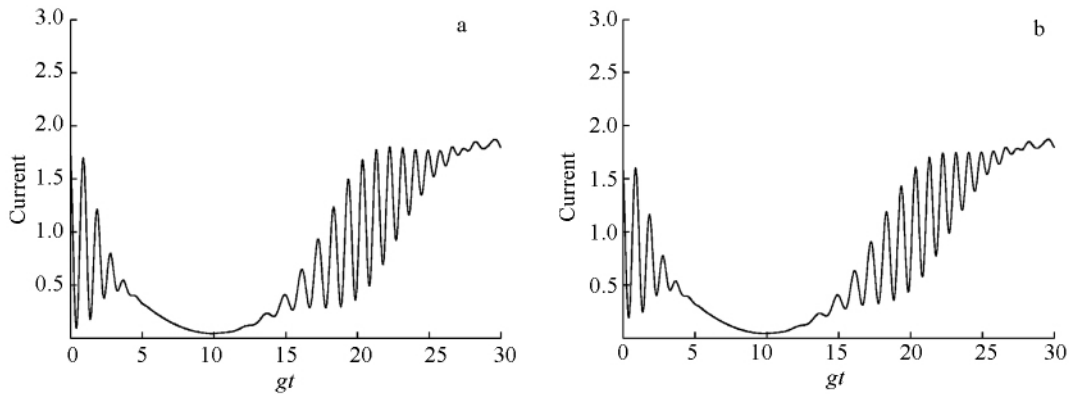
图1和图2表现了耦合超导量子比特在不同的初

始量子态下, 二项式光场对穿过耦合超导量子比特的电流随时间演化的影响. 图中的参数是选取的一些典型值. 由图1与图2可以看出, 在确定的二项式光场中, 耦合超导量子比特的初始量子态对穿过自身的超导电流随时间演化的动力学行为影响很小, 电流随时间的演化展现出无规则的振动行为.



$r = 0.5$ $\phi = 0$: (a) $\theta = \pi/6$; (b) $\theta = \pi/4$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta|gg\rangle + e^{i\phi}\sin\theta|ee\rangle$, 量子场处于二项式态.

图1 耦合超导量子比特的初始量子态对约化超导电流随时间的演化的影响



$r = 0.5$ $\theta = \pi/6$: (a) $\phi = \pi/6$; (b) $\phi = \pi/4$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta|gg\rangle + e^{i\phi}\sin\theta|ee\rangle$, 量子场处于二项式态.

图2 耦合超导量子比特初始量子态的相对相位对约化超导电流随时间的演化的影响

然而, 二项式光场的光场参数对超导电流的动力学演化有非常明显的影响. 图2显示, 当光场参数 r 较小时, 电流随时间的演化也展现出无规则的振动行为; 但随着光场参数 r 的增大, 电流随时间的演化展现出越来越有规则的振动行为. 这说明, 由于二项式光场是介于相干态与 Fock 态之间的一种量子中间态, 光场参数 r 较小, 会破坏耦合超导量子比特的崩塌-回复的规律性, 只有通过增大光场参数, 才能保持穿过超导量子比特的电流有规律的变化, 从而有利于人们对量子信息进行处理.

3 负二项式态光场对超导电流的影响

现在设量子化场处于负二项式态下, 则相应的量子场光子数态分布取为

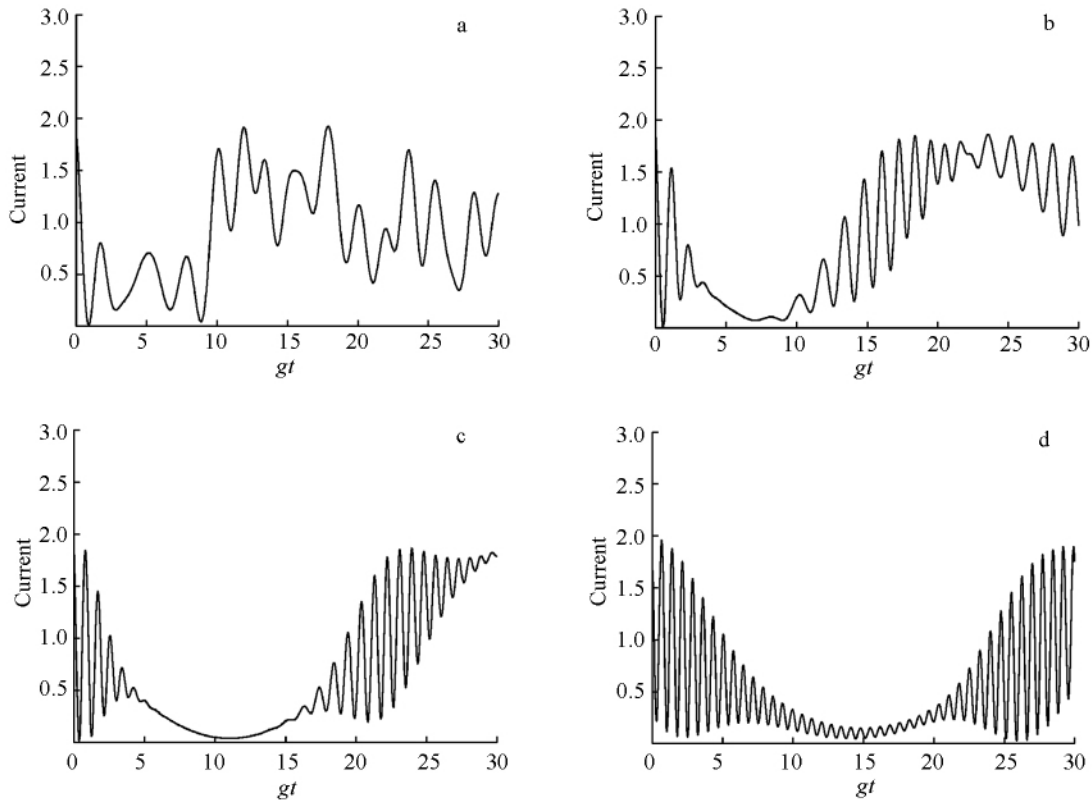
$$f(n) = \sqrt{\frac{(M+n-1)!}{n!(M-1)!}} r^n (1-r)^M,$$

其中 $0 < r < 1$.

图3~图5表现了耦合超导量子比特在不同的初始量子态下, 负二项式光场对穿过耦合超导量子比特的电流随时间演化的影响. 与二项式光场非常

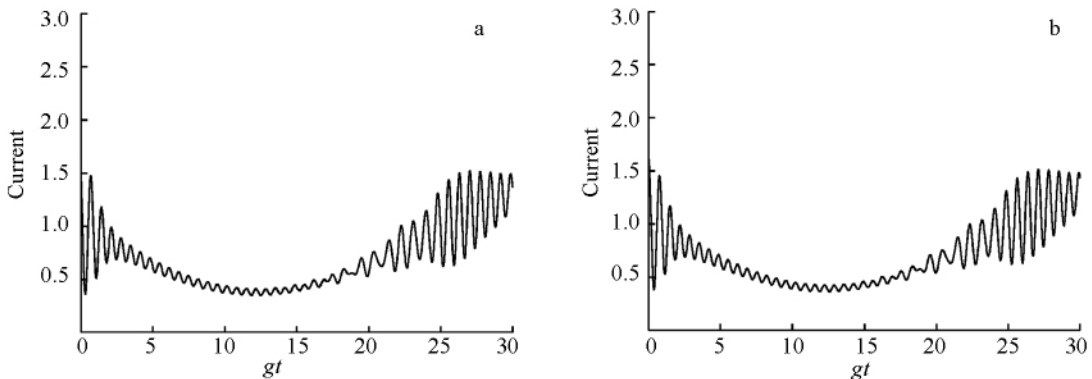
类似,由图3~图5可以看到,在确定的负二项式光场中,耦合超导量子比特的初始量子态对穿过自身

的超导电流随时间演化的动力学行为影响很小,电流随时间的演化展现出无规则的振动行为.



$\theta = \pi/6$ $\phi = 0$: (a) $r = 0.1$; (b) $r = 0.3$; (c) $r = 0.6$; (d) $r = 0.9$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta |gg\rangle + e^{i\phi} \sin\theta |ee\rangle$, 量子场处于二项式态.

图3 二项式光场的 F 对约化超导电流随时间的演化的影响

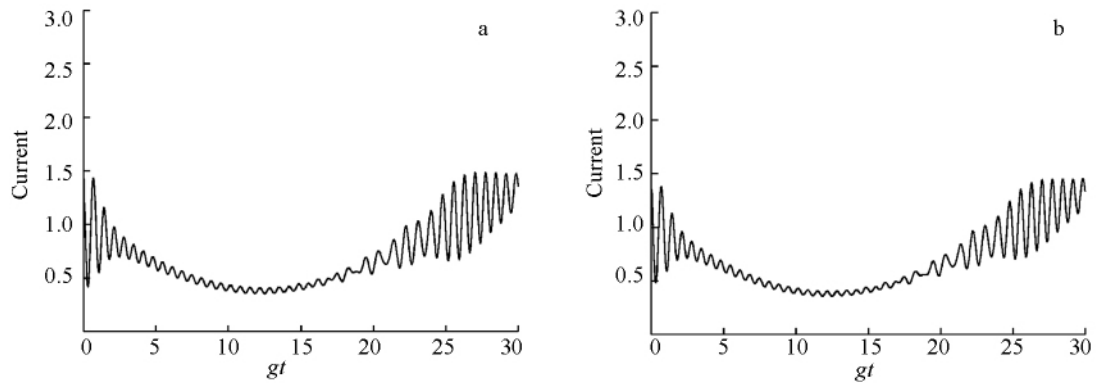


$r = 0.5$ $\phi = 0$: (a) $\theta = \pi/6$; (b) $\theta = \pi/4$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta |gg\rangle + e^{i\phi} \sin\theta |ee\rangle$, 量子场处于负二项式态.

图4 耦合超导量子比特的初始量子态对约化超导电流随时间的演化的影响

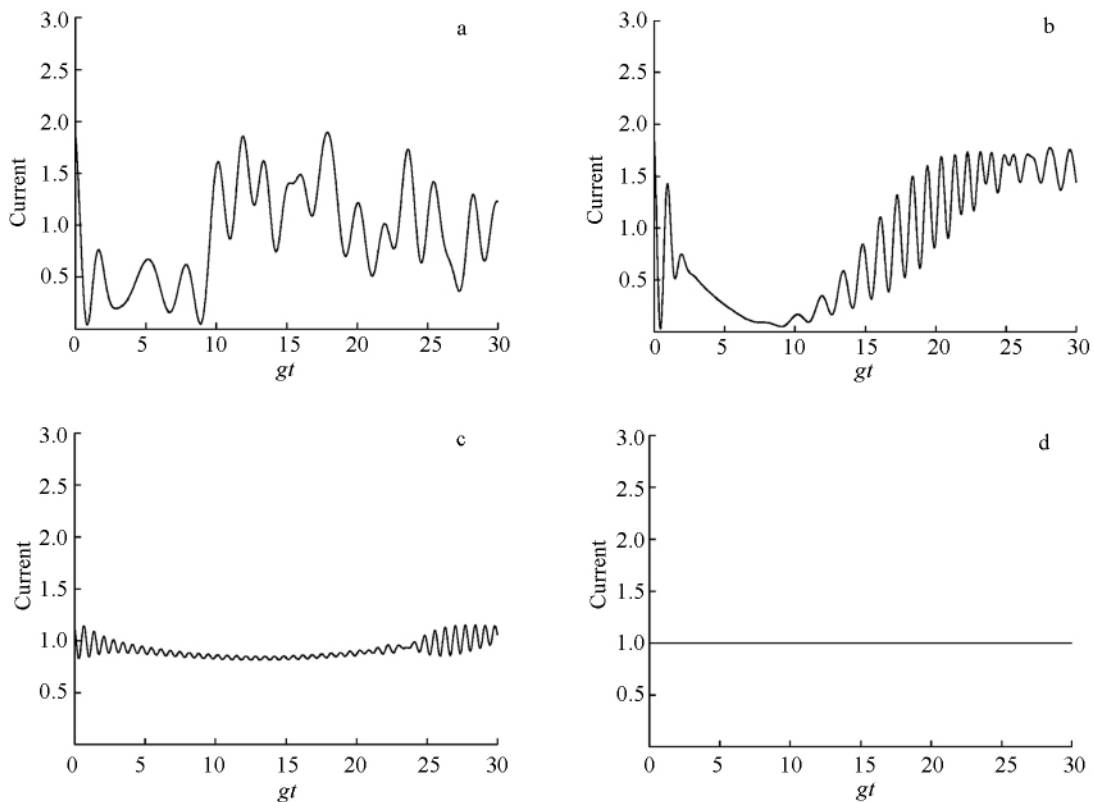
同样,负二项式光场的光场参数对超导电流的动力学演化也有非常明显的影响.图6显示,当光场参数 r 较小时,电流随时间的演化也展现出无规则的振动行为;但随着光场参数 r 的增大,电流随时间的演化展现出越来越有规则的振动行为.然而,由于负二项式态在不同极限下趋近于真空态和Susskind-

Glogower 相位态,因而与二项式光场完全不同之处则在于:当光场参数 $r \rightarrow 1$ 时,穿过超导量子比特的电流为一不随时间变化的直流.负二项式态总表现为超泊松分布,必然就会表现出与二项式光场不同的影响.



$r = 0.5$ $\theta = \pi/6$: (a) $\phi = \pi/6$; (b) $\phi = \pi/4$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta|gg\rangle + e^{i\phi}\sin\theta|ee\rangle$, 量子场处于负二项式态.

图5 耦合超导量子比特初始量子态的相对相位对约化超导电流随时间的演化的影响



$\theta = \pi/6$ $\phi = 0$: (a) $r = 0.1$; (b) $r = 0.3$; (c) $r = 0.6$; (d) $r = 0.9$. 耦合超导量子比特初始处于 $|\psi_Q(0)\rangle = \cos\theta|gg\rangle + e^{i\phi}\sin\theta|ee\rangle$, 量子场处于负二项式态.

图6 二项式光场的 F 对约化超导电流随时间的演化的影响

控制, 几乎与耦合量子比特的初态无关.

4 结论

本文采用数值计算的方法, 研究了处于电路腔中的耦合超导量子比特的动力学演化, 分别讨论了当腔场的量子态为二项式光场或负二项式态时, 耦合超导量子比特的量子初态、光场参量对通过耦合超导量子比特的超导电流动力学行为的影响. 结果表明, 超导电流的动力学行为主要受光场量子态的

5 参考文献

- [1] Browne D E, Plenio M B. Robust generation of entanglement between two cavities mediated by short interactions with an atom [J]. Phys Rev A 2003 67(1): 12325.
- [2] Deng Z J, Feng M, Gao K L. Simple scheme for generating an n -qubit W state in cavity QED [J]. Phys Rev A 2006, 73(1): 14302.

- [3] Paik H ,Schuster D I ,Bishop L S ,et al. Observation of high coherence in Josephson junction qubits measured in a three-dimensional circuit QED architecture [J]. Phys Rev Lett 2011 ,107: 240501.
- [4] Schreier J A ,Houck A A ,Koch J ,et al. Suppressing charge noise decoherence in superconducting charge qubits [J]. Phys Rev B 2008 ,77: 180502.
- [5] Wu Qinqin ,Liao Jieqiao ,Kuang Leman. Quantum state transfer between charge and flux qubits in circuit-QED [J]. Chin Phys Lett 2008 ,25(4) : 1179.
- [6] Rigetti C ,Gambetta J M ,Poletto S ,et al. Superconducting qubit in a waveguide cavity with a coherence time approaching 0.1 ms [J]. Phys Rev B 2012 ,86: 100506.
- [7] Laflamme C ,Clerk A A. Weak qubit measurement with a nonlinear cavity: beyond perturbation theory [J]. Phys Rev Lett 2012 ,109: 123602.
- [8] Liao Qinghong ,Fang Guangyu ,Wang Jicheng. Control of the entanglement between two Josephson charge qubits [J]. Chin Phys Lett 2011 ,28(6) : 60307.
- [9] Barranco A V ,Roversi J A. Statistical and phase properties of the binomial states of the electromagnetic field [J]. Phys Rev A ,1994 ,50(6) : 5233.
- [10] Wang Changchun ,Fan Hongyi. A new binomial-negative-binomial combinatorial state in quantum optics theory and its generation [J]. International Journal of Theoretical Physics 2011 ,51(1) : 193-197.
- [11] Franco R L ,Compagno G ,Messina A ,et al. Efficient generation of N -photon binomial states and their use in quantum gates in cavity QED [J]. Physics Letters A 2007 ,374(22) : 2235.
- [12] Agarwal G S. Negative binomial states of the field-operator representation and production by state reduction in optical processes [J]. Phys Rev. A ,1992 ,45(3) : 1787.
- [13] You J Q ,Tsai J S ,Nori F. Controllable manipulation and entanglement of macroscopic quantum states in coupled charge qubits [J]. Phys Rev B 2003 ,68: 24510.
- [14] He Xiaoling ,Liu Yuxi ,You J Q ,et al. Variable-frequency-controlled coupling in charge qubit circuits: effects of microwave field on qubit-state readout [J]. Phys Rev A , 2007 ,76: 22317.

The Influence of the Light Field of Binomial States and Negative Binomial States on Superconducting Reading Current

WAN Xiang-dong¹ ,JI Ying-hua²

(1. Modern Education Technology Application Center ,Jiangxi Normal University ,Nanchang Jiangxi 330022 ,China;

2. College of Physics & Communication Electronics ,Jiangxi Normal University ,Nanchang Jiangxi 330022 ,China)

Abstract: The time evolution laws of superconducting current under the interaction between superconducting qubits and light field of binomial states and negative binomial states has been studied. The results show that the initial quantum state of coupled superconducting qubit has almost no influences on the dynamical behavior of superconducting current which passed through it in the determining light field of binomial states and negative binomial states. However ,the quantum state of light field ,especially the light field parameters ,can regulate the dynamical behavior of superconducting current. So ,by measuring the output current of superconducting qubit ,we are able to detect the statistical nature of quantum light field.

Key words: circuit-QED; binomial states; superconducting qubit; super-current

(责任编辑: 冉小晓)