

魏光兴,陈永恒.考虑异质性的锦标竞赛机制设计[J].江西师范大学学报(自然科学版),2022,46(1):18-24.

WEI Guangxing, CHEN Yongheng. The mechanism design of tournament incorporating heterogeneity [J]. Journal of Jiangxi Normal University (Natural Science), 2022, 46(1): 18-24.

文章编号:1000-5862(2022)01-0018-07

考虑异质性的锦标竞赛机制设计

魏光兴,陈永恒

(重庆交通大学经济与管理学院,重庆 400074)

摘要:异质性在锦标竞赛中普遍存在,但是学术界研究较少.对于异质性问题,该文分析参赛者之间的博弈关系、参赛者(代理人)与竞赛组织者(委托人)之间的委托代理关系,建立优化模型,设计最优机制,求解最优努力和最优收益,研究异质性如何影响锦标竞赛的机制参数、努力水平和收益高低.研究发现:(i)异质性会改变锦标机制,源于参赛者变弱的异质性会减小机制参数值,而源于参赛者变强的异质性会先减小再增大机制参数值;(ii)异质性会减弱锦标竞赛的竞争性,因为无论能力高低异质性都会同时降低所有参赛者的努力程度;(iii)异质性使低能力参赛者只能获得保留收益,而高能力参赛者可以获得高于保留水平的超额收益,但是过大的异质性反而会减少其超额收益;(iv)源于参赛者变弱的异质性会降低委托人收益,而源于参赛者变强的异质性只有在其变得足够强时才会提高委托人收益.

关键词:锦标竞赛;机制设计;异质性;委托代理;博弈论

中图分类号:O 225;F 123.9 **文献标志码:**A **DOI:**10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2022.01.04

0 引言

锦标竞赛(tournament)以排序定结果,现实应用非常广泛,包括环境规制^[1]、区域发展^[2]、教育改革^[3]和官员晋升^[4]等社会问题,以及减排^[5]、众包^[6]和人事晋升^[7]等运营问题,其中都存在异质性.无论是竞赛中的个人、组织还是区域等,在资源禀赋、生产效率等方面都有先天差异.这种异质性会使优势方无需太努力,而劣势方即使很努力意义也不大,结果导致竞赛不够激烈,弱化了锦标竞赛的激励作用.因此,研究如何根据异质性设计相应的锦标竞赛机制,探究异质性如何影响锦标竞赛激励效果的内在原理,是众多领域共同存在的重要科学问题.由于发展不平衡不充分是当前的基本国情,所以研究这一问题对缓解发展不平衡不充分与人民美好生活需要之间的社会主要矛盾具有积极意义.

G. Tullock^[8]和 E. P. Lazear 等^[9]率先对锦标竞赛进行研究,期刊 JOM (Journal of Management) 在

2014 年刊登专题文章^[10]回顾了锦标竞赛研究的发展历程.这些研究对异质性有较多关注.如海江涛等^[11]考虑技术创新的个体差异,研究了在政府偏袒影响下的固定奖励竞赛模型,分别在存在技术溢出和没有技术溢出条件下设计了有效激励各个投标商积极参与公共产品技术创新的竞赛机制. D. P. Castriello 等^[12]研究发现实施倾斜式的奖金分配(即奖金随着获胜者的身份而变化),可以提高实施锦标竞赛的总收益.类似地, M. Dahm 等^[13]研究了额外奖金(extra prize)问题(即从数量固定的总奖金中扣除一部分用于对低能力者获胜的额外奖励),高能力者获胜则只能得到剩余部分,而低能力者获胜则可以获得全部奖金,这样能提高竞赛的公平性和参赛者的总努力程度. Liu Bin 等^[14]研究了参与竞赛入门成本存在异质性条件的奖金分配问题.而 S. O. Parreiras 等^[15]研究了在成本满足连续分布时异质性的影响,发现异质性不会改变最高努力程度,而会降低总努力.此外,实验经济学不断发现异质性影响锦标竞赛的证据.如文献[16-18]的真实任务实验

收稿日期:2021-06-10

基金项目:重庆市人文社科课题(20SKGH084)资助项目.

通信作者:魏光兴(1977—),男,重庆万州人,教授,博士,博士生导师,主要从事博弈论与机制设计、物流与供应链管理研究. E-mail:wgx777@126.com

(real-effort experiments) 都发现:随异质性增强,锦标竞赛中的高能力者和低能力者的努力程度都会减少;F. Graff等^[19]通过虚拟场景实验(experiments of virtual reality) 研究发现,异质性会降低同事压力对团队合作的激励作用。

这些文献主要研究参赛者之间的博弈关系,分析参赛者的努力程度选择问题。但是,在锦标竞赛中还有竞赛组织者与参赛者之间的委托代理关系,委托人就是竞赛组织者,代理人就是参赛者。竞争博弈关系研究参赛者如何选择努力水平,这是局部最优。委托代理关系进一步研究委托人的机制参数选择,这是全局最优。

对此,本文用委托代理理论研究考虑异质性的锦标竞赛机制设计,分析异质性对锦标机制、努力程度和收益水平等的影响。本文创新之处在于:(i)在研究对象上,考虑了锦标竞赛中的异质性。尽管异质性在现实的锦标竞赛中普遍存在,但是学术界较少关注,没有研究如何根据异质性设计相应的锦标竞赛机制,也没有分析异质性对锦标机制、努力程度等有何影响。(ii)在研究视角上,用委托代理理论从全局最优视角研究异质锦标竞赛的机制设计。现有文献分析了参赛者竞争博弈关系,仅从局部最优的角度研究了参赛者的努力程度选择问题。只有进一步考虑竞赛组织者与参赛者之间的委托代理关系,分析委托人的机制设计问题,才能得到全局最优。(iii)在研究内容上,不仅设计了考虑异质性的锦标竞赛机制,而且分析了异质性对锦标机制、努力程度和收益水平等的影响。现有文献只考虑了参赛者之间的博弈关系,没有研究锦标竞赛的机制设计问题,也没有分析异质性对锦标机制的影响,并且所得努力程度和收益水平只是局部最优的。

与针对特定领域具体问题的应用研究不同,考虑异质性的锦标竞赛机制设计是具有普适性的基础理论研究,是在不同领域中的不同问题的背景下共同存在的科学问题。

1 异质锦标竞赛模型描述

1.1 假设与符号

遵循 A. K. Dixit^[20]的方法,不妨设 2 个能力不同的参赛者 H 和 L 参与锦标竞赛,H 表示高能力者,L 表示低能力者,他们都是风险中性的。产出高者赢得竞赛,将得到 w_h ,而失利者只能得到 w_l ($< w_h$)。定义 $\bar{w} = (w_h + w_l)/2 = w_l + \Delta w/2$ 为均值系

数,决定是否愿意参加竞赛; $\Delta w = w_h - w_l > 0$ 为差值系数,决定是否想赢得竞赛;2 者共同构成锦标机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 。根据委托代理理论^[21],竞赛组织者是委托人,竞赛参与者是代理人。为了吸引人员参与竞赛,也为了给参赛者在锦标竞赛中提供足够激励,委托人要设计恰当的机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 。

参赛者 i 付出努力 e_i 得到产出 $x_i(e_i) = e_i \xi_i$ ^[22]。其中 ξ_i 为随机因素,服从 $[0, +\infty)$ 上的指数分布,密度函数为 $f(\xi) = \lambda e^{-\lambda \xi}$,分布函数为 $F(\xi) = 1 - e^{-\lambda \xi}$,并且 ξ_i 与 ξ_j ($j \neq i$) 相互独立; e_i 表示努力程度,其成本为 $C_i(e_i) = c_i e_i^2/2$, c_i 为边际努力成本。

异质性体现为各参赛者的能力差异,表现为不同的边际努力成本。高能力者的边际努力成本为 c_H ,低能力者的为 c_L ,满足 $c_L > c_H > 0$ 。边际努力成本的差异体现了各参赛者的能力异质程度,被称为异质度。用 $t = \sqrt{c_L/c_H} > 1$ 表示异质度,参赛者之间的能力差异程度越大,异质度 t 就越大。这是为了简化数学形式,也可以用 c_L/c_H 表示能力差异度,不会改变结果。

1.2 博弈关系

各参赛者之间是在给定机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 条件下为赢得竞赛的博弈关系,各参赛者根据机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 和博弈关系选择自己的努力程度,追求各自收益最大,属于局部最优。其中参赛者 i ($= H, L$) 赢得锦标竞赛的概率(即产出高于竞争对手 j ($= H, L, j \neq i$) 的概率)为

$$p(e_i | e_j) = P(x_i > x_j) = P(e_i \xi_i > e_j \xi_j) = P(\xi_j < \xi_i e_i / e_j) = \int_0^\infty F(\xi_i e_i / e_j) f(\xi_i) d\xi_i = \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda \xi_i e_i / e_j}) \cdot \lambda e^{-\lambda \xi_i} d\xi_i = e_i / (e_i + e_j).$$

相应地,在竞赛中失利的概率为 $1 - p(e_i | e_j) = e_j / (e_i + e_j)$ 。可见,获胜概率取决于双方的努力,自己越努力越可能获胜,对手越努力则自己失利可能性越大。而且,与描述随机因素分布情况的参数 λ 无关,由此可假设 $\lambda = 1$,并不会影响研究结论的一般性。于是,参赛者 i 的期望收益为

$$E(R_i) = e_i(\bar{w} + \Delta w/2) / (e_i + e_j) + e_j(\bar{w} - \Delta w/2) / (e_i + e_j) - c_i e_i^2/2 = \bar{w} + (e_i - e_j) \Delta w / (2(e_i + e_j)) - c_i e_i^2/2. \quad (1)$$

参赛者 i 通过选择努力程度来追求最大收益,其最大收益表示为

$$e_i^* = \arg \max_{e_i} E(R_i) = \bar{w} + (e_i - e_j) \Delta w / (2(e_i + e_j)) - c_i e_i^2/2. \quad (2)$$

1.3 委托代理关系

竞赛组织者和参赛者之间是委托代理关系,竞赛组织者是委托人,各参赛者是代理人.委托人设计恰当的机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 来激励参赛者赢得竞赛而努力竞争,委托人会预测到参赛者在机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 下的努力水平,通过调节 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 来追求委托人的最大收益,属于全局最优.作为竞赛组织者的委托人的期望收益为

$$E(R_p) = \sum_{k=H,L} E(x_k) - 2\bar{w} = e_i^* + e_j^* - 2\bar{w}. \quad (3)$$

委托人通过设计恰当的锦标机制 $w = (\bar{w}, \Delta w)$ 来追求最大期望收益.根据委托代理理论^[21],必须满足激励相容约束,即参赛者总是选择使自己收益最大的努力,表示为式(3);同时必须满足参与约束,即参赛者参与竞赛的期望收益不低于保留水平 w_0 ,参与约束条件表示为

$$\bar{w} + (e_i^* - e_j^*)\Delta w / (2(e_i^* + e_j^*)) - c_i(e_i^*)^2 / 2 \geq w_0.$$

于是,委托人在激励相容约束和参与约束下追求最大收益的优化模型表示为

$$\begin{aligned} & \max_{\bar{w}, \Delta w} e_i^* + e_j^* - 2\bar{w}, \\ & \text{s. t. } e_i^* = \arg \max_{e_i} E(R_i) = \bar{w} + (e_i - e_j)\Delta w / \\ & (2(e_i + e_j)) - c_i e_i^2 / 2, \\ & \bar{w} + (e_i^* - e_j^*)\Delta w / (2(e_i^* + e_j^*)) - c_i(e_i^*)^2 / \\ & 2 \geq w_0, \\ & i = H, L, j = H, L, i \neq j. \end{aligned}$$

2 异质锦标竞赛机制设计

2.1 最优机制

根据文献[21],设保留收益 $w_0 = 0$.展开以上优化模型的约束条件,转化为

$$\begin{aligned} & \max_{\bar{w}, \Delta w} e_H^* + e_L^* - 2\bar{w}, \\ & \text{s. t. } e_H^* = \arg \max_{e_H} E(R_H) = \bar{w} + (e_H - e_L)\Delta w / \\ & (2(e_H + e_L)) - c_H e_H^2 / 2, \\ & e_L^* = \arg \max_{e_L} E(R_H) = \bar{w} + (e_L - e_H)\Delta w / (2(e_H + \\ & e_L)) - c_L e_L^2 / 2, \\ & \bar{w} + (e_H^* - e_L^*)\Delta w / (2(e_H^* + e_L^*)) - c_H(e_H^*)^2 / 2 \geq 0, \\ & \bar{w} + (e_L^* - e_H^*)\Delta w / (2(e_H^* + e_L^*)) - c_L(e_L^*)^2 / 2 \geq 0, \end{aligned}$$

其中前2个约束条件分别是高能力和低能力者的激励相容约束,后2个约束条件分别是高能力和低能力者的参与约束.根据1阶条件,2个激励相容约束转化为 $c_H e_H^* = e_L^* \Delta w / (e_H^* + e_L^*)^2$ 和 $c_L e_L^* =$

$e_H^* \Delta w / (e_H^* + e_L^*)^2$, 联立解得

$$(e_H^*)^2 = \sqrt{c_L/c_H} \Delta w / (c_H(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2),$$

$$(e_L^*)^2 = \sqrt{c_L/c_H} \Delta w / (c_L(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2),$$

代入参与约束得

$$\bar{w} - \Delta w / 2 + (2c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H})\Delta w / (2(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2) \geq 0,$$

$$\bar{w} - \Delta w / 2 + (2 + \sqrt{c_L/c_H})\Delta w / (2(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2) \geq 0.$$

根据 $c_H < c_L$ 计算可得

$$(2c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H}) / (2(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2) > (2 + \sqrt{c_L/c_H}) / (2(1 + \sqrt{c_L/c_H})^2),$$

则当低能力者的参与约束成立时高能力者的参与约束一定成立.因此,高能力者的参与约束是冗余的.并且低能力者的参与约束一定取等式,否则可以在不破坏约束条件的前提下通过减小 \bar{w} 进一步增大目标函数值.把取等式的低能力者的参与约束和2个激励相容约束一起代入目标函数,优化问题转化为

$$\max_{\Delta w} \sqrt[4]{1/(c_H c_L)} \sqrt{\Delta w} - (c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)\Delta w / (1 + \sqrt{c_L/c_H})^2.$$

根据1阶条件,最优差值系数为

$$\Delta w^* = (1 + \sqrt{c_L/c_H})^4 / (4c_H \sqrt{c_L/c_H} (c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)^2),$$

代入取等式的低能力者参与约束得最优均值系数为

$$\bar{w}^* = (1 + \sqrt{c_L/c_H})^2 / (8c_H \sqrt{c_L/c_H} (c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)).$$

于是,最优机制为

$$w^* = (\bar{w}^*, \Delta w^*) = ((1+t)^2 / (8c_H t(t^2 + t - 1)), (1+t)^4 / (4c_H t(t^2 + t - 1)^2)) = (t(1+t)^2 / (8c_L(t^2 + t - 1)), t(1+t)^4 / (4c_L(t^2 + t - 1)^2)). \quad (4)$$

由此可得:

定理1 在异质锦标竞赛中,最优机制的均值系数和差值系数都应该随异质度变化而调整.具体而言,异质度和高能力者的边际努力成本共同决定最优机制,或者异质度和低能力者的边际努力成本共同决定最优机制.其中前者由式(4)的第2个等式可得,后者由式(4)的第3个等式得出.

2.2 最优努力

把式(4)代入式(2)得,高能力者和低能力者的最优努力分别为

$$e_H^* = (1 + \sqrt{c_L/c_H}) / (2c_H(c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)) = (1+t) / (2c_H(t^2 + t - 1)), \quad (5)$$

$$e_L^* = (1 + \sqrt{c_L/c_H}) / (2c_H(c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)) = (1+t) / (2c_H(t^2 + t - 1)),$$

$$1)) = (1+t)/(2c_L(t^2+t-1)). \quad (6)$$

由此可得:

定理2 在异质锦标竞赛中,参赛者的最优努力取决于自身能力高低和能力异质度,并且先天优势者会比先天劣势者更努力,即 $e_H^* > e_L^*$.

证 根据式(5)、式(6)和 $\sqrt{c_L/c_H} > 1$ 可得 $e_H^*/e_L^* = \sqrt{c_L/c_H} > 1$.

这在一定程度上与直观认识相矛盾.先天优势者的能力较强,具有竞争先天优势,不需要很努力就能赢得竞赛.而先天劣势者的能力较弱,具有竞争先天劣势,只有很努力才能赢得竞赛.因此,从直观上看,应该是先天劣势者会更努力.但是,以上分析表明,事实上是先天优势者更努力.原因在于2者的努力边际收益和边际成本之比不同.无论是先天优势者还是先天劣势者,增加努力的边际收益体现为赢得竞赛的可能性变大,边际成本体现为会承担更多的努力成本.但是,先天优势者增加努力的边际收益与边际成本之比要大于先天劣势者,即先天优势者投入努力的效率更高.因此,先天优势者的努力程度会高于先天劣势者.

2.3 最优收益

一方面,对参赛者收益,把式(4)~(6)代入式(1)得,高能力者和低能力者的期望收益分别为

$$E(R_H^*) = (c_L/c_H - 1)(\sqrt{c_L/c_H} - 1)^2/(4c_H \cdot \sqrt{c_L/c_H}(c_L/c_H + \sqrt{c_L/c_H} - 1)^2) = (t-1)(t+1)^2/(4c_H t(t^2+t-1)^2), E(R_L^*) = 0. \quad (7)$$

由此可得:

定理3 在异质锦标竞赛中,先天优势者的收益取决于自身能力高低和能力异质度,总会获得高于保留水平的超额收益即 $E(R_H^*) > 0$;而先天劣势者的收益却与自身能力高低和能力异质度都无关,总是只能获得保留收益即 $E(R_L^*) = 0$.

证 根据式(7)和 $\sqrt{c_L/c_H} > 1$ 直接可得 $E(R_H^*) > 0$ 和 $E(R_L^*) = 0$.

联系定理2,这与直观认识一致.先天优势者本来不需要很努力就能赢得竞赛,又比先天劣势者更努力,当然会获得高于保留水平的超额收益.先天劣势者本来只有很努力才能赢得竞赛,而其努力程度却比先天优势者低,当然只能获得保留收益.之所以还能获得保留收益,是因为只有如此先天劣势者才愿意参与锦标竞赛.

另一方面,对委托人收益,把式(4)~(6)代入式(3)得,委托人的期望收益为

$$E(R_p^*) = (1+t)^2/(4c_H t(t^2+t-1)) = (1+t)^2/(4c_L(t^2+t-1)). \quad (8)$$

由此可得:

定理4 在异质锦标竞赛中,委托人收益由异质度和高能力者的边际努力成本共同决定,或由异质度和低能力者的边际努力成本共同决定.其中前者由式(8)的第1个等式可得,后者由式(8)的第2个等式得出.

3 异质性对锦标竞赛的影响

3.1 对机制参数的影响

异质性对机制参数的影响,包括均值系数和差值系数2个方面.

定理5 源于参赛者变弱的异质性会同时减小锦标机制的均值系数和差值系数.即在固定 c_H 时,必有 $\partial \Delta w^*/\partial t < 0$ 和 $\partial \bar{w}^*/\partial t < 0$.但是,源于参赛者变强的异质性会先减小再增大锦标机制的均值系数和差值系数,而且2个机制参数先大后小转折的临界点并不相同.即在固定 c_L 时,若 $1 < t < 2.5289$ 则 $\partial \Delta w^*/\partial t < 0$,反之 $\partial \Delta w^*/\partial t > 0$;若 $1 < t < 1.4812$ 则 $\partial \bar{w}^*/\partial t < 0$,反之 $\partial \bar{w}^*/\partial t > 0$.

证 一方面,固定 c_H ,由式(4)可得

$$\partial \Delta w^*/\partial t = -(1+t)^3(t^3+4t^2+6t-1)^4/(4c_H t^2 \cdot (t^2+t-1)^3),$$

$$\partial \bar{w}^*/\partial t = (1+t)(t^3+3t^2+3t-1)/(8c_H t^2(t^2+t-1)^2).$$

由于 $t > 1$,必有 $\partial \Delta w^*/\partial t < 0$ 和 $\partial \bar{w}^*/\partial t < 0$.

另一方面,固定 c_L ,由式(4)可得

$$\partial \Delta w^*/\partial t = (1+t)^3(t^3-6t-1)/(4c_L(t^2+t-1)), \text{当 } 1 < t < 2.5289 \text{ 时必有 } \partial \Delta w^*/\partial t < 0, \text{当 } t > 2.5289 \text{ 时必有 } \partial \Delta w^*/\partial t > 0; \partial \bar{w}^*/\partial t = (1+t)(t^3+t^2-3t-1)/(8c_L(t^2+t-1)^2), \text{当 } 1 < t < 1.4812 \text{ 时有 } \partial \bar{w}^*/\partial t < 0, \text{当 } t > 1.4812 \text{ 时有 } \partial \bar{w}^*/\partial t > 0.$$

由于异质性,所以在锦标竞赛中的各参赛者能力有强有弱.虽然强弱是相对的,但是弱者变弱和强者变强对锦标机制的影响并不相同.一方面,在弱者逐渐变弱的过程中,主导因素始终是弱者.随着弱者变弱,锦标机制的均值系数和差值系数都会随异质性的增大而减小.但是,随着强者变强,锦标机制的均值系数和差值系数并不是随异质性的增大而增大,而是先减小后增大.弱参赛者的平均能力降低,引起创造的期望产出减少,要求调低均值系数.低能力者赢得竞赛的可能性下降要求调低差值系数,以减小竞赛胜负的收益差距,缩小能力高低不同的先

天差异. 另一方面, 在强者逐渐变强的过程中, 主导因素先是弱者后是强者. 当异质性较小时, 强者变强使弱者地位降低起主导, 要求调低均值系数来维持对弱者的吸引力, 调低差值系数来缩小先天能力差异. 当异质性较大时, 强者变强使强者地位提高起主导, 通过调高均值系数来保持对强者参赛的吸引力和调高差异系数来维持对强者努力的激励.

3.2 对努力程度的影响

关于异质性如何影响参赛者的努力程度, 根据式(5)和式(6), 有如下结论.

定理 6 无论能力高低如何, 异质性都会降低所有参赛者的努力程度, 从而减弱锦标竞赛的竞争性. 竞争对手越弱, 越不努力, 即 $\partial e_H^*/\partial t < 0$; 竞争对手越强, 也越不努力, 即 $\partial e_L^*/\partial t < 0$.

证 根据式(5), 对高能力者有

$$e_H^* = (1+t)/(2c_H(t^2+t-1)),$$

计算得

$$\partial e_H^*/\partial t = (t^2+2t+2)/(2c_H(t^2+t-1)^2) < 0.$$

根据式(6), 对低能力者有

$$e_L^* = t(1+t)/(2c_L(t^2+t-1)),$$

计算得

$$\partial e_L^*/\partial t = -(2t+1)/(2c_L(t^2+t-1)^2) < 0.$$

由定理 6 可见, 异质性对参赛者努力程度只有负向作用, 降低了锦标竞赛的竞争性. 这与 R. G. Hammond 等^[16]和闫威等^[17]等的实验一致, 也与黄宝婷等^[18]的发现相同. 一方面, 有先天优势的高能力者, 由于竞争对手较弱, 所以不需要太努力, 对手越弱, 越不需要努力. 强者要从锦标竞赛中获胜不需要很努力, 更努力虽然可以进一步提高获胜的概率但是也会导致更多的努力成本, 权衡的结果是适当降低努力程度. 另一方面, 处于先天劣势的低能力者, 由于竞争对手较强, 所以即使很努力获胜的希望也不大, 结果也不会太努力, 对手越强, 就越不会努力. 弱者要从锦标竞赛中获胜必须非常努力, 但是由此又会承担太多的努力成本. 权衡的结果也是适当降低努力程度, 虽然如此获胜的概率较小, 但是承担的努力成本也较少. 于是, 无论是先天优势还是先天劣势, 都会降低努力程度. 而且, 优势或劣势越显著, 降低程度就越大, 异质性减弱锦标竞赛竞争性的程度也越强.

3.3 对收益水平的影响

一方面, 关于异质性对参赛者收益水平的影响, 根据式(7), 有如下结论:

定理 7 由于异质性, 所以先天劣势者只能获

得保留收益, 而先天优势者可以获得超额收益. 异质性会扩大先天优势者的超额收益, 但是过大的异质性反而会减少先天优势者的超额收益. 即当 $1 < t < 1.3469$ 时 $\partial E(R_H^*)/\partial t > 0$, 当 $t > 1.3469$ 时 $\partial E(R_H^*)/\partial t < 0$.

证 根据式(7), 关于低能力者的收益, 有 $E(R_L^*) = 0$, 并且关于高能力者的收益, 有 $E(R_H^*) = (t^2-1)(1+t)^2/(4c_H t(t^2+t-1)^2) > 0$, 计算可得

$$\partial E(R_H^*)/\partial t = -(1+t)(t^5+2t^4+t^3-5t^2-4t+1)/(4c_H t^2(t^2+t-1)).$$

由分析可知, 当 $1 < t < 1.3469$ 时 $\partial E(R_H^*)/\partial t > 0$, 当 $t > 1.3469$ 时 $\partial E(R_H^*)/\partial t < 0$.

在异质锦标竞赛中, 先天优势会带来超额收益. 处于先天劣势的低能力者, 只能获得保留收益. 有先天优势的高能力者, 可以获得高于保留水平的超额收益. 而且, 超额收益会随着先天优势的增强而扩大. 但是, 当能力差异太大时, 异质性会减少先天优势的超额收益. 高能力者的先天优势有 2 种作用: 一种是扩大高能力者获胜概率的直接效应, 异质度越大, 先天优势越明显, 直接效应越强; 另一种是缩小高能力者获胜概率的间接效应, 其原因是先天优势会促使大家都降低努力程度, 而且高能力者的降低速度更快(这是因为 $|\partial e_H^*/\partial t| > |\partial e_L^*/\partial t|$), 这种更快更大程度的努力程度降低会急剧缩小高能力者的获胜概率, 异质度越大, 间接效应越强. 当异质度低于临界值时, 直接效应占主导, 超额收益会随着先天优势的增强而扩大; 当异质度超过临界值时, 直接效应占主导, 超额收益会随着先天优势的增强而缩小. 只要异质度还不是特别大, 先天优势就会逐步扩大超额收益.

另一方面, 关于异质性对委托人收益水平的影响, 根据式(8), 有如下结论.

定理 8 参赛者变弱, 委托人收益会降低, 而且越弱越低, 即在 c_H 固定时必有 $\partial E(R_p^*)/\partial t < 0$. 但是, 参赛者变强, 委托人收益并不一定会提高, 只有当变得足够强时才会提高, 即在 c_L 固定的前提下当 $t > 1.4812$ 时有 $\partial E(R_p^*)/\partial t > 0$.

证 根据式(8), 在 c_H 固定时,

$$E(R_p^*) = (1+t)^2/(4c_H t(t^2+t-1)),$$

则

$$\partial E(R_p^*)/\partial t = -(1+t)(t^3+3t^2+3t-1)/(4c_H t^2 \cdot (t^2+t-1)^2) < 0,$$

即越弱越低; 在 c_L 固定时有

$$E(R_p^*) = t(1+t)^2 / (4c_L(t^2+t-1)),$$

则

$$\partial E(R_p^*) / \partial t = (1+t)(t^3+t^2-3t-1) / (4c_L t^2 \cdot (t^2+t-1)).$$

由分析可知,当 $1 < t < 1.4812$ 时有 $\partial E(R_p^*) / \partial t < 0$, 当 $t > 1.4812$ 时有 $\partial E(R_p^*) / \partial t > 0$, 即只有参赛者能力变得足够强才会提高, 否则只会降低委托人的收益。

由定理8可见, 异质性会如何改变委托人收益, 这取决于引起异质性的原因。虽然参赛者变弱和变强都会扩大异质度, 且刻画参赛者能力差距的异质度是相对的, 但是源于不同原因的异质度对委托人收益的影响是不同的。参赛者变弱既会扩大异质度从而降低努力程度, 又会直接降低生产效率, 2者都会减少委托人收益。参赛者变强虽然会扩大异质度从而降低努力程度, 但是会直接提高生产效率, 前者会减少而后者会增加委托人收益。当参赛者变强的幅度较小时, 前者占主导, 参赛者能力小幅变强反而会减少委托人收益。当参赛者变强的幅度较大时, 后者就占主导, 促使参赛者能力显著变强会增加委托人收益。同样会导致异质度扩大的参赛者变弱和变强对委托人的影响并不一样, 参赛者变强并不是一定有利于委托人。

4 结论

针对在锦标竞赛中普遍存在的异质性问题, 分析参赛者之间的博弈关系、参赛者(代理人)与竞赛组织者(委托人)之间的委托代理关系, 建立优化模型, 设计最优机制, 求解最优努力和最优收益, 研究异质性如何影响锦标竞赛的机制参数、努力水平和收益高低。研究发现:

首先, 异质性会改变锦标机制。虽然参赛者变弱和变强都会扩大异质性, 但是2者对锦标机制的影响并不相同。随着参赛者变弱, 异质性会同时减小锦标机制的均值系数和差值系数。而随着参赛者变强, 异质性会先减小再增大锦标机制的均值系数和差值系数。

其次, 异质性会减弱锦标竞赛的竞争性。虽然高能力者具有先天优势, 但是其努力程度会高于先天劣势者。异质性会同时降低所有人的努力程度, 无论是竞争对手变得更弱还是变得更强, 都会越不努力。

再次, 异质性会改变参赛者的收益。由于有先天优势又更努力, 所以高能力者可以获得超额收益, 而低能力者只能获得保留收益。而且, 异质性会扩大先

天优势者的超额收益, 但是过大的异质性反而会减少先天优势者的超额收益。

最后, 异质性一定会改变委托人收益。参赛者变弱会降低委托人收益, 但是参赛者变强并不一定会提高委托人收益, 只有变得足够强才会提高。

这些研究结论具有普适性, 适用于在不同领域中的不同问题, 可以为在不同领域中的具体问题应用研究提供理论基础。

5 参考文献

- [1] WANG Jiayi, LEI Ping. The tournament of Chinese environmental protection: strong or weak competition? [J]. *Ecological Economics*, 2021, 181: 106888.
- [2] CHEN Yu, YE H A G O, ZHANG Yingxuan. Political tournament and regional cooperation in China: a game theory approach [J]. *Annals of Regional Science*, 2017, 58(3): 597-622.
- [3] ZHANG Haifeng, ZHANG Junsen, ZHANG Yanfeng. Do tournament incentives matter in academics? Evidence from personnel data in a top-tier university in China [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2019, 166(10): 84-106.
- [4] 姚洋, 张牧扬. 官员绩效与晋升锦标赛: 来自城市数据的证据 [J]. *经济研究*, 2013, 48(1): 137-150.
- [5] 黄守军, 杨俊. 异质发电商竞争下电力市场减排锦标赛: 结构与行为 [J]. *管理科学学报*, 2017, 20(12): 52-71.
- [6] 卢新元, 黄河, 李梓奇, 等. 众包竞赛中接包方的创新绩效影响因素研究 [J]. *管理学报*, 2018, 15(5): 750-758.
- [7] 张蕊, 王洋洋, 廖佳. 关键下属高管晋升锦标赛的创新激励效应研究 [J]. *会计研究*, 2020(2): 143-153.
- [8] TULLOCK G. Efficient rent seeking [M]//Buchanan J M, Tollison R D, Tullock G, eds. *Toward a theory of the rent-seeking society*. Texas: Texas A and M University Press, 1980: 97-112.
- [9] LAZEAR E P, ROSEN S. Rank order tournaments as optimum labor contracts [J]. *Journal of Political Economy*, 1981, 89(5): 841-864.
- [10] CONNELLY B L, TIHANYI L, CROOK R T, et al. Tournament theory: thirty years of contests and competitions [J]. *Journal of Management*, 2014, 40(1): 16-47.
- [11] 海江涛, 仲伟俊, 梅姝娥. 公共产品技术创新过程中的政府偏袒策略 [J]. *管理工程学报*, 2014, 28(1): 131-137.
- [12] CASTRILLO D P, WETTSTEIN D. Discrimination in a model of contests with incomplete information about ability

- [J]. *International Economic Review*, 2016, 57(3): 881-914.
- [13] DAHM M, GONZALEZ P E. Affirmative action through extra prizes [J]. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2018, 153(2): 123-142.
- [14] LIU Bin, LU Jingfeng. The optimal allocation of prizes in contests with costly entry [J]. *International Journal of Industrial Organization*, 2019, 66(9): 137-161.
- [15] PARREIRAS S O, RUBINCHIK A. Ex ante heterogeneity in all-pay many-player auctions with Pareto distribution of costs [J]. *Economic Theory*, 2020, 70(3): 765-783.
- [16] HAMMOND R G, ZHENG Xiaoyong. Heterogeneity in tournaments with incomplete information: an experimental analysis [J]. *International Journal of Industrial Organization*, 2013, 31(3): 248-260.
- [17] 闫威, 刘艳春, 邓鸿. 能力异质性对代理人拆台行为的影响: 实验的证据 [J]. *系统工程理论与实践*, 2013, 33(2): 396-404.
- [18] 黄宝婷, 董志强. 存在拆台行为的锦标赛激励效应 [J]. *管理工程学报*, 2020, 34(6): 100-109.
- [19] GRAFF F, GRUND C, HARBRING C. Competing on the holodeck: the effect of virtual peers and heterogeneity in dynamic tournaments [J]. *Journal of Behavioral and Experimental Economics*, 2021, 90: 101596.
- [20] DIXIT A K. Strategic behavior in contests [J]. *American Economic Reviews*, 1987, 77(5): 891-898.
- [21] 拉丰, 马赫蒂摩. 激励理论: 委托代理模型 [M]. 陈志俊, 译. 北京: 中国人民大学出版社, 2002.
- [22] PETER J J, MATTHIAS K. Human capital investments in asymmetric corporate tournaments [J]. *Journal of Economics and Business*, 2008, 60(4): 312-331.

The Mechanism Design of Tournament Incorporating Heterogeneity

WEI Guangxing, CHEN Yongheng

(School of Economics and Management, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Although heterogeneity is popular in tournament, it receives few academic attentions. The game relationship between contestants, the principal-agent relationship between contestants called the agents and tournament organizer as the principal are analyzed. The optimization model is developed to design the optimal mechanism, attain the optimal efforts and the optimal revenues. The effects of heterogeneity on the optimal mechanism, efforts and revenues are investigated, respectively. The findings can be concluded as follows. Firstly, the heterogeneity will change the tournament mechanism. The heterogeneity resulting from weaker contestants will reduce the mechanism parameters monotonously, while that from stronger contestants will decrease and then increase the parameters. Secondly, the heterogeneity will reduce competition level of tournament because all the contestants, no matter strong or weak, make less effort. Thirdly, in case of the heterogeneity, the contestant with low ability can only gain the reserved revenues, but the contestant with high ability can obtain extra revenues that will decrease when heterogeneity becomes too large. Finally, the heterogeneity resulting from weaker contestants will decrease the principal's profits, while that from stronger contestants can increase the principal's profits only when contestants becoming strong enough.

Key words: tournament; mechanism design; heterogeneity; principal-agent; game theory

(责任编辑: 曾剑锋)