第 40 卷 第 5 期　　江西师范大学学报(自然科学版)　　Vol. 40 No. 5
2016 年 9 月　　Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science)　　Sep. 2016

文章编号:1000-5862(2016)05-0469-04

2 种量子测量方案对非最大纠缠相干态隐形传态平均保真度的影响

陈怡翔,叶志清*,郭一言

(1. 江西师范大学物理与通信电子学院,江西省光电子与通信重点实验室,江西 南昌 330022)

摘要:在纠缠相干态的隐形传态过程中,使用双模光子数测量和奇偶态测量 2 种粒子数测量方案,得到的平均保真度存在较大差异. 据此对使用非最大纠缠相干态作为量子信道时,2 种测量方法得到的平均保真度进行了对比. 结果显示:相较于双光子数测量,用奇偶态粒子数测量方案时,隐形传态的平均保重度有了较大提高.

关键词:纠缠相干态;量子测量;保真度

中图分类号:TN 918　　文献标志码:A　　DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2016.05.04

0 引言

量子隐形传态是一种通过发送端与接收端之间的量子信道和经典信道进行未知量子态传递的技术. 最早由 C. H. Bennett[1] 于 1993 提出,其后文献[2-6]等用 EPR 纠缠态实现了连续变量量子的隐形传态,从而使隐形传态成为量子通讯与信息处理方面不可或缺的重要工具.

在进行量子隐形传态时,习惯将信息发送者称为 Alice,接收者称为 Bob. Alice 与 Bob 共享一个纠缠的量子信道. 其基本思路是:待传递的信息分为经典信息和量子信息 2 部分;Alice 对待传的量子信息进行一定的操作,再通过经典信道传递给 Bob;而量子信息是由量子信道即纠缠态传递;Bob 根据收到的经典信息对自己所拥有的纠缠态进行相应的操作,从而还原出待传递的量子信息.

近年来,纠缠相干态(entangled coherent state,简记为 ECS)[7] 引起了人们广泛关注. C. C. Gerry[8] 提出用非线性马赫-曾德尔干涉仪将相干光子对转化为 ECS. J. C. Howell 等[9] 提出通过 2 次非解调测量来产生 ECS 的方案. 另外,有研究者[10-13] 对 ESC 特性的研究发现了一些制备大尺度最大纠缠度 ECS 的方法. O. Hirota 等[14] 的研究表明,与标准的双光子纠缠态相比 ECS 具有更强的抗退相干性. 此后,研究者们提出了大量的制备叠加相干态(superposed coherent states,简记为 SCS)的设想[15-20],吸引人们转而将其作为量子信息处理任务中的量子源. 由于现实的精确单光子源目前还难以实现,因此使用 SCS 作为量子源就有了较大的优势. Van Enk 等[21] 给出了成功概率为 1/2 的用 ECS 传输 SCS 的方法. Wang Xiaoguang[22] 也提出了一个很相似的利用双重 ECS 的方案,成功概率同样为 1/2. 其后,H. Prakash 等[23] 改进了光子测量方案(Bell 测量方案)得出了成功率接近 1 的隐形传态方案. 另外,Wang Meiyou 等[24] 和 H. N. Phien 等[25] 对四模双向的 ECS 隐形传态进行了一些研究. 以上的所有方案均使用最大纠缠 ECS 作为量子信道. 这些工作的进行都是以用 SCS 和 ECS 实现量子计算为前提的. 但这些方案在当前技术条件下,依然很难实现. 尽管 SCS 和 ECS 在抗退相干方面强于极化单光子态和标准双光子纠缠态,但退相干依然敏感.

本文将分别使用双光子数测量和奇偶态测量来实现以非最大纠缠态(non-maximally entangled coherent state,简记为 NECS)作为信道的隐形传态,并将 2 种测量方法对平均保真度的影响进行详细推导和计算. 研究结果对于设计一种高保真度、高成功概率的隐形传态实验方案提供参考.

1 基于非最大纠缠相干态的隐形传态

首先假设 Alice 拥有粒子 0 和粒子 1,Bob 拥有粒子 2,Alice 要把粒子 0 的未知量子态传给 Bob,待传态为

收稿日期:2015-12-23

基金项目:国家自然科学基金(61368001)资助项目.

通信作者:叶志清(1960-),男,浙江建德人,教授,主要从事光量子通信的研究.

$$|I\rangle_0 = \varepsilon_+|\alpha\rangle_0 + \varepsilon_-|-\alpha\rangle_0, \quad (1)$$

用非最大纠缠相干态作为量子信道为

$$|E\rangle_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2+2x^4}}(|\alpha,\alpha\rangle_{1,2} + |-\alpha,-\alpha\rangle_{1,2}), \quad (2)$$

其中 $x = \exp(-|\alpha|^2)$,对(1)~(2)式做直积,得到量子系统的系综态为

$$|\psi\rangle_{0,1,2} = |I\rangle_0|E\rangle_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2+2x^4}}(\varepsilon_+|\alpha,\alpha,\alpha\rangle_{0,1,2} + \varepsilon_+|\alpha,-\alpha,-\alpha\rangle_{0,1,2} + \varepsilon_-|-\alpha,\alpha,\alpha\rangle_{0,1,2} + \varepsilon_-|-\alpha,-\alpha,-\alpha\rangle_{0,1,2}. \quad (3)$$

采用一套由移相器(phase shifter,简记为 PS)和 50∶50 分束器(beam splitter,简记为 BS)组成的线性光学系统对系综态进行变换. 其中 PS 可由算符 $\hat{P}_j(\omega) = \exp(-i\omega\alpha_j^+\alpha_j)$ 表示,BS 由算符 $\hat{B}_{i,j}(\omega) = \exp(i\omega(\alpha_i^+\alpha_j + \alpha_j^+\alpha_i))$ 表示,$\alpha_j^+(\alpha_j)$ 为 j 模的产生(湮灭)算符. 光学线性系统的操作算符为

$$\hat{T}_{i,j} = \hat{P}_i(\pi/2)\hat{B}_{i,j}(\pi/4)\hat{P}_j(\pi/2),$$

$$\hat{T}_{i,j}|\alpha\rangle_i|\beta\rangle_j = |(\alpha+\beta)/\sqrt{2}\rangle_i|(\alpha-\beta)/\sqrt{2}\rangle_j.$$

线性光学变换原理如图 1 所示,对 $|\psi\rangle_{0,1,2}$ 做线性光学变换,变换后的态为

$$|\psi\rangle_{3,4,2} = \hat{T}_{0,1}|\psi\rangle_{0,1,2} = \frac{1}{\sqrt{2+2x^4}}(\varepsilon_+|\sqrt{2}\alpha,0,\alpha\rangle_{3,4,2} + \varepsilon_+|0,\sqrt{2}\alpha,-\alpha\rangle_{3,4,2} + \varepsilon_-|0,\sqrt{2}\alpha,-\alpha\rangle_{3,4,2} + \varepsilon_-|-\sqrt{2}\alpha,0,-\alpha\rangle_{3,4,2}), \quad (4)$$

线性光学变换是隐形传态中一个很重要的步骤,接下来只需要对(4)式进行一些必要的测量操作就可以完成隐形传态.

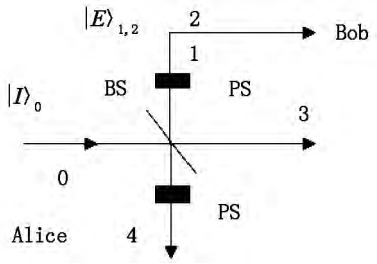

图 1 线性光学变换过程

2 采用双模光子数测量

首先,考虑使用双光子数测量方法,采用双模光子数测量对 3、4 模进行测量,测量后,系统塌缩态有 2 种情况,设测量 3、4 模相对应存在 k,l 个光子的概率为

$$P(k,l) = |{}_3\langle k|{}_4\langle l|\psi\rangle_{3,4,2}|^2. \quad (7)$$

由于 k,l 不能同时为零,因此有 2 种情况:

(i) $k \neq 0$,$l = 0$,则系统塌缩为

$$|T_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2+2x^4}}N_k(\varepsilon_+|\alpha\rangle_2 + (-1)^k\varepsilon_-|-\alpha\rangle_2), \quad (5)$$

(ii) $k = 0$,$l \neq 0$,则系统塌缩为

$$|T_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2+2x^4}}N_l(\varepsilon_+|-\alpha\rangle_2 + (-1)^l\varepsilon_-|\alpha\rangle_2), \quad (6)$$

其中

$$N_k = \exp(-|\alpha|^2)(\sqrt{2}\alpha)^k/\sqrt{k!},$$

$$N_l = \exp(-|\alpha|^2)(\sqrt{2}\alpha)l/\sqrt{l!}(k,l = 2j+1).$$

Alice 将测量的结果通过经典信道告诉 Bob. 根据 Alice 的测量结果,若 Bob 处的态是(5)式,则 Bob 不需要做任何操作;若 Bob 处的态是(6)式,则 Bob 需要对其进行 $(-1)^{a_2^+x_2}$ 操作.

当 k 和 l 为偶数时,隐形传态成功;当 k 和 l 为奇数时,隐形传态失败. 定义待传态与塌缩态的叠加 $F = \langle I|T\rangle^2$ 为隐形传态的保真度.

纠缠相干态处于非最大纠缠,那么当使用双光子测量时,平均保真度为

$$F_{av} = \sum F_iP_i = F_kP_k + F_lP_l = (1-x^4)/(4(1+x^4)).$$

可以看出当使用双光子测量进行隐形传态时,用非最大 ECS 传递时的保真度不足 1/4(见图 2). 这种方案详见于文献[26].

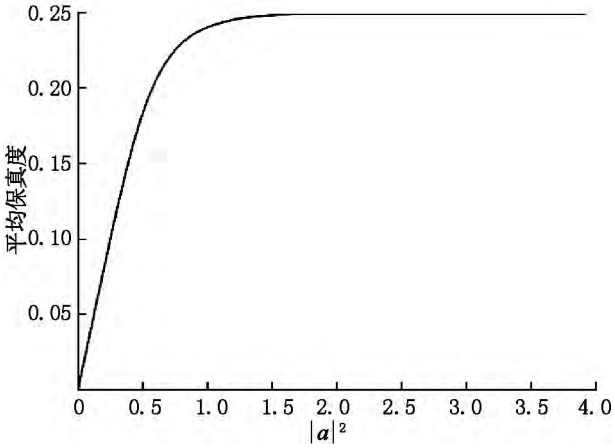

图 2 当用双光子数测量时,基于 NECS 的隐形传态的最小平均保真度变化曲线

3 采用奇偶态测量

如果将采用奇偶态测量方法来完成测量,在此引入奇偶态 $|\pm\rangle$,定义奇偶态为

$$|\pm\rangle = (2(1\pm x^2))^{-1/2}(|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle),$$

通过变换可得

$|\pm\alpha\rangle = ((1+x^2)^{1/2}|\pm\rangle(1-x^2)^{1/2}|-\rangle)/\sqrt{2}$，

待传的态可用奇偶态表示为

$|l\rangle_0 = \varepsilon_+|\alpha\rangle_0 + \varepsilon_-|\alpha\rangle_0 = A_+|+\rangle + A_-|-\rangle$，

对系数作归一化处理可得

$|\varepsilon_+|^2 + |\varepsilon_-|^2 + 2\mathrm{Re}\, x^2(\varepsilon_+^*\varepsilon_-) = |A_+|^2 + |A_-|^2 = 1$，

其中 $A_\pm = (\varepsilon_+ \pm \varepsilon_-)((1\pm x^2)/2)^{1/2}$.

量子系统系综态和经过光学变化后得到的结果与(3) 式和(4) 式相同.

H. Prakash 等[23] 对 $|\pm\sqrt{2}\alpha\rangle$ 用真空态、奇偶态展开，展开式为

$$|\pm\sqrt{2}\alpha\rangle = x|0\rangle + (1-x^2)|NZE,\sqrt{2}\alpha\rangle/\sqrt{2} \pm ((1-x^4)/2)^{1/2}|ODD,\sqrt{2}\alpha\rangle, \quad (7)$$

其中 $|NZE\rangle$ 和 $|ODD\rangle$ 分别为非零偶相干态和奇相干态.

将(7) 式代入(4) 式得

$$|\psi\rangle_{3,4,2} = \frac{1}{\sqrt{1+x^4}}\Big(|0,0\rangle_{3,4}x(\varepsilon_+ + \varepsilon_-)\cdot(\sqrt{1+x^2}|+\rangle)_2 + \frac{1}{2}((1-x^2)|NZE,0\rangle_{3,4}\cdot(A_+|+\rangle + A_-|-\rangle)_2 + (1-x^2)|0,NZE\rangle_{3,4}\cdot(A_+|+\rangle - A_-|-\rangle)_2 + \sqrt{1-x^4}|ODD,0\rangle_{3,4}\cdot\left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}}A_-|+\rangle + \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}}A_+|-\rangle\right)_2 + \sqrt{1-x^4}\cdot|0,ODD\rangle_{3,4}\left(-\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}}A_-|+\rangle + \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}}A_+|-\rangle\right)_2.$$

Alice 对 3、4 模作奇偶态光子数测量，可以看出存在 $|0,0\rangle_{3,4}$，$|NZE,0\rangle_{3,4}$，$|0,NZE\rangle_{3,4}$，$|ODD,0\rangle_{3,4}$，$|0,ODD\rangle_{3,4}$ 共 5 种可能的结果. Alice 通过经典信道将测量结果传递给 Bob，而 Bob 只需要对模 2 进行相应的幺正变换就可以成功实现隐形传态：

$U_{NZE,0} = I$，$U_{0,NZE} = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$，

$U_{0DD,0} = |+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|$，$U_{0,ODD} = |+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|$.

得到的塌缩态分别为

$$|T_{NZE,0}\rangle = |T_{0,NZE}\rangle = (A_+|+\rangle + A_-|-\rangle)_2,$$

$$|T_{ODD,0}\rangle = |T_{0,ODD}\rangle = \left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}}A_+|+\rangle + \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}}A_-|-\rangle\right)_2,$$

成功实现隐形传态的平均保真度为 $F_{av} = \sum F_i P_i$.

把 $A_+ = \cos(\theta/2)$，$A_- = \sin(\theta e^{i\varphi}/2)$ 代入得

$$F_{av} = (x^2(1+\cos\theta)^2 + (1-x^2\cos\theta)^2 + (1-x^2))\cdot(2(1+x^4))^{-1},$$

该曲线图如图 3 所示.

当 $|A_+| = |A_-| = \sqrt{2}/2$ 时，取得最小保真度

$$F_{\min} = 1 - (x^2(1+x^2))(2(1+x^4))^{-1}.$$

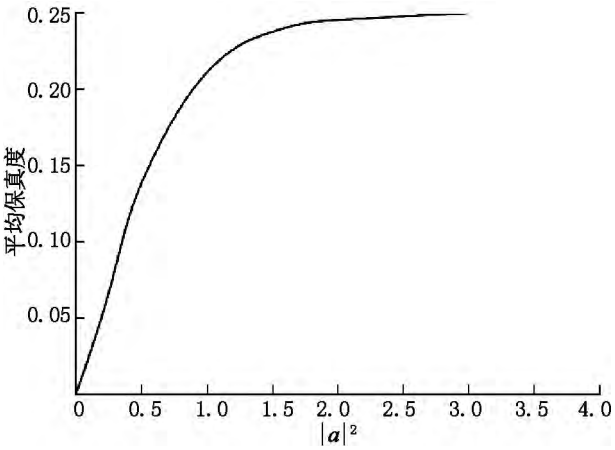

图 3　当用奇偶态测量时，基于 *NECS* 的隐形传态的最小平均保真度变化曲线

4　结论

根据计算可知，在使用双光子测量时，ECS 的隐形传态保真度较低；而在使用奇偶态测量时，纠缠相干态的隐形传态最小保真度在任何情况下均大于 1/2，在大尺度 $|\alpha|^2$ 下接近 1. 这为设计一种高保真度、高成功概率的隐形传态实验方案提供了参考.

5　参考文献

[1] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Mass inflation: the semiclassical regime [J]. Phys Rev Lett, 1993, 70(13): 1895-1899.

[2] Vaidman L. Teleportation of quantum states [J]. Phys Rev A, 1994, 49(2): 1473-1476.

[3] Braunstein S L, Mann A. Measurement of the Bell operator and quantum teleportation [J]. Phys Rev A, 1995, 51(3): 1727-1730.

[4] Ralph T C, Lam P K. Teleportation with bright squeezed light [J]. Phys Rev Lett, 1998, 81(25): 5668-5671.

[5] Furusawa A, Sorensen J L, Braunstein S L, et al. Unconditional quantum teleportation [J]. Science, 1998, 282(5389): 706-709.

[6] Bouwmeester D, Pan J W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. Nature, 1997, 390(6660): 575-579.

[7] Sanders B C. Entangled coherent states [J]. Phys Rev A, 1992, 45(9): 6811-6815.

[8] Gerry C C. Generation of optical macroscopic quantum su-

perposition states via state reduction with a Mach-Zehnder interferometer containing a Kerr medium [J]. Phys Rev A,1999,59(5):4095-4098.

[9] Howell J C,Yearell J A. Nondestructive single-photon trigger [J]. Phys Rev A,2000,62(3):32311.

[10] Dhar H S,Chatterjee A,Ghosh R. Erratum: generating continuous variable entangled states for quantum teleportation using a superposition of number-conserving operations [J]. J Phys B: At Mol Opt Phys,2015,48(24):249601.

[11] Miry S R,Tavassoly M K,Roknizadeh R. Generation of some entangled states of the cavity field [J]. Quantum Information Processing,2015,14(2):593-606.

[12] Liu P,Feng X M,Jin G R 2014 Chinese Phy. B 23 030310.

[13] Tang Li,Liu Fei. Generation of multipartite entangled coherent states via a superconducting charge qubit [J]. Physics Letters A,2014,378(30/31):2074-2078.

[14] Hirota O,Sasaki M. Entangled state based on nonorthogonal state [M]. New York: Springer,2001.

[15] Wang Bin,Duan L. Engineering superpositions of coherent states in coherent optical pulses through cavity-assisted interaction [J]. Physical Review A,2005,72(2):656-665.

[16] Jeong H,Lund A P,Ralph T C. Production of superpositions of coherent states in traveling optical fields with inefficient photon detection [J]. Physical Review A,2005,38(4):333-344.

[17] Nielsen J S N,Nielsen B M,Hettich C,et al. Generation of a superposition of odd photon number states for quantum information networks [J]. Physical Review Letters,2006,97(8):245-249.

[18] Lund A P,Jeong H,Ralph T C,et al. Conditional production of superpositions of coherent states with inefficient photon detection [J]. Physical Review A,2004,70(2):690-693.

[19] Jeong H,Kim M S,Ralph T C,et al. Generation of macroscopic superposition states with small nonlinearity [J]. Physical Review A,2004,70(6):102-102.

[20] Sanders B C,Milburn G J. Quantum limits to all-optical phase shifts in a Kerr nonlinear medium [J]. Physical Review A,1992,45(3):1919-1923.

[21] Van Enk S J,Hirota O. Quantum limits to all-optical phase shifts in a Kerr nonlinear medium [J]. Physical Review A,1992,45(3):1919-1923.

[22] Wang Xiaoguang. Quantum teleportation of entangled coherent states [J]. Physical Review A,2001,64(2):29-32.

[23] Prakash H,Chandra N,Prakash R,et al. Improving the teleportation of entangled coherent states [J]. Physical Review A,2007,75(4):810-814.

[24] Wang Meiyu,Yan Fengli. Generation of four-photon polarization entangled states with cross-Kerr nonlinearity [J]. International Journal of Quantum Information,2015,13(5):1550024.

[25] Phien H N,An N B. Quantum teleportation of an arbitrary two-mode coherent state using only linear optics elements [J]. Physics Letters A,2008,372(16):2825-2829.

[26] 刘传龙,郑亦庄. 纠缠相干态的量子隐形传态 [J]. 物理学报,2006,55(12):6222-6228.

The Different Average Fidelity between Two Quantum Measurement Schemes by Using Non-Maximally Entangled as Channel in Teleportation

CHEN Yixiang,YE Zhiqing*,GUO Yiyan

(Institute of Physics and Communication Engineering,Key Laboratory of Optoelectronic and Telecommunication of Jiangxi,Jiangxi Normal University,Nanchang Jiangxi 330022,China)

Abstract: In the teleportation of entangled coherent states,by using two mode photon number measurement or even-odd state measurement,the average fidelity is quite a difference. The average fidelity of two methods is compared in non-maximum entangled coherent states as quantum channel. Results show that the average fidelity of the teleportation is greatly improved when the number of odd and odd particles is measured with the double photon number measurement.

Key words: entangled coherent state; quantum measurement; fidelity

(责任编辑: 冉小晓)