

文章编号: 1000-5862(2014)05-0468-04

一种变形 Liu 混沌系统的分析及电路实现

陆安山^{1,2}, 陆益民¹

(1. 广西大学电气工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 钦州学院物理与电子工程学院, 广西 钦州 535000)

摘要: 构建一种新的变形混沌系统, 分析研究其动力学行为. 用数值研究系统的相图、时域图、Jacobian 矩阵特征值、Lyapunov 指数谱及其维数, 并利用电路仿真软件设计实现该变形 Liu 混沌系统吸引子. 数值和电路仿真软件实验验证了其正确性.

关键词: 变形 Liu 混沌系统; Lyapunov 指数; 分形维数; 电路实现

中图分类号: O 415.5

文献标志码: A

0 引言

由于 Lorenz 混沌吸引子^[1]具有广泛的应用价值, 引起科研工作者广泛的研究与关注^[2-5], 许多研究者在经典的 Lorenz 混沌系统基础上研究了其变形, 如 Chen Guangrong 等^[6]通过线性反馈控制的方法发现了一种与 Lorenz 混沌吸引子拓扑结构不同的 Chen 混沌系统; 继类 3 维 Lorenz 混沌系统后, 科研工作者相继提出 4 维超混沌系统^[7-10], 丰富了混沌系统的变形. 本文从 Liu 混沌系统^[11-13]出发, 构建一种变形 Liu 混沌新系统; 研究该系统平衡点性质、Lyapunov 指数及其维数、时域波形图和吸引子相图等特征, 并通过设计一种能实现该混沌系统的电路^[14], 验证该系统的混沌特性. 本文提出的变形 Liu 混沌系统在原系统的基础上增加了一个线性反馈控制项, 从而增加了系统的复杂性.

1 一种变形 Liu 混沌系统分析

通过在文献[11]Liu 混沌系统的第 2 式上增加一项线性反馈控制 dy , 构造一种新的 3 维变形 Liu 混沌系统, 其数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x), \\ \dot{y} = bx - kxz + dy, \\ \dot{z} = -cz + hx^2, \end{cases} \quad (1)$$

系统(1)的 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ b - kz & d & kx \\ 2hx & 0 & -c \end{bmatrix}. \quad (2)$$

为求系统平衡点, 令(1)式各式右边等于 0, 即 $a(y - x) = 0$, $bx - kxz + dy = 0$, $-cz + hx^2 = 0$, 得该系统的平衡点分别为

$$S_0(0, 0, 0), \\ S_1(-\sqrt{c(b+d)/(hk)}, -\sqrt{c(b+d)/(hk)}(b+d)/k), \\ S_2(\sqrt{c(b+d)/(hk)}, \sqrt{c(b+d)/(hk)}(b+d)/k).$$

当 $a = 10$, $b = 40$, $c = 2.5$, $d = 4$, $k = 1$, $h = 4$ 时, 系统 Jacobian 矩阵平衡点 S_0 的特征值为 $\lambda_{01} = -26.4939$, $\lambda_{02} = 14.4939$, $\lambda_{03} = -4$ 均为实数, 且有 1 个大于 0, 2 个小于 0, 由线性稳定性理论可知, 该平衡点为不稳定的鞍点; S_1 和 S_2 处的特征值分别为 $\lambda_{11} = 24.2139$, $\lambda_{12} = -32.3769$, $\lambda_{13} = -7.8370$, $\lambda_{21} = -12.9940 + 11.7781i$, $\lambda_{22} = -12.9940 - 11.7781i$, $\lambda_{23} = 9.9880$, 同理可知 2 个平衡点也为不稳定的鞍点.

Lyapunov 指数(LE)是指在相空间中 2 条相互靠近轨线, 随着时间变化, 按指数聚合或分离的变化率^[15]. 分形维数大于 1 的系统 LE 的集合称为 Lyapunov 指数谱, 系统的 Lyapunov 指数谱反映系统对初值的敏感性. 该文用 Matlab 的 LET 工具箱绘制 Lyapunov 指数谱如图 1 所示, 用 Jacobian 方法计算得 3 个 Lyapunov 指数分别为 $\lambda_{L1} = 2.18034$, $\lambda_{L2} = 0.00157776$, $\lambda_{L3} = -10.6819$.

$$\text{系统的分形维数 } D_L = j + \frac{1}{|\lambda_{L(j+1)}|} \sum_{i=1}^j \lambda_{Li} =$$

收稿日期: 2014-06-27

基金项目: 国家自然科学基金(51167002)和广西高校科学技术研究(2013YB256)资助项目.

作者简介: 陆安山(1970-), 男, 广西钦州人, 副教授, 主要从事电子技术、混沌同步与控制研究.

2.043 表明该变形 Liu 系统为 Lyapunov 意义下的混沌系统.

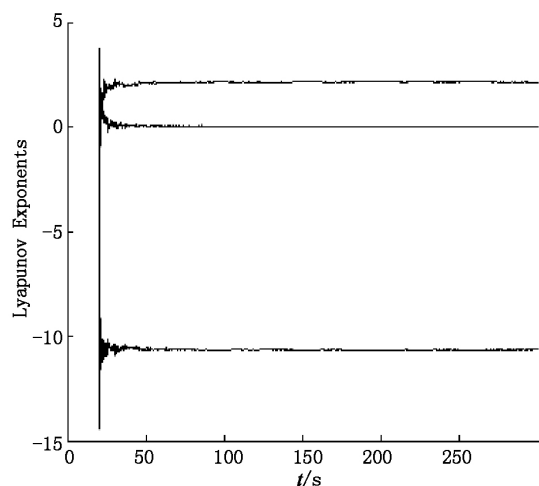


图1 Lyapunov 指数谱图

对于(1)式 $\Delta v = \partial \dot{x} / \partial x + \partial \dot{y} / \partial y + \partial \dot{z} / \partial z$, $\Delta v = -a + d - c = -8.5$ 表明该变形 Liu 混沌系统是一个耗散系统,当 $t \rightarrow \infty$ 时,该系统轨迹的每个体积元以指数率为 -8.5 收缩到 0,也就最终该系统都会运动到一个特定的吸引子上^[15],即该系统存在一个吸引子.

2 变形 Liu 混沌系统数值模拟

当 $a = 10$ $b = 40$ $c = 2.5$ $d = 4$ $k = 1$ $h = 4$ 时,取初始值为 $(0.01 \ 0.20 \ 0)$ 时,该系统吸引子的相图、时域波形图如图 2 ~ 图 5 所示.

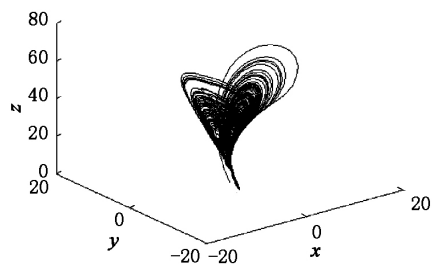


图2 3 维相轨迹

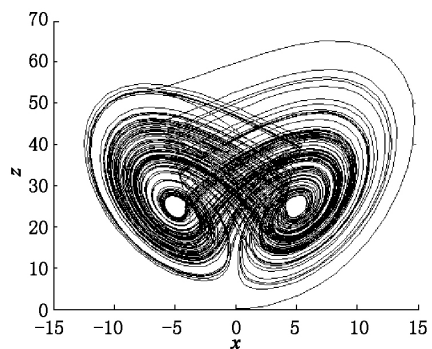


图3 xz 平面相轨迹

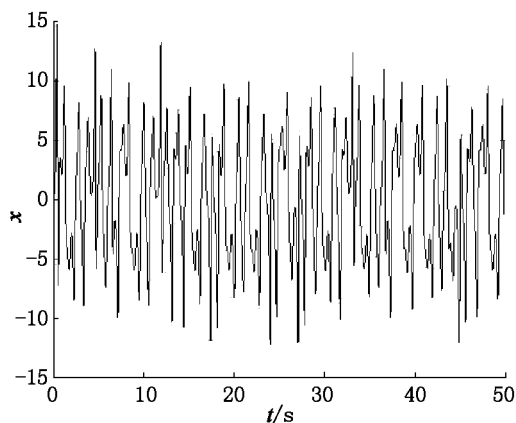


图4 x 轴时域波形

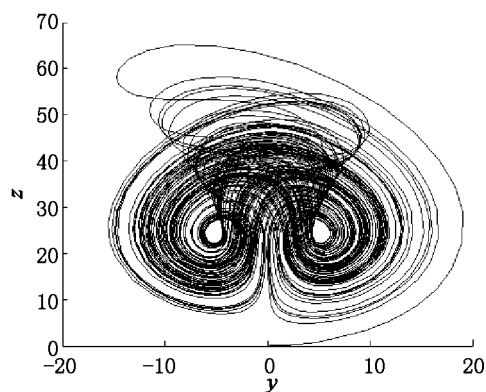


图5 y-z 平面相轨迹

从系统 Jacobian 矩阵特征值、各个相图、时域波形图、Lyapunov 指数谱和系统吸引子存在大于 0 的 Lyapunov 指数,其维数为分数,系统为耗散系统,可知该变形 Liu 系统(1) 是混沌系统,吸引子为典型混沌吸引子.

3 变形 Liu 混沌系统的仿真电路软件实验研究

利用运算放大器(741)、乘法器(AD633)、电阻、电容等器件来实现变形 Liu 混沌系统,其电路原理如图 6 所示.

依据电路分析理论,得到电路原理各方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} y - \frac{R_3 R_6}{R_2 R_4 R_5 C_1} x, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{R_9}{R_7 R_{10} C_2} x - \frac{R_6 R_9}{R_5 R_8 R_{10} C_2} xz + \frac{R_9}{R R_{10} C_2} y, \\ \frac{dz}{dt} = -\frac{R_{12} R_{15}}{R_{13} R_{14} R_{16} C_3} z + \frac{R_6^2 R_{12}}{R_5 R_{11} R_{13} C_3} x^2. \end{cases} \quad (3)$$

(3) 式与(1)式比较,有 $a = R_3 / (R_1 R_4 C_1) = (R_3 R_6) / (R_2 R_4 R_5 C_1)$ $b = R_9 / (R_7 R_{10} C_2)$ $k = (R_6 R_9) / (R_5 R_8 R_{10} C_2)$ $d = R_9 / (R R_{10} C_2)$ $c = (R_{12} R_{15}) / (R_{13} R_{14} R_{16} C_3)$ $h = (R_6^2 R_{12}) / (R_5 R_{11} R_{13} C_3)$.

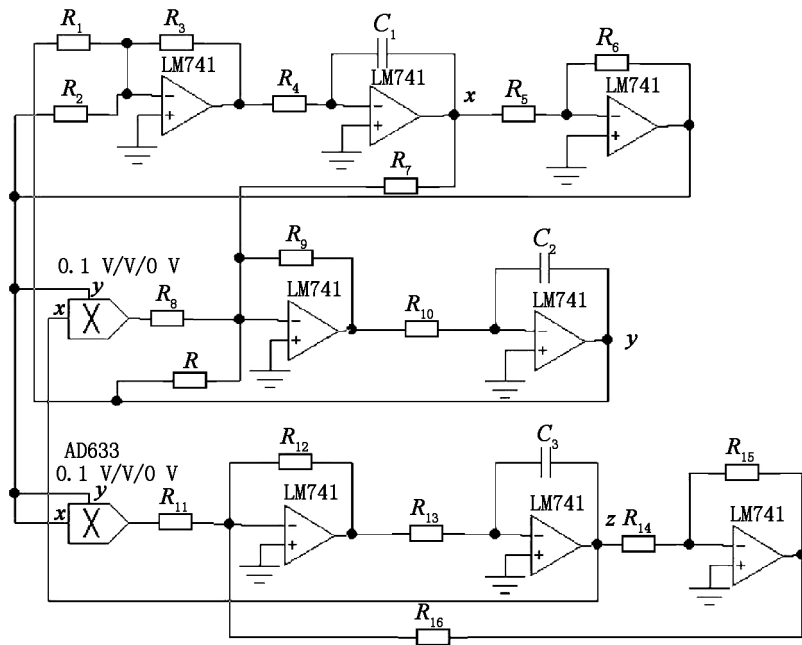


图6 电路原理图

取 $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \mu\text{F}$ $R_1 = R_5 = R_{12} = R_{14} = R_{15} = 10 \text{ k}\Omega$ $R_3 = 16 \text{ k}\Omega$ $R_2 = R_6 = R_7 = 20 \text{ k}\Omega$ $R_4 = R_{10} = R_{13} = 100 \text{ k}\Omega$ $R_8 = 8 \text{ k}\Omega$ $R_{11} = 1 \text{ k}\Omega$ $R_9 = 40 \text{ k}\Omega$ $R_{16} = 25 \text{ k}\Omega$ 时,得到变形 Liu 混沌系统的相图如图 7 所示,与图 2 一致。

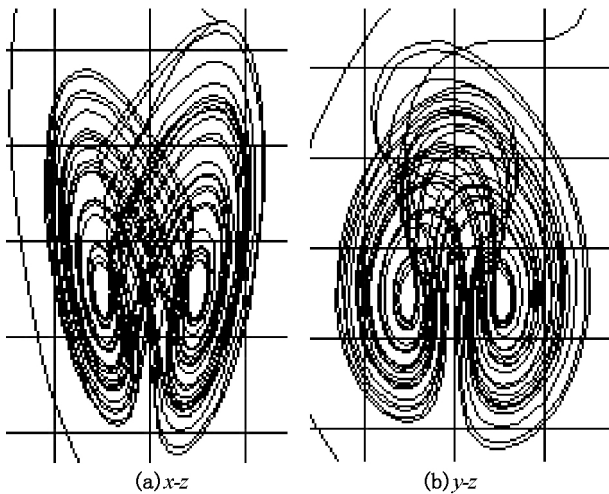


图7 电路实验相图

4 结论

该文给出一个新的混沌系统,通过以上理论分析和数值实验、电路软件仿真,从相图、时域图、Lyapunov 指数谱、Lyapunov 指数及分维数等验证了该系统的混沌特性。

在 Liu 混沌系统的第 2 式中,增加一个线性反馈控制项,即可构造出一个有多个平衡点、吸引子与

Liu 混沌系统相似、有更为复杂动力学行为的变形 Liu 混沌系统,更利于信息的掩埋,有益保密通信;设计了硬件电路,对系统的实际应用提供了较好的帮助,对混沌电路系统设计提供一种方法。

5 参考文献

- [1] Lorenz E N. Deterministic non-periodic flows [J]. J Atmos Sci, 1963, 20: 130-141.
- [2] Luo Mingwei, Luo Xiaohua, Li Huaqing. A family of four-dimensional multi-wing chaotic system and its circuit implementation [J]. Acta Phys Sin, 2013, 62(2): 20512.
- [3] 于灵慧, 房建成. Henon 混沌同步的自适应逆控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 623-626.
- [4] Wu Jiagui, Wu Zhengmao, Lin Xiaodong, et al. Theoretical model and characteristics investigations of dual-channel optical chaotic communication system [J]. Acta Physica Sinica, 2005, 54(9): 4169-41675.
- [5] Lu Anshan, Zhou Xiaozhu. A new chaotic system and its synchronization [J]. Journal of Henan Normal University: Natural Science, 2008, 36(1): 66-68.
- [6] Chen Guangrong, Tetsushi Ueta. Yet another chaotic attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465-1466.
- [7] Wang Jiezhi, Chen Zengqiang, Yuan Zhuzhi. The generation of a hyperchaotic system based on a three-dimensional autonomous chaotic system [J]. Chinese Physics, 2006, 15(6): 1216-1225.
- [8] Park J H. Adaptive synchronization of hyperchaotic Chen

- system with uncertain parameters [J]. Chaos ,Solitons & Fractals 2005 ,26: 959-964.
- [9] Wang Faqiang ,Liu Chongxin. Hyperchaos evolved from the Liu chaotic system [J]. Chinese Physics B 2006 ,15(5) : 963-968.
- [10] 刘扬正 林长圣 姜长生. 新的四维超混沌 Liu 系统及其混沌同步 [J]. 电子科技大学学报 ,2008 ,37(2) : 235-237 296.
- [11] Liu Chongxin ,Liu Tao ,Liu Ling ,et al. A new chaotic attractor [J]. Chaos ,Solitions and Fractal ,2004 ,22(5) : 1031-1038.
- [12] 屈双惠 杨志宏 于津江 等. 相加、复合混沌系统中参数的协调关系 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版 , 2011 ,35(2) : 161-164.
- [13] 屈双惠 吴淑花 杨志宏 等. 一个新4维超混沌系统的行为特性及其同步 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版 2012 ,36(1) : 87-91.
- [14] 刘扬正. 超混沌 Liu 系统的电路实现 [J]. 物理学报 , 2008 ,57(3) : 1439-1443.
- [15] 陆安山 李尚平. 二平衡点非线性系统的混沌动力学特征 [J]. 桂林工学院学报 2008 ,28(3) : 430-433.

The Study on a New Modified Liu Chaotic System Analysis and Circuit Experiments Study

LU An-shan^{1,2} ,LU Yi-min¹

(1. College of Electrical Engineering ,Guangxi University ,Nanning Guangxi 530004 ,China;

2. College of Physics and Electronics Engineering ,Qinzhou University ,Qinzhou Guangxi 535000 ,China)

Abstract: A new modified Liu chaotic system is devised. To study its dynamic behavior analysis ,numerical study of the phase diagram of the system ,time domain graph ,the eigenvalues of Jacobian matrix ,the Lyapunov exponent spectrum and dimension ,the circuit simulation software design and implementation of the modified Liu chaotic attractors ,numerical and circuit simulation experiments to verify its correctness.

Key words: modified Liu chaotic system; Lyapunov exponent; fractal dimension; experiment software circuit

(责任编辑: 冉小晓)