文章编号:1000-5862(2016)01-0039-04

集族交运算的连续性和不动点、Fan Ky点的通有稳定性

左勇华[1],卢美华[2]
(1.清华大学深圳研究生院,广东 深圳 518055;2.江西科技学院理科部,江西 南昌 332200)

摘要:建立集合族空间,讨论了公共元的通有稳定性,得到了闭集族空间上的交运算在Hausdorff拓扑下的上半连续性,并研究了不动点、Fan Ky点的通有稳定性.

关键词:集合族空间;公共元;KKM点;Nash均衡点
中图分类号:F 224.0;O 153.1 文献标志码:A DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2016.01.07

0 引言

数学技术日益深入并广泛应用于经济理论和社会选择理论,事实上,肇始于"一般均衡"的经济理论严密化就直接依托不动点工具.数理经济中应用的数学方法主要是非线性分析,如凸分析、不动点理论、集值拓扑(Correspondences)等.自从1994年Nobel经济奖得主R.Selten提出均衡点的精练[1]以来,作为对"理性"概念进行提炼的均衡点选择和精炼理论获得了深入的研究,而研究方法也正是非线性分析方法,特别是集值拓扑关于通有稳定性.集值拓扑方法关于通有稳定性的研究自从1950年M.K.Fort的开创性结果以来,在不动点、Fan Ky点、KKM点、Nash平衡点以及重合点上获得了广泛而优美的结论[2-5].近期仍有一些新结果出现[6-12],这些新结果无论是通有稳定性还是本质连通区都涉及集值拓扑的交运算;而通有稳定的本质是什么,是否具有统一的特征,特别是多样性拓扑框架稳定性的本质,现有文献并没有予以揭示.本文以交运算研究集族空间公共元的稳定性,并力求以交运算的连续性研究一系列问题的通有稳定性的结果,这也就揭示了通有稳定的本质.

1 预备知识及符号说明

设(X,d)是度量空间,$CL(X)$为X的全体非空闭子集,$K(X)$为全体非空紧子集,2^X为幂集.$\forall A\subset X$,称$A+\varepsilon=\{x\in X\mid \exists a\in A,d(a,x)<\varepsilon\}$为$A$的$\varepsilon$扩张,$\forall A,B\in CL(X)$,定义$H_d(A,B)=\inf\{\varepsilon\mid A\subset B+\varepsilon,B\subset A+\varepsilon\}$.这样建立了Hausdorff度量空间$(CL(X),H_d)$,称之为集合族空间(集族空间).显然$(CL(X),H_d)$完备当且仅当$(X,d)$完备.$K(X)$在$(CL(X),H_d)$中闭.

定义1 X,Y均为拓扑空间,$F:X\to 2^Y$为集值映射,x_0为X中的一点.称F在x_0上半连续,若Y中任何一个$F(x_0)$开邻域u,存在x_0的邻域v,$x'\in v$有$F(x')\subset u$.F在X中每一点都上半连续,则称F在X上下半连续.

引理1(Fort定理)[4] X为拓扑空间,Y为度量空间,$F:X\to 2^Y$上半连续且非空紧值(即usco映射),则存在X的稠密剩余集Q,使F在Q上下半连续,从而连续.

2 主要结果

本文中度量空间生成集族空间的拓扑均为Hausdorff度量生成Hausdorff拓扑.X为紧度量空间,任意有限个交非空,$A_1,A_2,\cdots,A_k\in CL(X)$,显然当$\varepsilon$收敛于0时,$A_1,A_2,\cdots,A_k$的$\varepsilon$扩张的交收敛于$A_1,A_2,\cdots,A_k$的交集.

引理2[11] 度量空间X紧,当$i\leqslant k$时,$\{A_i^n\}_{n=1}^{\infty}\subset CL(X)$,$A_i^n\to A_i(n\to\infty)$,若$\forall n$,$\bigcap_{i=1}^{k}A_i^n\neq\varnothing$,则$\bigcap_{i=1}^{k}A_i\neq\varnothing$.

为了讨论不动点,只要2个集合交即可,但Fan Ky点就要涉及无限甚至不可算个集合的交.为此,进一步讨论集族为无限个元素的情形,形成如下集

收稿日期:2015-11-05
基金项目:国家自然科学基金(61563020)资助项目.
作者简介:左勇华(1976-),男,江西湖口人,研究员,博士,主要从事数理经济、博弈论、产业经济和科技政策等的研究.

族空间.

定义 2 设度量空间 (X,d) 完备,I 是指标集,$\{\beta_\alpha\}_{\alpha\in I}$ 是 (X,d) 上适合 $\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha\neq\varnothing$ 的紧族. 适合以上条件的集族全体形成 Y_I,称 Y_I 为 X 上指标 I 的紧集集合族空间,简称为集族空间. $\forall y_1,y_2\in Y_I$,分别记 $y_1=\{\beta_\alpha^1\}_{\alpha\in I}$、$y_2=\{\beta_\alpha^2\}_{\alpha\in I}$,定义函数 $\rho_I(y_1,y_2)=\sup_{\alpha\in I}H_d(\beta_\alpha^1,\beta_\alpha^2)$,显然 $\rho_I(y_1,y_2)$ 是 Y_I 上的度量.

定义 3 $\forall y=\{\beta_\alpha\}_{\alpha\in I}\in Y_I$,记 $F_I(y)=\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha$,称集值映射 $F_I:Y\to 2^X$ 为 Y_I 上的公共元映射.

定理 1 度量空间 (X,d) 完备,则集族空间 (Y_I,ρ_I) 是完备度量空间.

证 任取 (Y_I,ρ_I) 的 1 个柯西列 $\{y^n\}_{n=1}^\infty$,$y^n=\{\beta_\alpha^n\}_{\alpha\in I}$. 显然,固定每个 $\alpha\in I$,则序列 $\{\beta_\alpha^n\}_{n=1}^\infty$ 也为 $K(X)$ 的柯西列,必有极限,记为 β_α,显然 β_α 紧;以这些 β_α 形成新的集合族,记为 $y=\{\beta_\alpha\}_{\alpha\in I}$. 下面证明 $y=\{\beta_\alpha\}_{\alpha\in I}\in Y_I$,即证 $\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha\neq\varnothing$.

随意固定 $\alpha_0\in I$,$\beta_{\alpha_0}\in y$,$\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha=\bigcap_{\alpha\in I}(\beta_\alpha\cap\beta_{\alpha_0})$,记 $\gamma_\alpha=\beta_\alpha\cap\beta_{\alpha_0}$ 是紧空间 $\beta_{\alpha_0}(\in y)$ 的紧子集;故要证 $\bigcap_{\alpha\in I}\gamma_\alpha\neq\varnothing$,只需证 $\{\gamma_\alpha\}_{\alpha\in I}$ 具有有限交性质. 对任何有限个 $\gamma_{\alpha_1},\gamma_{\alpha_2},\cdots,\gamma_{\alpha_k}$,有 $\bigcap_{\alpha\in I}\gamma_\alpha=(\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha)\cap\beta_{\alpha_0}$,$\bigcap_{i=1}^k\gamma_{\alpha_i}=\bigcap_{i=0}^k\beta_{\alpha_i}$. 而对于 $i=0,1,2,\cdots,k$,有 $\beta_{\alpha_i}^n\to\beta_{\alpha_i}(n\to\infty)$ 且 $\bigcap_{i=0}^k\beta_{\alpha_i}^n\neq\varnothing$. 从而 $\bigcap_{i=1}^k\gamma_{\alpha_i}=\bigcap_{i=0}^k\beta_{\alpha_i}^n\neq\varnothing$,则 $y=\{\beta_\alpha\}_{\alpha\in I}\in Y_I$. 另一方面,显然 $\rho(y^n,y)\to 0$,这证明了 (Y_I,ρ_I) 的完备性.

定理 2 对于完备度量空间 (X,d) 生成的集族空间 (Y_I,ρ_I),公共元映射 F_I 在 Y_I 上是 usco 映射.

证 显然 F_I 非空紧值,只需证 F_I 上半连续. 任取收敛列 $\{y_n\}_{n=1}^\infty(y_n=\{\beta_\alpha^n\}_{\alpha\in I})$,且 $y_n\to y_0(n\to\infty)$ 及 $y_0=\{\beta_\alpha^0\}_{\alpha\in I}$. 任何 $F_I(y_0)$ 的开邻域 G,$\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha^0\subset G$,下证 $y_0=\{\beta_\alpha^0\}_{\alpha\in I}$ 必有有限成员交包含于 G. 否则,若 $y_0=\{\beta_\alpha^0\}_{\alpha\in I}$ 中任何有限交不包含于 G,记 $1\leqslant i\leqslant k$,任取 k 个 $\beta_{\alpha_i}^0$,必有 $\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0\not\subset G$,则 $\beta_{\alpha_1}^0\cap\cdots\cap\beta_{\alpha_k}^0\cap G^c\neq\varnothing$. 于是 $y_0\cup G^c$ 为 X 中有限交性质的闭族. 随意固定 α_0,$\beta_{\alpha_0}^0\cap\beta_\alpha^0$ 及 $\beta_{\alpha_0}^0\cap G^c$ 为 β_{α_0} 具有有限交性质的闭子集,从而全体交非空,即 $(\bigcap_{\alpha\in I}\beta_{\alpha_0}^0)\cap G^c\neq\varnothing$,则与 $\bigcap_{\alpha\in I}\beta_\alpha^0\subset G$ 矛盾.

故 $y_0=\{\beta_\alpha^0\}_{\alpha\in I}$ 有 $\beta_{\alpha_1}^0,\cdots,\beta_{\alpha_k}^0$,使 $\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0\subset G$. 由 $\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0$ 紧,$d(\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0,G^c)=d_0\neq 0$,$(\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0)+d_0/3\subset G$. 由引理 2 知,$\exists\varepsilon_0$,使 $\bigcap_{i=1}^k(\beta_{\alpha_i}^0+\varepsilon_0)\subset(\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0)+d_0/3\subset G$. 由于 $y_n\to y_0$,$\exists N$,当 $n\geqslant N$ 时,$\rho_1(y_n,y_0)\leqslant\varepsilon_0$,则 $\forall\alpha\in I$ 有 $\beta_\alpha^n\subset\beta_\alpha^0+\varepsilon_0$,故 $\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^n\subset\bigcap_{i=1}^k(\beta_{\alpha_i}^0+\varepsilon_0)\subset(\bigcap_{i=1}^k\beta_{\alpha_i}^0)+d_0/3\subset G$. 则显然 $F(y_n)\subset G$. $F_I:Y_I\to 2^X$ 的上半连续得证,从而是 usco 映射.

定理 2 说明集族的交运算在适当的集族拓扑上是上半连续的. 并由引理 1,可以证明定理 3.

定理 3 存在 Y_I 的 1 个稠密剩余集 Q,使得 $F_I:Y_I\to 2^X$ 在 Q 上连续.

定理 3 说明集族空间 (Y_I,ρ_I) 上公共元是通有稳定的. 从而紧空间上集族空间交运算虽然不是连续运算,但在绝大多数点上是连续的,从而在 Baire 意义下绝大多数的情形是连续的. 事实上,交运算的上半连续性是通有稳定性的一个本质特征,一些重要的通有稳定性总可以用能否通过转化为集族的交而得到判断. 如不动点、Fan Ky 点、KKM 点、Nash 平衡点以及重合点的通有稳定性具有许多结果,而本质上,这些通有稳定性都可以通过转化为集族的交而得以保证.

3 不动点、Fan Ky 点的通有稳定性集族空间刻画

不动点、Fan Ky 点、KKM 点都是最重要的非线性分析工具,在经济数学方面具有广泛的应用. 事实上,就对策论而言,早期无论是 Von Neumann 还是 J. Nash 等,开创博弈论(对策论)研究的奠基之作就是凸分析、集值映射、不动点等理论. 现代博弈论与非线性分析更是紧密联系在一起的,非线性分析的理论和方法对深入研究博弈论中 Nash 平衡点的存在性,尤其是稳定性和精炼问题十分重要. 本节借助集族空间的方法研究不动点、Fan Ky 点的通有稳定性,揭示通有稳定性的本质.

在不同拓扑结构下可以获得不同意义下的不动点稳定性,图象拓扑下不动点的通有稳定性是最弱拓扑下的通有稳定性. 这里借助向淑文等[13]的研究框架,利用集族空间的方法研究不动点的通有稳

定性.

设 X 为赋范空间的非空子集,定义 $M = \{f \mid A$ 是 X 的某一非空紧子集,$f: A \to 2^A$ 上半连续闭值,且在 A 上有不动点$\}$,$\forall f, g \in M$ 定义 $\rho_M(f, g) = H_d(G(f), G(g))$,$(M, \rho_M)$ 为度量函数,其中 $X \times X$ 的度量为 $\bar{d}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = (d^2(x_1, x_2) + d^2(y_1, y_2))^{1/2}$,这里度量 d 由范数导出,$\bar{d}$ 导出 Hausdorff 度量 H_d. 向淑文等[13]证明了当 X 为完备子集时 (M, ρ_M) 完备.

取 $I = \{1, 2\}$,在 $X \times X$ 上定义集族空间 $Y_I = \{(A_1, A_2) \mid A_1, A_2 \in K(X \times X), A_1 \cap A_2 \neq \varnothing\}$,显然 (Y_I, ρ_I) 完备. 对每个 $f \in M$,A 紧和 f 上半连续,则 $G(f)$ 在 $X \times X$ 上紧闭,记 $\Delta_A = \{(x, x) \mid x \in A\}$ 为 $A \times A$ 的对角线,定义 $(G(f), \Delta_A) \in Y_I$. 作 $L: M \to Y_I$ 为 $L(f) = (G(f), \Delta_A)$,显然 $L: M \to Y_I$ 连续单射. 对任何 $f \in M$,记其全体不动点集为 $F(f)$,则定义了集值映射 $F: M \to 2^X$,它是关于不动点的解映射[11].

定理 4 在 M 上必存在 1 个稠密剩余集 Q,使 F 在 Q 上连续.

证 考虑到 $F = F_I \cdot L$,由于 L 是 $M \to Y_I$ 的连续单值映射,根据引理 1,结论显然成立.

定理 4 说明不动点在图象拓扑意义下是通有稳定的. 文献[14]系统归纳了 Fan Ky 点的广泛应用,文献[15-16]充分考虑了 Fan Ky 点在不同结构下的属性. 在不同拓扑结构下 Fan Ky 点的稳定性意义不同,本部分在水平集上定义度量,运用集合族公共元的方法研究 Fan Ky 点的通有稳定性.

设 X 是线性度量空间的非空紧凸集,$\varphi: X \times X \to \mathbf{R}$ 适合条件:

(i) $\forall y \in X$,$\varphi(\cdot, y)$ 下半连续;

(ii) $\forall x \in X$,$\varphi(x, \cdot)$ 为拟凹函数;

(iii) $\forall y \in X$ 均有 $\varphi(y, y) \leqslant 0$.

记 $M = \{\varphi: X \times X \to \mathbf{R}$,$\varphi$ 适合以上 3 个条件且 $\sup\limits_{(x,y) \in X \times Y} |\varphi(x, y)| \leqslant +\infty\}$. 根据 Fan Ky 不等式,有 $x^* \in X$,使 $\varphi(x^*, y) \leqslant 0 (\forall y \in X)$. 称 x^* 为 φ 的 Fan Ky 点,记全体 Fan Ky 点为 $F(\varphi)$,则 $\varphi \to F(\varphi)$ 定义了集值映射 $F: M \to 2^X$,它是关于 Fan Ky 点的解映射. 紧度量空间 (X, d) 完备,取指标集 $I = X$,定义集族空间 $Y_I = \{\{\beta_y\}_{y \in X} \mid \beta_y$ 为 X 的紧集,适合 $\bigcap\limits_{y \in X} \beta_y \neq \varnothing\}$,显然 (Y_I, ρ_I) 完备.

对于 $\varphi \in M$,定义 $\{\beta_y^{\varphi}\}_{y \in X}$,其中 $\beta_y^{\varphi} = \{x \mid \varphi(x, y) \leqslant 0\}$. 由于 $\forall y \in X$,$\varphi(\cdot, y)$ 下半连续,$\beta_y^{\varphi} = \{x \mid \varphi(x, y) \leqslant 0\}$ 闭从而紧. 另外,由于 $\varphi: X \times X \to \mathbf{R}$ 存在 Fan Ky 点,显然 φ 的全体 Fan Ky 点的集合 $F(\varphi) = \bigcap\limits_{y \in X} \beta_y^{\varphi} \neq \varnothing$,则 $\{\beta_y^{\varphi}\}_{y \in X} \in Y_I$. 记 $\{\beta_y^{\varphi}\}_{y \in X} = L(\varphi)$,则 $\varphi \to L(\varphi)$ 定义了 1 个单值映射 $L: M \to Y_I$. $\forall \varphi_1, \varphi_2 \in M$,$\rho_M(\varphi_1, \varphi_2) = \rho_I(\{\beta_y^{\varphi_1}\}_{y \in X}, \{\beta_y^{\varphi_2}\}_{y \in X})$,$\rho_M$ 非负且 $\rho_M(\varphi_1, \varphi_2) = \rho_M(\varphi_2, \varphi_1)$,$\rho_M(\varphi_1, \varphi_2) \leqslant \rho_M(\varphi_1, \varphi_3) + \rho_M(\varphi_3, \varphi_2)$,$\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \rho_M(\varphi_1, \varphi_2) = 0$. 但当 $\rho_M(\varphi_1, \varphi_2) = 0$ 时未必有 φ_1, φ_2 是 M 中同一元素,故 ρ_M 是 M 上的伪度量(不妨称为水平集伪度量).

引理 3 (M, ρ_M) 按 ρ_M 产生的柯西列完备,从而任意剩余集都稠密.

证 设 $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ 是柯西列,即 $\{\{\beta_y^{\varphi_n}\}_{y \in X}\}_{n=1}^{\infty}$ 是柯西列,由于 (Y_I, ρ_I) 的完备性知 $\{\{\beta_y^{\varphi_n}\}_{y \in X}\}_{n=1}^{\infty}$ 有极限,记为 $\{\beta_y^0\}_{y \in X}$. 定义函数

$$\varphi_0(x, y) = \begin{cases} 0, x \in \beta_y^0, \\ 1, x \notin \beta_y^0, \end{cases}$$

显然 $\varphi_0(\cdot, y)$ 下半连续. 而 $\varphi_0(x, \cdot)$ 拟凹等价于 $\forall y_1, y_2 \in X, \lambda \in (0, 1)$ 均有 $\varphi_0(x, \lambda y_1 + (1 - \lambda) y_2) \geqslant \min\{\varphi_0(x, y_1), \varphi_0(x, y_2)\}$,下证之.

首先若 $\varphi_0(x, y_1)$,$\varphi_0(x, y_2)$ 有一个为 0,上式恒成立,故 $\varphi_0(x, \cdot)$ 不拟凹只能是 $\exists y_1, y_2$ 及 $\lambda_0 \in (0, 1)$ 使 $\varphi_0(x, y_1) = \varphi_0(x, y_2) = 1$,但 $\varphi_0(x, \lambda_0 y_1 + (1 - \lambda) y_2) = 0$,即 $x \notin \beta_{y_1}^0$,$x \notin \beta_{y_2}^0$ 但 $x \in \beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^0$. 由分离性知,$\exists r \in \mathbf{R}$,使 $x + r \cap \beta_{y_1}^0 + r = \varphi$,$x + r \cap \beta_{y_2}^0 + r = \varphi$. 由于 $\{\beta_y^{\varphi_n}\}_{y \in X} \to \{\beta_y^0\}_{y \in X} (n \to \infty)$,则 $\exists N_1$,当 $n \geqslant N_1$ 时,$\rho_I(\{\beta_y^{\varphi_n}\}_{y \in X}, \{\beta_y^0\}_{y \in X}) \leqslant r$,必有 $\beta_{y_1}^{\varphi_n} \subset \beta_{y_1}^0 + r$,$\beta_{y_2}^{\varphi_n} \subset \beta_{y_2}^0 + r$,则 $x + r \cap \beta_{y_i}^{\varphi_n} = \varphi$ $(i = 1, 2)$,于是 $\forall x' \in x + r$,$x' \notin \beta_{y_i}^{\varphi_n}$,即 $\varphi_n(x', y_i) > 0$. 由于 $\varphi_n(x, \cdot)$ 的拟凹性知 $\varphi_n(x', \lambda_0 y_1 + (1 - \lambda) y_2) > 0$,即 $x' \notin \beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^{\varphi_n}$,从而 $x + r \cap \beta_{\lambda_0}^{\varphi_n} y_1 + (1 - \lambda_0) y_2 = \varphi$,则 $x \notin \beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^{\varphi_n} + r$,但 $\beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^0 \subset \beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^{\varphi_n} + r$,于是 $x \notin \beta_{\lambda_0 y_1 + (1-\lambda_0) y_2}^0$,产生矛盾. 故 $\varphi_0(x, \cdot)$ 的拟凹性得证.

对每一 y 均有 $\varphi_n(y, y) \leqslant 0$,即 $y \in \beta_y^{\varphi_n}$,从而 $y \in \beta_y^0$,故 $\varphi_0(y, y) = 0$ 成立. 归纳得证 $\varphi_0 \in M$,则 (M, ρ_M) 的完备性得证,从而任意剩余集都稠密.

定理 5 在 M 上存在 1 个稠密剩余集 Q,使 F 在 Q 上连续.

证 作映射 $L: M \to Y_I$ 为 $L(\varphi) = \{\beta_y^{\varphi}\}_{x \in X}$. 显然 L 是连续单射. 而 $F: M \to 2^X$ 可以写为 $F = F_I \cdot L$,根据引理 1 结论成立.

定理 5 说明 Fan Ky 点关于水平集度量是通有稳定的.

4 参考文献

[1] Selten R. A re-examination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games [J]. Inter J Game Theory,1975,4(1):25-55.

[2] Yu Jian,Xiang Shuwen. On essential components of the set of Nash equilibruim points [J]. Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications,1999,38(2):259-264.

[3] Fan K. A minimax inequality and applications [M]. New York: Academic Press,1972.

[4] Fort M K. Points of continuity of semi-continuous functions [J]. Publ Math Debrecen,1951,2(1):100-102.

[5] Yu Jian,Xiang Shuwen. The stability of the set of KKM points [J]. Nonlinear Analysis Theory Methods and Applications,2003,54(5):839-844.

[6] Carbonell-Nicolau O. Further results on essential Nash equilibria in normal-form games [J]. Economic Theory,2014,59(2):277-300.

[7] 陈剑尘,龚循华. 锥凸对称向量拟均衡问题解集的通有稳定性 [J]. 数学物理学报,2010,30(4):1006-1017.

[8] 贾文生,向淑文. 信息集广义多目标对策弱 Pareto-Nash 平衡点的存在性和稳定性 [J]. 运筹学学报,2015,19(1):9-17.

[9] 高静,邬冬华,张广. 不确定条件下 n 人非合作博弈均衡点集的通有稳定性 [J]. 应用数学与计算数学学报,2014,28(3):336-342.

[10] 杨光惠,向淑文. 广义极大元的通有稳定性 [J]. 广西师范大学学报:自然科学版,2013,31(1):54-56.

[11] 左勇华. 集合族交运算的上半连续性和公共元的通有稳定性 [J]. 江西师范大学学报:自然科学版,2012,36(1):67-70.

[12] 张德金. 有限理性与 KKM 点集的稳定性 [J]. 重庆师范大学学报:自然科学版,2011,28(1):31-34.

[13] 向淑文,杨辉. 集值映象的图象拓扑与不动点的通有稳定性 [J]. 应用数学学报,2001,24(2):221-226.

[14] 俞建,袁先智. 樊畿不等式及其在博弈论中的应用 [J]. 应用数学与计算数学学报,2015,29(1):59-68.

[15] 文开庭. 转移紧开覆盖的新的 Ky Fan 匹配定理及其对极大元的应用 [J]. 数学进展,2009(3):295-301.

[16] 张石生,康世焜,郭伟平. Ky Fan 匹配定理的推广及应用 [J]. 四川大学学报:工程科学版,1994(6):53-59.

The Continuity of Sets´ Intersection Operation and the Generic Stability of Fixed Point and Fan Ky Point

ZUO Yonghua[1],LU Meihua[2]

(1. Graduate School at Shenzhen,Tsinghua University,Shenzhen Guangdong 518055,China;

2. School of Science,Jiangxi University of Technology,Nanchang Jiangxi 332200,China)

Abstract: A family-of-set space is established. And its common elements´ generic stability is studied. The upper semi-continuity of operation of sets´ intersection in family-of-closed-set space is obtained. And generic stability of fixed point and Fan Ky point is studied.

Key words: family-of-set space; common elements; KKM point; Nash equilibrium point

(责任编辑: 曾剑锋)