

文章编号: 1000-5862(2018)03-0267-08

基于概率语言相关系数的多属性群决策模型

毛小兵, 吴 敏, 商 娜

(江西财经大学信息管理学院 江西 南昌 330013)

摘要: 针对评价信息为概率语言术语集, 专家权重和属性权重完全未知的多属性群决策问题, 提出基于概率语言相关系数的多属性群决策模型. 首先定义了概率语言的相关系数并且拓展到概率语言矩阵间的相关系数; 然后基于每个专家的决策矩阵, 通过最小化加权相关系数总和求得每个专家的属性权重向量, 并且通过决策矩阵的相关系数客观地确定专家权重; 最后将经典的 ELECTRE 方法加以改进用于方案排序, 并且通过算例分析与比较分析证明了该决策方法的有效性与优越性.

关键词: 多属性群决策; 概率语言术语集; 概率语言相关系数; ELECTRE

中图分类号: C 934 文献标志码: A DOI: 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2018.03.09

0 引言

在实际生活中, 人们总是面临多种多样的决策问题. 由于现实情况的不确定性与决策者情感的复杂性, 决策者看待一事物总是会在大脑中形成一个模糊的评价. 确切的实数已经不能完全表达出决策者的偏好信息, 人们总是倾向于用定性的语言术语代替定量的数字表达. 1973 年 L. A. Zadeh^[1] 提出了离散的语言术语集, 用于表达决策者的偏好信息. 为了保留所有的语言评价信息, Xu Zeshui^[2] 将离散的语言术语集拓展为连续的语言术语集. 后来, 因为人们评价事物时往往会在多个语言术语间犹豫不决, 无法选择出一个语言术语表达偏好. 基于犹豫模糊集和语言术语集, R. M. Rodriguez 等^[3] 提出了犹豫模糊语言术语集, 允许决策者用多个不同的语言术语表达偏好信息, 其中每个语言术语都是等权的. Liao Huchang 等^[4] 给出了犹豫模糊语言术语集的数学定义, 并提出了犹豫模糊语言集的相关性测度和相关系数. 近些年关于犹豫模糊语言术语集的研究成果颇多, Liao Huchang 等^[5] 从动机、定义、运算规则、比较方法和偏好关系等方面对犹豫模糊语言术语集的相关文献进行了综述. 然而, 犹豫模糊语言术语集不能处理一些特殊情况, 比如一个专家在对某品牌电脑的运行速度进行评价时, 认为其“中等”的

概率为 30%, “快”的概率为 40%, “很快”的概率为 30%; 另外, 也可能出现有 10 个专家在对某品牌电脑的运行速度进行评价时, 有 3 个专家认为该品牌电脑的运行速度“中等”, 4 个专家给出的评价是“快”, 3 个专家给出的评价是“很快”. 在这 2 种情况下每个语言术语的权重是不一样的. 为了解决上述困境, Pang Qi 等^[6] 提出了概率语言术语集, 其中的每个元素由不同的语言术语与相应的概率信息组成. 概率语言术语集丰富了决策者表达偏好的方式, 增强了表达不确定性信息的能力. 因此对概率语言术语集的深入研究具有重要的意义.

目前已有文献关于概率语言术语集的研究主要围绕运算法则^[7]、距离测度^[8]、比较方法^[9]与偏好关系^[10], 以及经典决策方法^[11-12]的拓展等方面展开. 概率语言术语集在实际决策问题中也得到了广泛的应用, 如风险资本投资问题^[13]与 Trip Advisor 网站上酒店的选择问题^[14]. 文献[6, 8]都定义了概率语言的距离测度, 然而这些定义都对原始概率语言术语集进行了规范化, 在一定程度上可能会造成偏好信息的失真. 文献[6, 11-12]分别将经典的 TOPSIS 方法^[15]、LINMAP 方法^[16]以及 ORESTE^[17]拓展到概率语言多属性环境中, 并通过案例说明了决策方法应用的有效性. 然而目前还没有关于 ELECTRE (Elimination Et Choice Translation Reality) 方法^[18]在概率语言环境下的应用研究.

收稿日期: 2017-11-24

基金项目: 国家自然科学基金(71774073), 江西省 2016 年度研究生创新专项资金(YC2016-S241)和江西财经大学 2017 年度研究生创新专项资金(23)资助项目.

作者简介: 毛小兵(1972-), 男, 湖北建始人, 副教授, 博士, 主要从事管理决策和数理统计研究. E-mail: mxh502@163.com

ELECTRE 方法最早于 1966 年由 R. Benayoun 等^[18]提出,是关系模型的代表方法之一. ELECTRE 方法通过对两两方案进行比较,以构造级别高于关系为基础,根据一定的排序规则对方案进行排序选择. 1968 年 B. Roy^[19]提出了 ELECTRE-I,通过该方法只能得到一些相对理想方案集而不能得到方案的全部排序. ELECTRE-II^[20-21]不同于 ELECTRE-I,其引入阈值构造强弱两种级别高于关系,通过正向和逆向排序方法相结合得到方案从最好到最差的全部排序. 在 ELECTRE-I 和 ELECTRE-II 的基础上, B. Roy 通过加入伪准则与模糊 2 元级别高于关系提出了 ELECTRE-III^[22]. 经过不断研究, ELECTRE 方法族包括 ELECTRE-I、II、III、IV、TRI 和 IS 等. 因为其逻辑简单计算方便,被广泛用于解决模糊信息下的多属性决策问题^[23-24].

基于以上文献分析,本文提出了新的决策模型用于解决概率语言多属性群决策问题,主要创新点可归纳为以下 3 点:

1) 定义了概率语言相关系数并将其拓展到概率语言矩阵间相关系数. 与距离测度^[6-8]不同的是:相关系数的定义没有对概率语言术语集进行规范化处理,而是基于原始的概率语言术语集保证了评价信息的真实性. 概率语言相关系数不仅能体现 2 者之间的接近程度,同时克服了距离测度的局限性.

2) 基于概率语言相关系数,提出了确定属性权重和专家权重的方法. 通过最小化加权相关系数总和,构建多目标规划模型求得每个专家的属性权重向量;以专家评价矩阵间的相关系数判断专家与群体之间的一致性程度,从而客观地确定专家的权重.

3) 将经典的 ELECTRE 方法加以改进用于概率语言多属性群决策问题中的方案排序. 首先根据概率语言术语集的得分函数与偏差函数将属性下标集进行分类;基于属性评价值的相关系数,提出确定不同下标集合权重的方法,相较于主观给定权重的方法,该方法更加客观;最后,基于和谐指标与非和谐指标定义方案的综合占优指标对方案进行排序.

因此,本文提出了基于概率语言相关系数的多属性群决策模型. 首先定义了概率语言相关系数并将其拓展到概率语言矩阵中;基于概率语言相关系数,提出了确定每个专家的属性权重向量和专家权重的方法;最后将 ELECTRE 方法拓展到概率语言环境下用于方案排序并给出了决策过程.

1 预备知识

定义 1^[1] 设 $S = \{s_\alpha \mid \alpha = 0, 1, \dots, \pi\}$ 是一个有限全排序的离散语言术语集,其中 s_α 代表一个语言术语, π 为正整数. 特别地, s_0 和 s_π 分别是语言术语的下、上界. 语言术语集中的任意 2 个语言术语 $s_\alpha, s_\beta \in S$ 都满足关系: $s_\alpha > s_\beta$ 当且仅当 $\alpha > \beta$.

为了保留所有的语言评价信息,文献[2]将离散的语言术语集拓展为连续的语言术语集 $\bar{S} = \{s_\alpha \mid \alpha \in [0, \pi]\}$. 若 $s_\alpha \in S$, 则称 s_α 为一个原始的语言术语, 否则 s_α 为一个虚拟的语言术语.

定义 2^[6] 设 $S = \{s_\alpha \mid \alpha = 0, 1, \dots, \pi\}$ 是一个语言术语集, 则一个概率语言术语集 $L(p)$ 定义为

$$L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) \mid L^{(k)} \in S, p^{(k)} \geq 0, k = 1, 2, \dots, \#L(p), \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)} \leq 1\},$$

其中 $L^{(k)}(p^{(k)})$ 是具有概率信息为 $p^{(k)}$ 的语言术语, $\#L(p)$ 是 $L(p)$ 中不同语言术语的个数.

定义 3^[8] 设一个概率语言术语集为 $L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}$, $r^{(k)}$ 是语言术语 $L^{(k)}$ 的下标, 则一个升序的概率语言术语集可以根据如下步骤得到:

(i) 若所有 $L^{(k)}(p^{(k)})$ 对应的 $r^{(k)} p^{(k)}$ 值不相等, 则将 $L^{(k)}(p^{(k)})$ 根据 $r^{(k)} p^{(k)}$ 值进行升序排列;

(ii) 若存在 2 个或 2 个以上 $L^{(k)}(p^{(k)})$ 对应的 $r^{(k)} p^{(k)}$ 值相等, 当下标 $r^{(k)}$ 不相等时, 则将 $r^{(k)} p^{(k)}$ 根据 $r^{(k)}$ 值进行升序排列; 当下标 $r^{(k)}$ 相等时, 则将 $r^{(k)} p^{(k)}$ 根据 $p^{(k)}$ 值进行升序排列.

假设一个概率语言术语集 $L(p)$ 根据定义 3 的规则被转化为一个有序概率语言术语集, 记为 $\bar{L}(p) = \{\bar{L}^{(k)}(\bar{p}^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}$.

定义 4^[6] 给定一个概率语言术语集 $L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}$, $r^{(k)}$ 是语言术语 $L^{(k)}$ 的下标, 则 $L(p)$ 的得分函数 $E(L(p))$ 与偏差度 $\sigma(L(p))$ 定义如下:

$$E(L(p)) = s_\alpha \bar{\alpha} = \sum_{k=1}^{\#L(p)} r^{(k)} p^{(k)} / \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)},$$

$$\sigma(L(p)) = \left(\sum_{k=1}^{\#L(p)} (p^{(k)} (r^{(k)} - \bar{\alpha}))^2 \right)^{1/2} / \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)}.$$

根据 $E(L(p))$ 与 $\sigma(L(p))$ 构造以下规则对 2 个概率语言术语 $L_1(p)$ 、 $L_2(p)$ 进行大小比较:

(i) 若 $E(L_1(p)) > E(L_2(p))$, 则称 $L_1(p)$ 优

于 $L_2(p)$ 记作 $L_1(p) > L_2(p)$;

(ii) 若 $E(L_1(p)) = E(L_2(p))$, 当 $\sigma(L_1(p)) < \sigma(L_2(p))$ 时, 则 $L_1(p) > L_2(p)$; 当 $\sigma(L_1(p)) = \sigma(L_2(p))$ 时, 则称 $L_1(p)$ 与 $L_2(p)$ 无差异, 记作 $L_1(p) \sim L_2(p)$.

2 概率语言的相关系数

定义5 设一个概率语言术语集 $L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#L(p)\}$, $r^{(k)}$ 是语言术语 $L^{(k)}$ 的下标, 则 $L(p)$ 的模长 $|L(p)|$ 定义如下:

$$|L(p)| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\#L(p)} (r^{(k)} p^{(k)})^2}.$$

定义6 设2个有序概率语言术语集为 $\bar{L}_1(p) = \{\bar{L}_1^{(k)}(\bar{p}_1^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#\bar{L}_1(p)\}$, $\bar{L}_2(p) = \{\bar{L}_2^{(k)}(\bar{p}_2^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, \#\bar{L}_2(p)\}$, $\#\bar{L}_1(p) = \#\bar{L}_2(p)$, 则 $\bar{L}_1(p)$ 与 $\bar{L}_2(p)$ 的相似系数定义为

$$\kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) = \frac{\langle \bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p) \rangle}{|\bar{L}_1(p)| |\bar{L}_2(p)|} = \frac{\sum_{k=1}^{\#\bar{L}_1(p)} (r_1^{(k)} \bar{p}_1^{(k)}) (r_2^{(k)} \bar{p}_2^{(k)})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\#\bar{L}_1(p)} (r_1^{(k)} \bar{p}_1^{(k)})^2} \sqrt{\sum_{k=1}^{\#\bar{L}_2(p)} (r_2^{(k)} \bar{p}_2^{(k)})^2}}. \quad (1)$$

定理1 对于任意 $\bar{L}_1(p)$ 与 $\bar{L}_2(p)$ 的相关系数 $\kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p))$ 具有以下性质:

- (i) $0 \leq \kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) \leq 1$;
- (ii) $\kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) = \kappa(\bar{L}_2(p), \bar{L}_1(p))$;
- (iii) 若 $\bar{L}_1(p)$ 与 $\bar{L}_2(p)$ 完全相同, 即 $\bar{L}_1(p) = \bar{L}_2(p)$, 则 $\kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) = 1$.

证 $\bar{L}_1(p)$ 与 $\bar{L}_2(p)$ 可以分别看成2个向量 $\alpha = (r^{(1)} p^{(1)}, r^{(2)} p^{(2)}, \dots, r^{(\#\bar{L}_1(p))} p^{(\#\bar{L}_1(p))})$ 与 $\beta = (r^{(1)} p^{(1)}, r^{(2)} p^{(2)}, \dots, r^{(\#\bar{L}_2(p))} p^{(\#\bar{L}_2(p))})$. 由(1)式可以看出 $\bar{L}_1(p)$ 与 $\bar{L}_2(p)$ 的相关系数相当于向量 α 与 β 的夹角余弦值, 即 $\kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) = \cos(\alpha, \beta)$. 由余弦本身具有的对称性和有界性特征知, (i) 和 (ii) 显然成立.

当 $\bar{L}_1(p) = \bar{L}_2(p)$ 则对应的向量 α 与 β 完全相同即向量 α 与 β 夹角为 0, 从而 $\cos(\alpha, \beta) = \kappa(\bar{L}_1(p), \bar{L}_2(p)) = 1$, 故 (iii) 得证.

定义7 设2个矩阵 $A = (\bar{L}_{ij}^1(p))_{m \times n}$, $B = (\bar{L}_{ij}^2(p))_{m \times n}$, 则矩阵 A 与 B 之间的相关系数为

$$\kappa(A, B) = \frac{\langle A, B \rangle}{|A| |B|} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{\langle \bar{L}_{ij}^1(p), \bar{L}_{ij}^2(p) \rangle}{|\bar{L}_{ij}^1(p)| |\bar{L}_{ij}^2(p)|}. \quad (2)$$

3 基于概率语言相关系数的多属性群决策模型

假设有方案集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 属性集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 和专家集 $D = \{d_1, d_2, \dots, d_t\}$. 基于语言集 $S = \{s_\alpha \mid \alpha = 0, 1, \dots, \tau\}$, 专家 d_k 对方案 x_i 关于属性 a_j 的评价值为 $L_{ij}^k(p)$, 所有评价构成原始矩阵 $U_k = (L_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$). $U_k = (L_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$) 根据定义2和定义3转化为标准有序矩阵 $\bar{U}_k = (\bar{L}_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$). 专家权重和属性权重都完全未知.

基于上述问题描述, 首先提出属性权重确定的方法与专家权重确定的方法, 然后将经典的 ELECTRE 方法加以改进并运用到概率语言多属性群决策问题中, 最后提出模型的决策过程.

3.1 属性权重确定方法

在多属性群决策中, 属性权重对决策结果起着至关重要的作用. 在很多决策问题中认为属性权重对于每个专家而言是相同的, 然而不同行业的专家看重的属性可能不同. 因此对于多属性群决策而言, 根据每个专家的评价矩阵确定相应的属性权重更加合理.

Wang Yingming^[25] 提出离差最大化法确定属性权重, 当一个属性下所有方案的评价值之间存在较大差异时, 则该属性应赋予更大的权重; 反之, 则该属性应赋予更小的权重. 基于此思想, 对于评价矩阵 $\bar{U}_k = (\bar{L}_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$), 方案 x_i, x_l 在属性 a_j 下的评价值 $\bar{L}_{ij}^k(p), \bar{L}_{il}^k(p)$ 的相关系数越小, 这表明评价值间差异越大; 反之, 评价值间差异较小. 考虑属性权重 w_j^k , 属性 a_j 下方方案 x_i 的评价值与其他所有方案 x_l ($l = 1, 2, \dots, m$) 的评价值间的加权相关

系数和为 $T_{ij}^k = \sum_{l=1}^m w_j^k \frac{\langle \bar{L}_{ij}^k(p), \bar{L}_{il}^k(p) \rangle}{|\bar{L}_{ij}^k(p)| |\bar{L}_{il}^k(p)|}$; 属性 a_j 下所

有方案评价值间的加权相关系数和为 $T_j^k = \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m w_j^k \frac{\langle \bar{L}_{ij}^k(p), \bar{L}_{il}^k(p) \rangle}{|\bar{L}_{ij}^k(p)| |\bar{L}_{il}^k(p)|}$; 进一步地, 所有方案在

信息,方案 x_i 与 x_j 的综合和谐指标 A_{Cil} 与不和谐指标 A_{Dil} 分别为

$$A_{Cil} = \sum_{k=1}^l \omega_k C_{kil} \quad A_{Dil} = \sum_{k=1}^l \omega_k D_{kil} \quad (8)$$

综合和谐指标 A_{Cil} 表示方案 x_i 优于方案 x_l 的程度;综合不和谐指标 A_{Dil} 表示方案 x_i 劣于方案 x_l 的程度;同理,综合和谐指标 A_{Cli} 表示方案 x_l 优于方案 x_i 的程度;综合不和谐指标 A_{Dli} 表示方案 x_l 劣于方案 x_i 的程度.因此,方案 x_i 与 x_l 的净占优指标为

$$N_{Sli} = A_{Cil} - A_{Dil} \quad (9)$$

显然, N_{Sli} 越大表示方案 x_i 净占优方案 x_l 的程度越大.因此方案 x_i 的综合占优指标 R_i 为

$$R_i = \sum_{l=1, l \neq i}^m N_{Sli} \quad (10)$$

根据 R_i 的大小对方案进行全排序, R_i 越大表示方案 x_i 越优.

3.4 决策过程

由上述分析过程,基于概率语言相关系数的多属性群决策方法步骤总结如下:

Step 1 每位专家对每个方案的属性以概率语言的形式给出评价,形成决策矩阵 $U_k = (L_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$),再根据定义2得到有序矩阵 $\bar{U}_k = (\bar{L}_{ij}^k(p))_{m \times n}$ ($k = 1, 2, \dots, t$);

Step 2 根据(1)式建立模型,通过求解(3)式得出专家 d_k 的属性权重 $w^k = (w_1^k, w_2^k, \dots, w_n^k)$ ($k = 1, 2, \dots, t$);

Step 3 根据(2)式和(4)式得到专家权重 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_t)$;

Step 4 根据(5)式确定每个评价矩阵的5类

下标集合 $J_{kil}^{s+}, J_{kil}^{w+}, J_{kil}^{s-}, J_{kil}^{w-}$ 与 $J_{kil}^=$ ($k = 1, 2, \dots, t$);

Step 5 根据(6)式得到5类属性下标集合的权重 $\bar{\omega}_{kil}^{s+}, \bar{\omega}_{kil}^{w+}, \bar{\omega}_{kil}^{s-}, \bar{\omega}_{kil}^{w-}$ 与 $\bar{\omega}_{kil}^=$ ($k = 1, 2, \dots, t$);

Step 6 根据(7)式计算对于每位专家 d_k 而言 x_i 与 x_l 方案的和谐指标 C_{kil} 与不和谐指标 D_{kil} ;

Step 7 根据(8)式计算方案 x_i 与 x_l 的综合和谐指标 A_{Cil} 与不和谐指标 A_{Dil} ;

Step 8 根据(9)~(10)式得到每个方案 x_i 的综合占优指标 R_i ,根据 R_i 对所有方案进行排序.

4 算例分析

为了验证提出的决策方法能够有效地解决概率语言多属性群决策问题,利用文献[11]中关于医院评价问题的数据进行有效性分析与对比分析.现有3个病人 d_1, d_2, d_3 对4个医院 x_1, x_2, x_3, x_4 关于4个属性 a_1, a_2, a_3, a_4 进行评价,构成3个概率语言评价矩阵 U_1, U_2, U_3 .则基于概率语言相关系数的多属性群决策方法具体的步骤如下:

Step 1 根据定义3对 U_1, U_2, U_3 进行有序化,得到矩阵 $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$ (见表1);

Step 2 根据(1)式建立多目标线性规划模型,通过求解模型得出3个专家的属性权重分别为

$$w_2^1 = 0.2456, w_2^1 = 0.2593, w_3^1 = 0.2478, w_4^1 = 0.2473,$$

$$w_1^2 = 0.2548, w_2^2 = 0.2530, w_3^2 = 0.2398, w_4^2 = 0.2524,$$

$$w_1^3 = 0.2428, w_2^3 = 0.2518, w_3^3 = 0.2525, w_4^3 = 0.2529.$$

表1 升序评价矩阵 $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$

	a_1	a_2	a_3	a_4
d_1	x_1 { $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.3)$ }	{ $s_1(0), s_1(0), s_1(0.6)$ }	{ $s_3(0), s_3(0), s_3(0.8)$ }	{ $s_4(0), s_4(0.3), s_5(0.4)$ }
	x_2 { $s_2(0), s_3(0.2), s_2(0.4)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.3)$ }	{ $s_3(0), s_4(0.2), s_3(0.4)$ }	{ $s_4(0), s_5(0.1), s_4(0.5)$ }
	x_3 { $s_5(0), s_5(0), s_5(0.3)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.4)$ }	$s_2(0), s_2(0.1), s_3(0.2)$ }	{ $s_1(0), s_1(0), s_1(0.4)$ }
	x_4 { $s_4(0), s_4(0.1), s_5(0.4)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.4)$ }	$s_2(0), s_3(0.1), s_2(0.3)$ }	{ $s_2(0), s_2(0), s_2(0.6)$ }
d_2	x_1 { $s_2(0), s_2(0.2), s_3(0.4)$ }	{ $s_5(0), s_5(0), s_5(0.7)$ }	{ $s_4(0), s_5(0.2), s_4(0.3)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.4)$ }
	x_2 { $s_2(0), s_2(0.2), s_3(0.4)$ }	{ $s_1(0.2), s_3(0.1), s_2(0.3)$ }	$s_2(0), s_3(0.1), s_2(0.3)$ }	{ $s_3(0.2), s_4(0.3), s_5(0.3)$ }
	x_3 { $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.3)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.3), s_2(0.7)$ }	$s_2(0), s_2(0.4), s_3(0.3)$ }	{ $s_3(0), s_3(0.2), s_4(0.6)$ }
	x_4 { $s_2(0), s_2(0.3), s_3(0.2)$ }	{ $s_3(0), s_3(0.3), s_4(0.6)$ }	{ $s_3(0), s_3(0), s_3(0.7)$ }	{ $s_4(0), s_5(0.2), s_4(0.7)$ }
d_3	x_1 { $s_3(0), s_3(0.4), s_4(0.5)$ }	{ $s_1(0), s_1(0), s_1(0.7)$ }	$s_2(0), s_2(0.3), s_3(0.7)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.7)$ }
	x_2 { $s_3(0.2), s_4(0.2), s_5(0.3)$ }	{ $s_3(0), s_3(0.2), s_4(0.7)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.2), s_2(0.7)$ }	{ $s_3(0), s_4(0.1), s_3(0.7)$ }
	x_3 { $s_3(0), s_4(0.2), s_3(0.3)$ }	{ $s_5(0), s_5(0), s_5(0.7)$ }	{ $s_1(0), s_1(0.3), s_2(0.4)$ }	{ $s_3(0), s_3(0), s_3(0.4)$ }
	x_4 { $s_1(0.2), s_3(0.1), s_2(0.3)$ }	{ $s_5(0), s_5(0), s_5(0.1)$ }	$s_2(0), s_3(0.1), s_2(0.7)$ }	{ $s_3(0), s_3(0.1), s_4(0.5)$ }

Step 3 通过求解(2)式和(4)式得到专家权重 $\omega = (0.3332, 0.3319, 0.3349)$;

Step 4 根据(5)式确定每个评价矩阵的下标集合 $J_{kil}^{s+}, J_{kil}^{s-}$ 与 $J_{kil}^=$ (见表2),其中 $J_{kil}^{w+} = \emptyset, J_{kil}^{w-} =$

$\emptyset (k = 1, 2, \dots, t)$, \emptyset 表示空集.

表 2 每个评价矩阵的下标分类

下标集合	强优势集 J_{kil}^{s+}			强劣势集 J_{kil}^{s-}			无差别集 $J_{kil}^=$		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
J_{k12}	{4}	{2, 3}	{3}	{1, 2, 3}	{4}	{1, 2, 4}		{1}	
J_{k21}	{1, 2, 3}	{4}	{1, 2, 4}	{4}	{2, 3}	{3}		{1}	
J_{k13}	{3, 4}	{1, 2, 3}	{1, 3}	{1, 2}	{4}	{2, 4}			
J_{k31}	{1, 2}	{4}	{2, 4}	{3, 4}	{1, 2, 3}	{1, 3}			
J_{k14}	{3, 4}	{1, 2, 3}	{1, 3}	{1, 2}	{4}	{2, 4}			
J_{k41}	{1, 2}	{4}	{2, 4}	{3, 4}	{1, 2, 3}	{1, 3}			
J_{k23}	{3, 4}	{1, 2, 4}	{1, 3, 4}	{1, 2}	{3}	{2}			
J_{k32}	{1, 2}	{3}	{2}	{3, 4}	{1, 2, 4}	{1, 3, 4}			
J_{k24}	{3, 4}	{1}	{1}	{1, 2}	{2, 3, 4}	{2, 3, 4}			
J_{k42}	{1, 2}	{2, 3, 4}	{2, 3, 4}	{3, 4}	{1}	{1}			
J_{k34}	{1, 3}		{1}	{4}	{1, 2, 3, 4}	{3, 4}	{2}		{2}
J_{k43}	{4}	{1, 2, 3, 4}	{3, 4}	{1, 3}		{1}	{2}		{2}

Step 5 根据(6)式得到属性下标集合的权重

$\bar{\omega}_{kil}^{s+}$, $\bar{\omega}_{kil}^{s-}$ 如表 3 所示, 其中 $\bar{\omega}_{kil}^{w+} = 0$, $\bar{\omega}_{kil}^{w-} = 0$ 与 $\bar{\omega}_{kil}^= = 0 (k = 1, 2, \dots, t)$;

Step 6 根据(7)式计算对于每位专家 d_k 而言

方案 x_i 与 x_l 的和谐指标 C_{kil} 与不和谐指标 D_{kil} (见表 4).

表 3 每个评价矩阵的属性下标集合的权重

权重	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	权重	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$\bar{\omega}_{k12}^{s+}$	0.138 0	0.561 6	0.102 3	$\bar{\omega}_{k12}^{s-}$	0.862 0	0.438 4	0.897 7
$\bar{\omega}_{k21}^{s+}$	0.862 0	0.438 4	0.897 7	$\bar{\omega}_{k21}^{s-}$	0.138 0	0.000 0	0.102 3
$\bar{\omega}_{k13}^{s+}$	0.704 8	1.000 0	0.671 3	$\bar{\omega}_{k13}^{s-}$	0.295 2	0.000 0	0.328 7
$\bar{\omega}_{k31}^{s+}$	0.295 2	0.000 0	0.328 7	$\bar{\omega}_{k31}^{s-}$	0.704 8	1.000 0	0.671 3
$\bar{\omega}_{k14}^{s+}$	0.868 4	0.988 2	0.999 5	$\bar{\omega}_{k14}^{s-}$	0.131 6	0.011 8	0.000 5
$\bar{\omega}_{k41}^{s+}$	0.131 6	0.011 8	0.000 5	$\bar{\omega}_{k41}^{s-}$	0.868 4	0.988 2	0.999 5
$\bar{\omega}_{k23}^{s+}$	0.242 9	0.856 0	0.848 6	$\bar{\omega}_{k23}^{s-}$	0.757 1	0.144 0	0.151 4
$\bar{\omega}_{k32}^{s+}$	0.757 1	0.144 0	0.151 4	$\bar{\omega}_{k32}^{s-}$	0.242 9	0.856 0	0.848 6
$\bar{\omega}_{k24}^{s+}$	0.271 5	0.296 9	0.057 2	$\bar{\omega}_{k24}^{s-}$	0.728 5	0.703 1	0.942 8
$\bar{\omega}_{k42}^{s+}$	0.728 5	0.703 1	0.942 8	$\bar{\omega}_{k42}^{s-}$	0.271 5	0.296 9	0.057 2
$\bar{\omega}_{k34}^{s+}$	1.000 0	0.000 0	0.772 8	$\bar{\omega}_{k34}^{s-}$	0.000 0	1.000 0	0.227 2
$\bar{\omega}_{k43}^{s+}$	0.000 0	1.000 0	0.227 2	$\bar{\omega}_{k43}^{s-}$	1.000 0	0.000 0	0.772 8

Step 7 根据(8)式计算方案 x_i 与 x_l 的综合和谐指标 A_{Cil} 与不和谐指标 A_{Dil} , 并分别构成综合和谐矩阵 A_C 与综合不和谐矩阵 A_D :

$$A_C = \begin{pmatrix} - & 0.111 9 & 0.475 8 & 0.554 2 \\ 0.477 6 & - & 0.468 7 & 0.074 6 \\ 0.105 2 & 0.151 6 & - & 0.227 2 \\ 0.023 2 & 0.535 5 & 0.370 4 & - \end{pmatrix},$$

$$A_D = \begin{pmatrix} - & 0.722 3 & 0.101 8 & 0.009 7 \\ 0.203 9 & - & 0.278 1 & 0.778 1 \\ 0.791 6 & 0.298 9 & - & 0.343 7 \\ 0.952 1 & 0.127 6 & 0.592 0 & - \end{pmatrix}$$

Step 8 根据(9) ~ (10)式得到每个方案 x_i 的综合占优指标 R_i :

$$R_1 = 0.308 1, R_2 = -0.239 8, R_3 = -0.950 1, R_4 = -0.742 6.$$

由 $R_1 > R_2 > R_4 > R_3$ 得到方案的排序为 $x_1 > x_2 > x_4 > x_3$.

将基于概率语言相关系数的多属性群决策方法用于文献[11]中的案例数据, 得到了与文献[11]中完全一致的方案排序 $x_1 > x_2 > x_4 > x_3$, 这证明了本文提出的决策方法的有效性与合理性. 相比较而言, 本文的决策方法具有以下优点:

1) 在文献[11]中用 LINMAP 直接得出的结果是 $x_1 > x_2 > x_4 = x_3$, 通过对决策矩阵的数据进一步分析得到了最终的排序 $x_1 > x_2 > x_4 > x_3$. 然而本文根据综合占优指标 R_i 直接得出最终的排序, 因此本文的决策方法效率更高.

2) 在文献[11]的 LINMAP 决策方法中仅仅考虑了属性之间的重要程度不同, 没有考虑到不同专家看待同一属性的重要程度也可能不一样. 本文提

出的基于概率语言相关系数的多属性群决策方法 ,考虑到决策专家因为专业领域不同看重的属性也不一样. 因此 ,基于每个专家的评价矩阵客观地确定每个专家的属性权重 ,更符合实际情况.

3) 对于在基于概率语言相关系数的多属性群决策方法 ,一方面相关系数的计算基于原始评价信

息 ,客观地得出属性权重和专家权重 ,确保了决策过程的真实可靠性;另一方面 ,将 ELECTRE 加以改进的过程中 ,相较于文献 [26-27] 中主观地给出不同的下标集合权重的方法 ,该模型提出了基于相关系数计算不同的下标集合的权重方法.

表 4 方案 x_i 与 x_l 的和谐指标与不和谐指标

和谐指标	$k=1$	$k=2$	$k=3$	不和谐指标	$k=1$	$k=2$	$k=3$
C_{k12}	0.034 1	0.276 7	0.025 8	D_{k12}	0.862 0	0.405 0	0.897 7
C_{k13}	0.349 0	0.747 6	0.332 5	D_{k13}	0.105 6	0.000 0	0.199 0
C_{k14}	0.430 0	0.738 8	0.495 0	D_{k14}	0.028 9	0.000 3	0.000 0
C_{k21}	0.648 8	0.110 7	0.671 0	D_{k21}	0.035 5	0.561 6	0.017 0
C_{k23}	0.120 2	0.650 7	0.634 9	D_{k23}	0.757 1	0.035 6	0.041 8
C_{k24}	0.134 4	0.075 6	0.013 9	D_{k24}	0.728 5	0.661 7	0.942 8
C_{k31}	0.149 0	0.000 0	0.165 8	D_{k31}	0.704 8	1.000 0	0.671 3
C_{k32}	0.382 3	0.034 5	0.038 1	D_{k32}	0.043 2	0.856 0	0.001 2
C_{k34}	0.493 4	0.000 0	0.187 6	D_{k34}	0.000 0	1.000 0	0.035 1
C_{k41}	0.066 4	0.003 0	0.000 3	D_{k41}	0.868 4	0.988 2	0.999 5
C_{k42}	0.367 8	0.524 0	0.713 9	D_{k42}	0.083 4	0.296 9	0.003 8
C_{k43}	0.000 0	1.000 0	0.114 8	D_{k43}	1.000 0	0.000 0	0.772 8

5 结论

本文提出了基于概率语言相关系数的多属性群决策模型 ,用于解决属性和专家权重都完全未知的概率语言环境下的多属性群决策问题. 首先定义了概率语言相关系数并将其拓展到概率语言矩阵间相关系数 ,其保证了评价信息的原始性与完整性;基于概率语言相关系数 ,通过最小化相关系数总和建立线性规划模型求得每个专家的属性权重 ,充分考虑了群决策中不同决策者赋予同一属性权重的差异性;通过决策者矩阵间的相关系数衡量决策者间的一致性程度 ,以此来衡量决策者的重要性程度;最后以 ELECTRE 方法为基础建立决策模型. 该模型能够有效地解决概率语言多属性群决策问题. 但是 ,提出的模型还存在一些不足. 如只考虑了专家评价信息的一致性程度客观地确定专家权重. 在实际问题中 ,某些专家因为信仰德高望重、有威望的专家而盲目追随做出相同评价信息而导致其一致性程度可能很高 ,但是这类专家的评价信息并没有反映自己真实的决策评价可信度不高. 因此未来可考虑专家的主观权重以主客观结合的方法确定专家的权重.

6 参考文献

[1] Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics ,1973 3(1) :28-44.

[2] Xu Zeshui. Linguistic decision making:theory and methods [M]. Berlin:Springer-Verlag 2012:15-85.

[3] Rodriguez R M ,Martinez L ,Herrera F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems 2012 20(1) :109-119.

[4] Liao Huchang ,Xu Zeshui ,Zeng Xiaojun. Qualitative decision making with correlation coefficients of hesitant fuzzy linguistic term sets [J]. Knowledge-Based Systems 2015 ,76(1) :127-138.

[5] Liao Huchang ,Xu Zeshui ,Herrera-Viedma E ,et al. Hesitant fuzzy linguistic term set and its application in decision making:a state-of-the-art survey [J]. International Journal of Fuzzy Systems 2017(12) :1-27.

[6] Pang Qi ,Wang Hai ,Xu Zeshui. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making [J]. Information Sciences 2016 369:128-143.

[7] Gou Xunjie ,Xu Zeshui. Novel basic operational laws for linguistic terms ,hesitant fuzzy linguistic term sets and probabilistic linguistic term sets [J]. Information Sciences 2016 372:407-427.

[8] Zhang Yixin ,Xu Zeshui ,Wang Hai ,et al. Consistency-based risk assessment with probabilistic linguistic preference relation [J]. Applied Soft Computing 2016 49:817-833.

[9] Bai Chengzu ,Zhang Ren ,Qian Longxia ,et al. Comparisons of probabilistic linguistic term sets for multi-criteria decision making [J]. Knowledge-Based Systems ,2016 ,119 (C) :284-291.

[10] Zhang Yixin ,Xu Zeshui ,Liao Huchang. A consensus process for group decision making with probabilistic linguistic preference relations [J]. Information Sciences ,2017 414:260-275.

- [11] Liao Huchang ,Jiang Lisheng ,Xu Zeshui ,et al. A linear programming method for multiple criteria decision making with probabilistic linguistic information [J]. *Information Sciences* 2017 ,415/416:341-355.
- [12] Wu Xingli ,Liao Huchang. An approach to quality function deployment based on probabilistic linguistic term sets and ORESTE method for multi-expert multi-criteria decision making [J]. *Information Fusion* 2018 ,43:13-26.
- [13] Cheng Xiang ,Gu Jing ,Xu Zeshui. Venture capital group decision-making with interaction under probabilistic linguistic environment [J]. *Knowledge-Based Systems* , 2018 ,140:82-91.
- [14] Peng Honggang ,Zhang Hongyu ,Wang Jiangqiang. Cloud decision support model for selecting hotels on TripAdvisor.com with probabilistic linguistic information [J]. *International Journal of Hospitality Management* ,2018 ,68: 124-138.
- [15] Hwang C L ,Yoon K. Multiple attribute decision making methods and applications [M]. New York: Springer-Verlag ,1981.
- [16] Shocker A D ,Srinivasan V. LINMAP: Linear programming techniques for the multidimensional analysis of preferences [J]. *Psychometrika* ,1973 ,38(3):337-369.
- [17] Roubens M. Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making [J]. *European Journal of Operational Research* ,1982 ,10(1):51-55.
- [18] Benayoun R ,Roy B ,Sussman B. ELECTRE: Une méthode pour guider le choix en présence de points de vue multiples [J]. *Rev Française Informat Recherche Opérationnelle* , 1966 ,3(2):31-56.
- [19] Roy B. Classement et choix en présence de points de vue multiples [J]. *Revue française d'automatique d'informatique et de recherche opérationnelle Recherche opérationnelle* , 1968 ,2(1):57-75.
- [20] Roy B ,Bertier P. La methode ELECTRE II: une methode de classement en presence de critterres multiples [M]. Paris: Direction Scientifique ,1971.
- [21] Roy B ,Bertier P. La methode ELECTRE II: une methode au media-planning [M]. North-Holland: Amsterdam , 1973:291-302.
- [22] Roy B. ELECTRE III: un algorithme de classements fonde sur une representation floue des preference en presence de criteres multiples [J]. *Cahiers de CERO* ,1978 ,20(1):3-24.
- [23] Liao Huchang ,Yang Luanyi ,Xu Zeshui. Two new approaches based on ELECTRE II to solve the multiple criteria decision making problems with hesitant fuzzy linguistic term sets [J]. *Applied Soft Computing* ,2018 ,63: 223-234.
- [24] Hashemi S S ,Hajiagha S H R ,Zavadskas E K ,et al. Multicriteria group decision making with ELECTRE III method based on interval-valued intuitionistic fuzzy information [J]. *Applied Mathematical Modelling* ,2016 ,40(2): 1554-1564.
- [25] Wang Yingming. Using the method of maximizing deviations to make decision for multi-indices [J]. *Journal of System Engineering and Electronics* 2012 ,8(3):21-26.
- [26] Wu Mingche ,Chen Tingyu. The ELECTRE multicriteria analysis approach based on Atanassov's intuitionistic fuzzy sets [J]. *Expert Systems with Applications* ,2011 ,38(10):12318-12327.
- [27] Na Chen ,Xu Zeshui. Hesitant fuzzy ELECTRE II approach: a new way to handle multi-criteria decision making problems [J]. *Information Sciences* 2015 ,292:175-197.

The Multi-Attribute Group Decision Making Model Based on Probabilistic Linguistic Correlation Coefficient

MAO Xiaobing ,WU Min ,SHANG Na

(College of Information Management ,Jiangxi University of Finance and Economics ,Nanchang Jiangxi 330013 ,China)

Abstract: To solve the multi-attribute group decision making problem with probabilistic linguistic evaluation information in which the decision makers' (DMs') weights and the attribute weights are completely unknown a multi-attribute group decision making model based on probabilistic linguistic correlation coefficient is proposed. Firstly , probabilistic linguistic correlation coefficient of PLTSs is defined and extended to probabilistic linguistic matrices. Then based on the decision matrices of DMs the attribute weights of each DM are obtained by minimizing the sum of weighted correlation coefficients of PLTSs. Further ,DNMs' weights are determined objectively by computing the correlation coefficient of probabilistic linguistic matrices. Finally the classical ELECTRE method is improved and used for ranking alternatives. Moreover the case study and comparative analysis are conducted to show the effectiveness and advantages of the proposed method.

Key words: multi-attribute group decision-making; probabilistic linguistic term set; probabilistic linguistic correlation coefficient; ELECTRE

(责任编辑: 曾剑锋)