

文章编号: 1000-5862(2018)02-0199-05

人体脑血流问题的并行数值模拟

吴伯凯¹, 许文馨², 闫争争², 孙 哲^{1*}, 陈荣亮², 刘 嘉²

(1. 江西师范大学数学与信息科学学院, 江西 南昌 330022; 2. 中国科学院深圳先进技术研究院, 广东 深圳 518055)

摘要: 设计了一套高性能血流动力学数值模拟系统, 包括几何模型构建、计算网格生成、流体方程离散和求解以及计算结果可视化和分析等模块. 重点介绍流体方程的求解模块, 并通过对北京天坛医院提供的 1 个真实脑中风病例(包括术前和术后)的血流动力学瞬态模拟案例来验证系统的可靠性和效率. 模拟结果显示: 计算获得的各项参数(包括压力、速度、剪切力等)的分布与临床观察结果基本一致. 该系统的并行性能测试结果显示: 当模型的网格单元数量为 2.12×10^6 , CPU 核数扩展至 128 时, 系统仍可达到 72.43% 的并行效率.

关键词: 血流动力学; 有限元方法; 流体计算; 并行计算; 区域分解算法

中图分类号: O 246 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2018.02.14

0 引言

近年来, 心脑血管疾病呈现了“低龄多发”的趋势, 已经成为 3 大死亡率最高的疾病之一. 大量的研究表明血管疾病与血流动力学因素有着密切的关系. 比如发生动脉粥样硬化部位的壁面剪切力(WSS)往往比较低, 动脉瘤的发展往往伴随着血流的速度及其对血管壁压强的变化等. 因此, 深入了解血管中血流动力学参数的变化, 对于血管疾病的研究十分有必要.

随着医学成像技术、高性能计算机和计算方法的发展, 数值计算越来越多地应用于血流动力学的研究. 人体血流动力学数值模拟研究起步于 20 世纪 80 年代, 经过几十年的发展有了大量研究成果^[1-6], 如彭红梅等^[7]对 Y 型动脉血管中的血液流动进行了 2 维数值模拟; G. Abdoulaev 等^[8]构建了 1 套血流动力学数值模拟软件集成系统; 乔爱科等^[9]实现了胸主动脉弯曲处血液流动的数值模拟. 然而现有的研究仍然存在着一些不足, 如彭红梅等^[7]主要考虑的是 2 维模型, 与真实的 3 维人体血管模型仍有一定的差距; G. Abdoulaev 等^[8]所使用的 3 维血管模型还比较理想化, 并没有基于真实的人体血管几何模型进行模拟; 乔爱科等^[9]主要借助于通用的流

体力学软件, 使得算法的优化受限, 当问题的规模较大时计算时间过长, 从而限制了模拟的规模. 整体而言, 人体血流动力学的数值模拟研究仍处于初级阶段, 尚有大量需要解决的问题, 比如现有研究中所采用的血管模型真实度还不够高, 并且缺乏具有自主知识产权的算法和软件. 总而言之, 需展开进一步研究.

本文基于真实的医学影像数据, 建立人体脑血管的 3 维形态学模型及相应的计算网格, 构造 1 套能够快速求解大规模血流动力学方程的并行算法和相应的软件包. 然后对北京天坛医院提供的 1 个真实病例(包括术前和术后)数据进行了血流动力学瞬态模拟, 用来验证研发系统的可靠性和稳定性. 模拟结果显示: 计算获得的物理参数(包括压力、速度和 WSS 等)与临床观察结果基本一致, 因而在一定程度上验证了系统的正确性. 算法的并行性能测试结果显示: 当模型的网格单元数量为 2.12×10^6 , CPU 核数扩展至 128 时, 系统仍具有高达 72.43% 的并行效率, 因而这表明该系统具有利用更多处理器核更快速地求解更大规模问题的潜能(由于受计算机资源的限制, 目前只测试了 128 个 CPU 核).

1 数学模型

假设血流是各向同性、不可压缩且具有恒定密

收稿日期: 2017-11-15

基金项目: 国家 863 计划课题(2015AA01A302)和国家自然科学基金(91330111, 11401564, 61531166003)资助项目.

通信作者: 孙 哲(1983-), 男, 湖南邵阳人, 副教授, 博士, 主要从事计算流体力学、偏微分方程数值解等方面的研究.

E-mail: snzma@126.com

度和粘度的牛顿流体,脑血管壁刚性不可压、无渗透性,血管壁无滑移。基于上述假设,由质量守恒定律和动量守恒定律,可以推导出描述粘性不可压缩流体运动的 Navier-Stokes 方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \vec{f}, \\ \nabla \cdot \vec{u} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \vec{u}(x, y, z) = \hat{u} \text{ 在入口边界上,} \\ \vec{T} \cdot \vec{n} = 0, \text{ 在出口边界上,} \\ \vec{u}(x, y, z) = 0 \text{ 在其他边界上,} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ 表示血流的速度, \hat{u} 表示入口速度, ρ 表示血流的密度, μ 为血液粘度系数, $\nu = \mu/\rho$ 为运动粘性系数, p 表示压力, t 是时间, \vec{T} 是应力张量, \vec{n} 是外法向矢量, \vec{f} 为给定的外力。

2 数值模拟方法

本文提出的数值模拟方法包括如下模块:几何模型构建与计算网格生成、网格剖分、方程离散、非线性求解器和预处理算子等。大致框架如图1所示,限于篇幅,仅重点介绍其中2个核心模块:几何模型

构建及计算网格生成和非线性求解器。

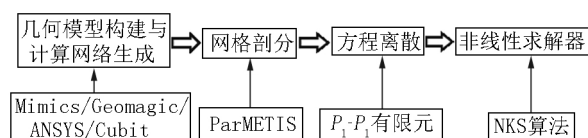


图1 数值模拟方法框架

2.1 几何模型构建及网格划分

建立模型所使用的原始影像为北京天坛医院提供的病例(Case25)的CTA影像数据,因颅内颈动脉LC6段狭窄(狭窄率约60%),做支架介入手术(CAS)治疗。术前和术后分别命名为Case25pre和Case25post。

首先使用医学图像处理软件Mimics,采用阈值分割和手动分割相结合的方法,得到由脑血管主体部分构成的3维模型;然后对3维血管模型作进一步处理,该过程主要包括去掉远端细枝、保留血管主干部分、把血管进行分离、平滑等几何清理工作;将出口和入口进行平面化以便于施加边界条件,最终得到初步的几何模型,如图2所示。该病人在脑中动脉处有一个大约70%的狭窄,医生想了解该狭窄对整个脑部血流动力学的影响,特别是狭窄处的血流动力学变化情况,因其对该病的治疗和日后的发展趋势有很强的指导意义。

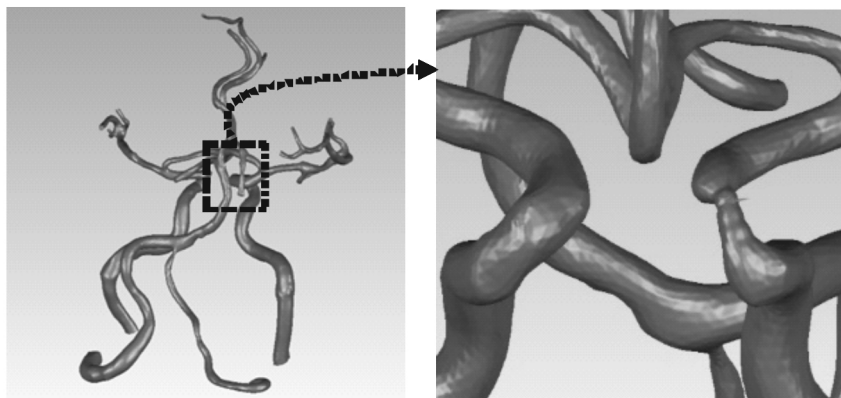


图2 Case25pre的几何模型及狭窄位置特写

利用软件ICEM对几何模型进行网格划分,并对其入口、出口、血管壁边界以及血液流动区域进行标识。同时为了使狭窄段的模拟结果准确,利用密度盒工具对狭窄段的网格做了加密处理。最终生成的计算网格中,Case25pre共有1 491 002个非结构四面体单元,264 218个节点,Case25post有1 660 071个非结构四面体单元,293 787个节点。

2.2 Newton-Krylov-Schwarz 算法

对 Navier-Stokes 方程(1)~(2)的离散,在空间方向采用加稳定化项的 P_1 - P_1 有限元,在时间方向采用全隐式的2阶差分格式。离散后获得一个大型

的非线性方程组,然后采用并行的 Newton-Krylov-Schwarz(NKS)算法^[10]进行求解。NKS算法主要由非精确 Newton 法、Krylov 子空间法和 Schwarz 预处理算子3部分构成,大致框架如下:

Step 1 给定初始值 X_0 ,令 $k=0$;

Step 2 计算非线性函数 $F(X)$ 和相应的 Jacobian 矩阵 J_k ,其中 $J_k = \nabla F(X_k)$;

Step 3 使用 Krylov 子空间法求解如下经过 M_k 预处理的 Jacobian 系统获得搜索方向 S_k ,

$$\|J_k(M_k)^{-1}M_k S_k + F(X_k)\| \leq \eta_k \|F(X_k)\|;$$

Step 4 利用非精确线性搜索获得步长 τ_k ,并

更新迭代解 $X_{k+1} = X_k + \tau_k S_k$;

Step 5 判断是否满足收敛条件,若满足则停止计算,输出 $X = X_{k+1}$,否则令 $k = k + 1$ 转 Step 2.

其中 M_k 为加性 Schwarz 预处理算子,其对整个算法的收敛性、收敛速度及效率起着举足轻重的作用. η_k 为线性迭代终止条件.在上述各个步骤中,Step 2 的线性系统求解所花的时间通常占到总时间的 80% 以上,此处采用预处理的重启型 GMRES 算法进行求解,该方法的残量具有极小性质,在运算中不会中断,不仅具有较好的数值稳定性,也避免了 GMRES 方法每多一次迭代则计算次数和存储空间成线性增长的问题.

2.3 Schwarz 型预处理算子

一般而言,Krylov 子空间算法的收敛速度对条件数比较敏感,当问题的条件数较大时,Krylov 方法的收敛速度较慢,为了进一步加快 Krylov 子空间算法的收敛速度,一种常用的方法是预处理技术,即构造一个预处理算子把原问题的条件数降低,再使用 Krylov 方法进行迭代求解^[11-12].本文采用一种基于区域分解算法的加性 Schwarz 型预处理算子对 Jacobian 系统进行预处理^[13-14],然后再用 Krylov 子空间算法对预处理后的系统进行求解.

设 Ω 为有界的开区域,首先将区域 Ω 分成 N_s 个非重叠的子区域 $\Omega_i, i = 1, 2, 3, \dots, N_s$,然后扩张每个子区域到 Ω_i^δ ,即 $\Omega_i \subset \Omega_i^\delta \subset \Omega, \delta > 0$ 定义为 $\partial\Omega_i^\delta$ 与 $\partial\Omega_i$ 的最小距离.令 N 和 N_i 分别表示 Ω 和 Ω_i^δ 的网格点数.定义 Ω_i^δ 到 Ω 的延拓算子 $R_i^\delta \in R^{N_i \times N}$,若其对应

的变量处于区域 Ω_i 中,则 $(R_i^\delta)_{jk} = 1 (1 \leq j < N_i \text{ 和 } 1 \leq k < N)$,否则 $(R_i^\delta)_{jk} = 0$.基于以上剖分,所采用的加性 Schwarz 预处理算子的定义如下:

$$M_{AS} = \sum_{i=1}^{N_s} (R_i^\delta)^T B_i^{-1} R_i^\delta,$$

其中 B_i^{-1} 为定义在子区域 Ω_i^δ 上的预处理算子,一般取子区域 Jacobian 矩阵 J_i 的逆或 J_i^{-1} 的近似.

NKS 算法结合了 Newton 方法的良好收敛特性、Krylov 子空间方法的存储量少与计算量小以及 Schwarz 预处理天然并行等诸多优点,非常适合并行求解大规模非线性方程组.

3 数值实验

3.1 病例测试

基于上述方法,研发了相应的数值计算软件包,并对天坛医院提供的 1 个真实病例进行了测试.根据医院提供的数据,设定方程中的血流密度 $\rho = 1.06 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,粘度系数 $\mu = 3.5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$,入口速度边界条件根据医院所测压力数据转换得出^[15].模拟总时间和步长分别为 1.25 s 和 0.05 s,所有计算过程均在国家超级计算深圳中心的曙光星云超级计算机上进行.计算结果如图 3 和图 4 所示.通过着重比较 Case25pre 和 Case25post 狭窄区域在入口速度达到峰值时间步的管壁压力、血流速度和壁面剪切力的大小来分析本文所述系统的正确性(其中压力和 WSS 的单位为 0.1 Pa,速度单位为 $10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

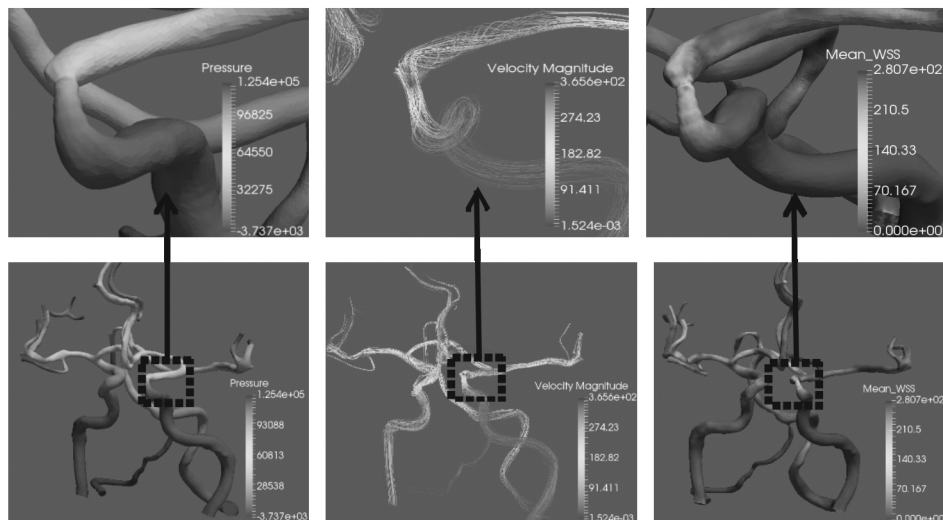


图3 Case25pre 压力、速度和 WSS 全局分布及局部放大图

根据图 3 和图 4 的显示结果发现,术后的狭窄段管壁压力、血流速度和 WSS 比术前显著降低,狭窄远端的气流速度明显升高.记录了 Case25pre 和

Case25post 狭窄段内部监测点在整个周期内每一个时间步的各项血流动力学参数的大小,经过对比分析得出结论: Case25post 狭窄位置的压强、速度和

WSS 比 Case25pre 明显降低 如表 1 所示. 并且经测量发现 狭窄段的血流储备分数由术前的 0.49 上升至术后的 0.64. 模拟结果中各项参数的变化与临床

结论基本一致 验证了通过置入支架有效地改善了远端脑组织低灌注现象.

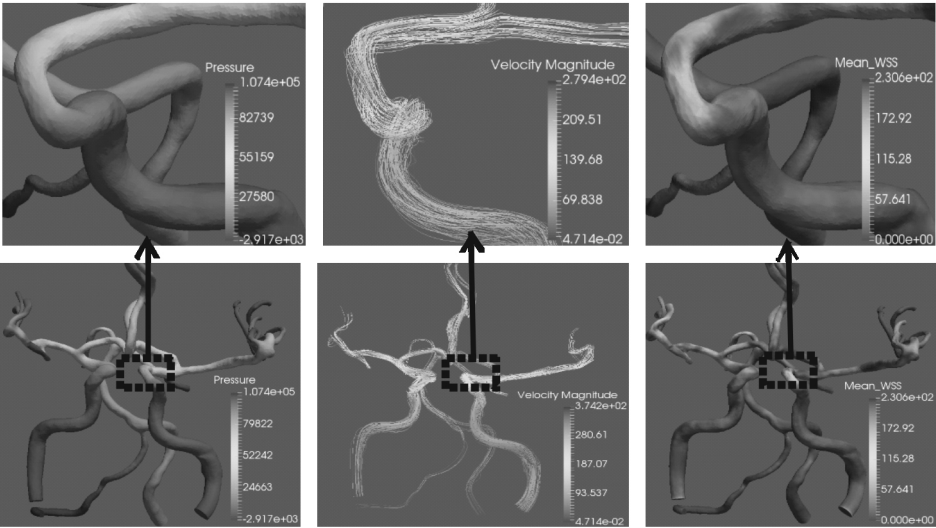


图 4 Case25post 压力、速度和 WSS 全局分布及局部放大图

表 1 术前术后的血流动力学因素对比情况

	压力均值/Pa	血流速度均值/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	WSS 均值/Pa	FFR(CFD)
Case25pre	6 872.6	1.98	2.86	0.49
Case25post	4 186.3	1.72	2.64	0.64

3.2 并行效率

在并行算法研究中,算法的并行效率是评价一套算法的重要指标.为测试算法的并行效率,用不同规模的 CPU 核数分别对单元数为 1.09×10^6 和

2.12×10^6 的 2 个问题求解.表 2 给出了相应的测试结果.结果显示当网格单元数达到 2.12×10^6 ,CPU 核数达到 128 时,算法仍然具有 72.43% 的并行效率.

表 2 并行效率测试结果

网格单元数	CPU 核数	Newton	GMRES	时间/s	加速比	理想状态	并行效率/%
1.09×10^6	16	5.2	324.7	6 281	1.00	1	100.00
	32	5.2	329.8	3 254	2.02	2	102.42
	64	5.3	353.6	1 982	3.35	4	83.63
	128	5.3	450.3	1 317	4.53	8	56.67
2.12×10^6	16	5.8	261.5	10 500	1.00	1	100.00
	32	5.9	290.0	5 126	2.05	2	102.42
	64	5.9	335.2	3 146	3.34	4	83.44
	128	5.9	381.6	1 812	5.79	8	72.43

4 讨论

本文研发了 1 套面向人体血流动力学的高性能数值模拟系统,该系统在前后处理方面集成了一些常用的商业软件,在最为核心的求解模块中,研发了 1 套面向超级计算机的基于非结构网格、全隐全耦合算法的血流动力学高性能计算方法,最后利用 1 个真实的脑中风术前术后病例的血液流动瞬态模拟分析对系统进行验证.模拟结果显示:计算所得的各项参数(包括血流速度、压力、剪切力等)与真实的

物理规律基本相符,且系统具有很好的并行可扩展性,因而这说明该系统具有利用更多处理器核更快速地求解更大规模问题,获得更高精度结果的潜能.

由于本研究主要目的在于验证算法的可行性,因此仅对某例患者进行模拟,后续可对多个病例、不同部位的血液流动展开研究,与临床测量数据以及其他方法的模拟结果进行对比,进一步优化算法.

5 参考文献

[1] 徐梦佳,杨金柱,赵宏,等.面向血管疾病诊断及预测

- 分析的血流动力学模拟综述 [J]. 中国图象图形学报, 2015, 20 (3): 297-310.
- [2] 刘有军, 乔爱科, 黄伟, 等. 血流动力学数值模拟与动脉粥样硬化研究进展 [J]. 力学进展, 2002, 32 (3): 435-443.
- [3] 阿都建华, 尹立雪, 谢盛华. 心脏流场数值模拟研究现状与趋势 [J]. 中华医学超声杂志: 电子版, 2015, 12 (12): 911-915.
- [4] 任国荣, 姜平, 曹泉强, 等. 基于 CT 的 3 维颈内动脉瘤手术前后的血流动力学分析 [J]. 介入放射学杂志, 2013, 22 (10): 825-829.
- [5] 陈尼卡. 颈动脉支架植入后的血流动力学改变 [J]. 中国组织工程研究与临床康复, 2008, 12 (35): 6923-6926.
- [6] Younis H F, Kaazempur-Mofrad M R, Chung C, et al. Computational analysis of the effects of exercise on hemodynamics in the carotid bifurcation [J]. Annals of Biomedical Engineering, 2003, 31 (8): 995-1006.
- [7] Peng Hongmei, Yang Dequan. The boundary element analysis on Y bifurcation arterial hemodynamic characteristics [J]. Chinese Journal of Medical Physics, 2012, 28 (5): 2937-2940.
- [8] Abdoulaev G, Cadeddu S, Delussu G, et al. ViVa: the virtual vascular project [J]. IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, 1998, 2 (4): 268-274.
- [9] Qiao Aike, Guo Xingling, Wu Shigui, et al. Numerical study of nonlinear pulsatile flow in S-shaped curved arteries [J]. Medical Engineering and Physics, 2004, 26 (7): 545-552.
- [10] Cai Xiaochuan, Groppe W D, Keyes D E, et al. Newton-Krylov-Schwarz methods in CFD [C]//Friedrich-Karl Hebbeker. Notes on numerical fluid mechanics. Wiesbaden: Springer, 1994, 47: 17-30.
- [11] 何霞辉, 李庆国, 杨海建. 求解互补问题的 Newton-Krylov-Schwarz 算法 [J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2010, 37 (12): 90-92.
- [12] Hwang Fengnan, Cai Xiaochuan. A parallel nonlinear additive Schwarz preconditioned inexact Newton algorithm for incompressible Navier-Stokes equations [J]. Journal of Computational Physics, 2005, 204 (2): 666-691.
- [13] Cai Xiaochuan, Sarkis M. A restricted additive Schwarz preconditioner for general sparse linear systems [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1999, 21 (2): 792-797.
- [14] 陈荣亮, 蔡小川. 高可扩展区域分解算法及其在流体模拟和优化问题中的应用 [J]. 中国科学: 数学, 2016, 46 (7): 915-928.
- [15] Panerai R B, Dineen N E, Brodie F G, et al. Spontaneous in cerebral blood flow regulation: contribution of PaCO_2 [J]. Applied Physiology, 2010, 109 (6): 1860-1868.

The Parallel Numerical Simulation of Some Cerebral Flow

WU Bokai¹, XU Wenxin², YAN Zhengzheng², SUN Zhe^{1*}, CHEN Rongliang², LIU Jia²

(1. College of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China;

2. Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen Guangdong 518055, China)

Abstract: A set of high performance numerical simulation system for human hemodynamics is developed. The system includes the construction of 3D artery geometry from MRI images, unstructured mesh generation, the discretization and solution of the fluid flow equations, and the analysis of the generation of results. The flow equations solver part in this paper is mainly focused on and the reliability and efficiency of the system are verified by solving a real patient case of stroke (including preoperative and postoperative cases) which is provided by Beijing Tiantan Hospital. The results show that the computed values, including the pressure, the velocity and the wall shear stress are consistent with the clinical conclusion. Regarding to the parallel performance of the method, an almost linear speedup is obtained with up to 128 processor cores for a case with 2.12×10^6 mesh elements and the parallel efficiency is still around 72.43%.

Key words: hemodynamics; finite element method; computational fluid dynamics; parallel computing; domain decomposition method

(责任编辑: 曾剑锋)