文章编号: 1000-5862(2012)03-0234-04

Fibonacci 数的标准分解式中素因数 13 的指数

黄荣辉[1,2], 尤利华[1*]

(1. 华南师范大学数学科学学院, 广东 广州 510631; 2. 顺德碧江中学, 广东 佛山 528312)

摘要: 研究了 Fibonacci 数 F_n 的标准分解式中素因数 13 的指数与下标 n 的关系, 证明了 Fibonacci 数 F_n 的标准分解式中素因数 13 的指数由下标 n 的分解式中因数 7 的指数与 13 的指数而确定.

关键词: Fibonacci 数; 标准分解式; 素因数; 指数; 同余

中图分类号: O 156.2　　文献标志码: A

0 预备知识

Fibonacci 数起源于数学家 P.Leonardo 提出的“兔子问题”[1-2]. 因为 Fibonacci 数具有一些特殊性质以及重要应用, 所以一直引起许多学者的关注, 同时也吸引着许多理论和应用研究专家的研究兴趣.

定义 1[3-4] Fibonacci 数列是指由初始条件 $F_0=0$, $F_1=1$ 和递推关系 $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}(n\geqslant 2)$ 所确定的数列 $\{F_n\}_{n\geqslant 0}$, 这里称 F_n 为 Fibonacci 数.

对于 Fibonacci 数的标准分解式中素因数的指数的有关研究, 文献[5-9]得到了素因数为 2, 3, 5, 7,11 的相关结果. 文献[10-11]给出了 Fibonacci 数的一些整除性质. 文献[12]对一般的奇素因数 p 与 $d(p)=\min\{w: p/F_w\}$ 的整除关系进行了研究, 并提出了一个关于 p 在 $F_{d(p)}$ 的标准分解式中的指数的猜想. 本文在上述工作的前提下, 证明了 Fibonacci 数 F_n 的标准分解式中素因数 13 的指数可由下标 n 的分解式中因数 7 的指数与 13 的指数来确定.

引理 1 设 m,n 为正整数, 若 $m\mid n$, 则 $F_m\mid F_n$, 这里记号“$a\mid b$”表示 a 整除 b.

引理 2 设 m,k 为正整数, 则

$$F_{m+k}=F_mF_{k-1}+F_{m+1}F_k .$$

引理 3 设 n 为正整数, 则 $13\mid F_n \Leftrightarrow 7\mid n$.

根据Fibonacci数的定义及有关数论知识, 逐一计算 $F_n(0\leqslant n\leqslant 27)$ 关于模 13 的最小非负剩余, 可得 $F_0\equiv 0(\mathrm{mod}13), F_1\equiv 1(\mathrm{mod}13)$, $F_2\equiv F_0+F_1\equiv 1(\mathrm{mod}13)$, $F_3\equiv F_1+F_2\equiv 2(\mathrm{mod}13)$, $F_4\equiv F_2+F_3\equiv 3(\mathrm{mod}13)$,$\cdots$. 若设 $F_n\equiv m(\mathrm{mod}13)$, 则可得表 1.

表 1 F_n 关于模 13 的最小非负剩余

F_n	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}
m	0	1	1	2	3	5	8	0	8	8	3	11	1	12
F_n	F_{14}	F_{15}	F_{16}	F_{17}	F_{18}	F_{19}	F_{20}	F_{21}	F_{22}	F_{23}	F_{24}	F_{25}	F_{26}	F_{27}
m	0	12	12	11	10	8	5	0	5	5	10	2	12	1

从而在 Fibonacci 数列中, F_n 关于模 13 的最小非负剩余的变化周期为 28, 因此有下面的引理 4 成立.

引理 4 设 m 是非负整数, i 通过模 28 的最小非负剩余系, 则

(i) $F_{28m+i}\equiv F_i(\mathrm{mod}13)$; (ii) $F_i+F_{14+i}\equiv 0(\mathrm{mod}13)$.

证 (i) 当 $i=0$ 时, 由 $28\mid 28m$ 及 $0\mid 28$ 可知 $F_{28m}\equiv F_0(\mathrm{mod}13)$, 所以结论成立.

当 $i\neq 0$ 时, 由引理 2 及引理 3 可知,

$$F_{28m+i}=F_{28m}F_{i-1}+F_{28m+1}F_i\equiv F_{28m+1}F_i\equiv F_i(\mathrm{mod}13).$$

(ii)由引理 2 及引理 3 知,

$$F_{14+i}=F_{14}F_{i-1}+F_{15}F_i\equiv F_{15}F_i\equiv 12F_i\equiv -F_i(\mathrm{mod}13).$$

从而引理 4 成立.

引理 5 设 m 是正整数, 则 $F_{7m+1}\equiv F_{7m-1}(\mathrm{mod}13)$.

收稿日期: 2011-11-25

基金项目: 国家自然科学基金(10901061)与广州市珠江科技新星(2011J2200090)资助项目.

作者简介: 尤利华(1976-), 女, 湖北枝江人, 教授, 博士, 主要从事组合矩阵论与代数图论的研究.

证　由引理 3 及 Fibonacci 数的定义知,

$$F_{7m} = F_{7m+1} - F_{7m-1} \equiv 0 \pmod{13},$$

故引理 5 成立.

引理 6　设 m 为正整数, 则

(i) $F_{2m} = F_{m+1}^2 - F_{m-1}^2 = F_m(F_{m+1} + F_{m-1})$;

(ii) $F_{2m-1} = F_m^2 + F_{m-1}^2$;

(iii) $F_{2m+1} = F_m^2 + F_{m+1}^2$;

(iv) $F_{5m} = F_m^2(F_{3m} + F_{2m}F_{m-1} + F_{m+1}^2 F_m) + F_m F_{2m}^2 + F_{m+1}^5 - F_{m-1}^5$;

(v) $F_{5m-1} = F_{2m}(F_{m+1}^3 + F_m^3 - F_{m-1}^3) + (F_m^2 + F_{m-1}^2)\cdot(F_m F_{2m} + F_m^2 F_{m-1} + F_{m-1}^3)$;

(vi) $F_{5m+1} = (F_{m+1}^2 - F_{m-1}^2)(F_{m+1}^3 + F_m^3 - F_{m-1}^3) + (F_m^2 + F_{m+1}^2)(F_m F_{2m} + F_m^2 F_{m+1} + F_{m+1}^3)$.

为了简化, 用记号 $a^t \parallel b$ 来表示 b 恰好被 a 的 t 次方整除, 即 $a^t \mid b$, 但是 b 却不能被 a^{t+1} 整除, 其中 a,b 是整数, t 是非负整数.

1　主要结果及其证明

引理 7　设 m 为正整数, 则

(i) $F_{5m} \equiv F_{m+1}^5 - F_{m-1}^5 \pmod{F_m^3}$;

(ii) $F_{7m} \equiv F_{m+1}^7 - F_{m-1}^7 \pmod{F_m^2}$.

证　(i)由 $m \mid 2m$, $m \mid 3m$ 及引理 1 知, $F_m \mid F_{2m}$, $F_m \mid F_{3m}$. 从而由引理 6 有

$$F_{5m} = F_m^2(F_{3m} + F_{2m}F_{m-1} + F_{m+1}^2 F_m) + F_m F_{2m}^2 + F_{m+1}^5 - F_{m-1}^5 \equiv F_{m+1}^5 - F_{m-1}^5 \pmod{F_m^3}.$$

(ii)由引理6知,

$$F_{2m}F_{5m-1} = F_{2m}[F_{2m}(F_{m+1}^3 + F_m^3 - F_{m-1}^3) + (F_m^2 + F_{m-1}^2)(F_m F_{2m} + F_m^2 F_{m-1} + F_{m-1}^3)] = F_{2m}^2(F_{m+1}^3 + F_m^3 - F_{m-1}^3) + F_{2m}F_m^2(F_m F_{2m} + F_m^2 F_{m-1} + F_{m-1}^3) + F_{2m}F_{m-1}^2(F_m F_{2m} + F_m^2 F_{m-1} + F_{m-1}^3).$$

因为 $F_m \mid F_{2m}$, 所以 $F_{2m}F_{5m-1} \equiv F_{2m}F_{m-1}^5 \pmod{F_m^2}$. 再由(i)及引理 2 可知,

$$F_{7m} = F_{2m+5m} = F_{2m}F_{5m-1} + F_{2m+1}F_{5m} \equiv F_{2m}F_{m-1}^5 + F_{2m+1}(F_{m+1}^5 - F_{m-1}^5) \equiv 2F_m F_{m-1}^6 + F_{m+1}^7 - F_{m+1}^2 F_{m-1}^5 \equiv F_{m+1}^7 - F_{m-1}^7 \pmod{F_m^2}.$$

定理 1　设 k,p 为正整数, 则 $F_{7^k p}$ 与 $F_{7^{k+1} p}$ 的标准分解式中素因数 13 的指数相同.

证　由引理 3 易得 $13 \mid F_{7^k p}$, 故在 $F_{7^k p}$ 的标准分解式中, 素因数 13 的指数必然大于 0, 可设为 $s(s \geqslant 1)$. 又设 $n = 7^k p$, 对于取定的正整数 p, 对 F_n 的下标 n 的分解式中因数 7 的指数 k 用数学归纳法证明.

(i)当 $k=1$ 时, 若 F_{7p} 的标准分解式中的素因数 13 的指数为 s, 即 $13^s \parallel F_{7p}$. 下证 $13^s \parallel F_{7^2 p}$.

由于 $7p \mid 7^2 p$, 由引理 1 知, $F_{7p} \mid F_{7^2 p}$, 从而有 $F_{7^2 p} \equiv 0 \pmod{13^s}$.

另一方面, 令 $m = 7p$, 则由引理 7(ii)可知,

$$F_{7\times 7p} \equiv F_{7p+1}^7 - F_{7p-1}^7 \pmod{F_{7p}^2},$$

进而由 $13^{2s} \mid F_{7p}^2$ 及 $2s \geqslant s+1$ 可得

$$F_{7\times 7p} \equiv F_{7p+1}^7 - F_{7p-1}^7 = (F_{7p+1} - F_{7p-1})\cdot\sum_{j=0}^{6} F_{7p+1}^j F_{7p-1}^{6-j} = F_{7p}\cdot\sum_{j=0}^{6} F_{7p+1}^j F_{7p-1}^{6-j} = 0 \pmod{13^{s+1}},$$

再由引理 5 知, $F_{7p+1} \equiv F_{7p-1} \pmod{13}$, 从而

$$\sum_{j=0}^{6} F_{7p+1}^j F_{7p-1}^{6-j} \equiv 7F_{7p+1}^6 \pmod{13},$$

且 13 不能整除 $7F_{7p+1}^6$, 故 13^{s+1} 不能整除 $F_{7^2 p}$. 所以 $13^s \parallel F_{7^2 p}$, 即当 $k=1$ 时结论成立.

(ii)假设当 $k \geqslant 1$ 时结论都成立, 即 $F_{7^k p}$ 与 $F_{7^{k+1} p}$ 的标准分解式中的素因数 13 有相同的指数 $s(s \geqslant 1)$. 接下来证对于 $k+1$ 也能够成立, 等价于证明 $F_{7^{k+1} p}$ 与 $F_{7^{k+2} p}$ 的标准分解式中的素因数 13 的指数也为 s.

因为 $7^{k+1}p \mid 7^{k+2}p$, 由引理 1 有 $F_{7^{k+1} p} \mid F_{7^{k+2} p}$, 从而有 $F_{7^{k+2} p} \equiv 0 \pmod{13^s}$.

另一方面, 令 $m = 7^{k+1}p$, 则由引理 7(ii)知,

$$F_{7\times 7^{k+1} p} \equiv F_{7^{k+1} p+1}^7 - F_{7^{k+1} p-1}^7 \pmod{F_{7^{k+1} p}^2},$$

进而由 $13^{2s} \mid F_{7^{k+1} p}^2$ 及 $2s \geqslant s+1$ 可得

$$F_{7\times 7^{k+1} p} \equiv F_{7^{k+1} p+1}^7 - F_{7^{k+1} p-1}^7 = F_{7^{k+1} p}\cdot\sum_{j=0}^{6} F_{7^{k+1} p+1}^j F_{7^{k+1} p-1}^{6-j} \pmod{13^{s+1}},$$

再由引理 5 知, $F_{7^{k+1} p+1} \equiv F_{7^{k+1} p-1} \pmod{13}$, 从而

$$\sum_{j=0}^{6} F_{7^{k+1} p+1}^j F_{7^{k+1} p-1}^{6-j} \equiv 7F_{7^{k+1} p+1}^6 \pmod{13},$$

且 13 不能整除 $7F_{7^{k+1} p+1}^6$, 故 13^{s+1} 不能整除 $F_{7^{k+2} p}$. 所以 $13^s \parallel F_{7^{k+2} p}$, 即结论对于 $k+1$ 也成立.

综上(i)和(ii)所述知, 定理 1 得证.

定理 2 设 p 为不含因数 7 和 13 的正整数，则 F_{7p} 的标准分解式中素因数 13 的指数为 1.

证 因为 $7|7p$，由引理 1 有 $F_7 | F_{7p}$，从而有 $F_{7p}\equiv 0(\bmod 13)$．下证 F_{7p} 不能被 13^2 整除.

不妨记 $p=13m+r,1\leqslant r\leqslant 12$，则 $F_{7p}=F_{7\times(13m+r)}=F_{7\times 13m}F_{7r-1}+F_{7\times 13m+1}F_{7r}$，借助计算机实现可得 $13^2 \| F_{7\times 13}$，从而 $F_{7p}=F_{7\times(13m+r)}\equiv F_{7\times 13m+1}F_{7r}\ (\bmod 13^2)$.

又 13^2 不能整除 F_{7r}，且 13 不能整除 $F_{7\times 13m+1}$，从而 13^2 不能整除 $F_{7\times 13m+1}F_{7r}$，即 13^2 不能整除 F_{7p}，从而 $13\| F_{7p}$，定理 2 得证.

运用同样的证明方法可得下面定理.

定理 3 设 p 是不含因数 7 和 13 的正整数，则 $F_{7\times 13p}$ 标准分解式中素因数 13 的指数是 2.

定理 4 设 $n=7\times 13^s p$，其中 p 是不含因子 7 和 13 的正整数，而 s 是任意非负整数，则 $F_{7\times 13^s p}$ 的标准分解式中的素因数 13 的指数为 $s+1$.

证 对任意取定的正整数 p，同样可以用数学归纳法证明对 n 的分解式中 13 的指数.

(i)当 $s=0$ 时，则 $n=7p$，由定理 2 可知，F_{7p} 的标准分解式中素因数 13 的指数为 $s+1=1$，即此时结论也成立.

(ii)当 $s=1$ 时，$n=7\times 13p$，再由定理 3 可知，$F_{7\times 13p}$ 的标准分解式中素因数 13 的指数为 $s+1=2$，结论成立.

(iii)假设命题对于 $s\geqslant 1$ 都能够成立，即 $F_{7\times 13^s p}$ 的标准分解式中素因数 13 的指数是 $s+1$．下证 $F_{7\times 13^{s+1}p}$ 的标准分解式中素因数 13 的指数为 $s+2$，即 $13^{s+2}\| F_{7\times 13^{s+1}p}$.

令 $m=7\times 13^s p$，则由引理 2 有

$$F_{7\times 13^{s+1}p}=F_{(5+8)m}=F_{5m}F_{8m-1}+F_{5m+1}F_{8m}. \quad (1)$$

由引理 7 知,

$$F_{5m}\equiv F_{m+1}^5-F_{m-1}^5(\bmod F_m^3). \quad (2)$$

由引理 1、引理 6、Fibonacci 数的定义、因式分解的知识及同余式的性质可得

$$F_{8m-1}=F_{4m}^2+F_{4m-1}^2\equiv F_{4m-1}^2=(F_{2m}^2+F_{2m-1}^2)^2\equiv F_{2m-1}^4\equiv(F_m^2+F_{m-1}^2)^4\equiv F_{m-1}^8(\bmod F_m^2); \quad (3)$$

$$F_{5m+1}=(F_{m+1}^2-F_{m-1}^2)(F_{m+1}^3+F_m^3-F_{m-1}^3)+(F_m^2+F_{m+1}^2)\cdot(F_mF_{2m}+F_m^2F_{m+1}+F_{m+1}^3)\equiv F_m(F_m+2F_{m-1})(F_{m+1}^3+F_m^3-F_{m-1}^3)+(F_m^2+F_{m+1}^2)(F_mF_{2m}+F_m^2F_{m+1}+F_{m+1}^3)\equiv 2F_mF_{m-1}(F_{m+1}^3-F_{m-1}^3)+F_{m+1}^5\equiv F_{m+1}^5(\bmod F_m^2); \quad (4)$$

$$F_{8m}=F_{4m+1}^2-F_{4m-1}^2=F_{4m}(F_{4m+1}+F_{4m-1})=F_{4m}(F_{4m}+2F_{4m-1})\equiv 2F_{4m}F_{4m-1}=2(F_{2m+1}^2-F_{2m-1}^2)(F_{2m}^2+F_{2m-1}^2)\equiv 2(F_{2m+1}^2-F_{2m-1}^2)F_{2m-1}^2=2F_{2m}(F_{2m+1}+F_{2m-1})F_{2m-1}^2\equiv 2F_{2m}(F_{2m}+2F_{2m-1})F_{2m-1}^2\equiv 4F_{2m}F_{2m-1}^3=4(F_{m+1}^2-F_{m-1}^2)\cdot(F_m^2+F_{m-1}^2)^3\equiv 4F_m(F_{m+1}+F_{m-1})(F_m^2+F_{m-1}^2)^3\equiv 4F_m(F_m+2F_{m-1})(F_m^2+F_{m-1}^2)^3\equiv 8F_mF_{m-1}^7(\bmod F_m^2). \quad (5)$$

由(1)~(5)式可得

$$F_{7\times 13^{s+1}p}=F_{(5+8)m}=F_{5m}F_{8m-1}+F_{5m+1}F_{8m}\equiv (F_{m+1}^5-F_{m-1}^5)F_{m-1}^8+8F_mF_{m-1}^7F_{m+1}^5\equiv F_m\left(\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{4-j}\right)F_{m-1}^8+8F_mF_{m-1}^7F_{m+1}^5\equiv F_m\left(\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}+8F_{m-1}^7F_{m+1}^5\right)(\bmod F_m^2).$$

由 $F_{7\times 13^s p}$ 的标准分解式中素因数 13 的指数为 $s+1$ 可知，$13^{s+1}\| F_{7\times 13^s p}=F_m$，所以

$$F_{7\times 13^{s+1}p}=F_{(5+8)m}\equiv F_m\left(\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}+8F_{m-1}^7F_{m+1}^5\right)(\bmod 13^{2(s+1)}). \quad (6)$$

当 $s\geqslant 1$ 时，有 $2(s+1)\geqslant s+3$，则由引理 5 及 $7|m$ 知，$F_{m+1}\equiv F_{m-1}(\bmod 13)$ 且其最小非负剩余不是 0，代入(6)式可得

$$F_{7\times 13^{s+1}p}=F_{(5+8)m}\equiv F_m\left(\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}+8F_{m-1}^7F_{m+1}^5\right)(\bmod 13^{s+2})\equiv 13F_mF_{m+1}^{12}(\bmod 13^{s+2}). \quad (7)$$

从而由 $13^{s+1}\| F_{7\times 13^s p}=F_m$ 得

$$F_{7\times 13^{s+1}p}\equiv 0(\bmod 13^{s+2}),$$

即 $13^{s+2}| F_{7\times 13^{s+1}p}$.

下证 13^{s+3} 不能整除 $F_{7\times 13^{s+1}p}$.

首先由(7)式有

$$F_{7\times 13^{s+1}p}=F_{(5+8)m}\equiv F_m\left(\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}+8F_{m-1}^7F_{m+1}^5\right)(\bmod 13^{s+3}). \quad (8)$$

要证 13^{s+3} 不能整除 $F_{7\times 13^{s+1}p}$，由 $13^{s+1}\| F_{7\times 13^s p}=$

F_m，只需证13^2不能整除$8F_{m-1}^7F_{m+1}^5+\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}$.

由引理 5 及表 1 可不妨设$F_{m+1}=13q_1+r$，$F_{m-1}=13q_2+r$，这里$r=5,8,12$，q_1,q_2为非负整数. 从而

$$\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}+8F_{m-1}^7F_{m+1}^5=\sum_{j=0}^{4}(13q_1+r)^j(13q_2+r)^{12-j}+8(13q_1+r)^5(13q_2+r)^7\equiv(12\times13q_2r^{11}+r^{12})+(11\times13q_2r^{10}+r^{11})(13q_1+r)+(10\times13q_2r^9+r^{10})(2\times13q_1r+r^2)+(9\times13q_2r^8+r^9)(3\times13q_1r^2+r^3)+(8\times13q_2r^7+r^8)\cdot(4\times13q_1r^3+r^4)+8(7\times13q_2r^6+r^7)(5\times13q_1r^4+r^5)\equiv13r^{12}+13\times106q_2r^{11}+13\times50q_1r^{11}\equiv13(r+106q_2+50q_1)r^{11}(\mathrm{mod}\,13^2). \tag{9}$$

因为$13^{s+1}\parallel F_m=F_{m+1}-F_{m-1}=13(q_1-q_2)$，所以$13^s\parallel(q_1-q_2)$，再根据$r+106q_2+50q_1\equiv r-2(q_1-q_2)\ (\mathrm{mod}\,13)$可知，13 不能整除$r+106q_2+50q_1$. 又$(r,13)=1$，所以$(r^{11},13)=1$. 从而由(9)式知，$13^2$不能整除$8F_{m-1}^7F_{m+1}^5+\sum_{j=0}^{4}F_{m+1}^jF_{m-1}^{12-j}$. 再由(8)式知，$13^{s+3}$不能整除$F_{7\times13^{s+1}p}$，故$13^{s+2}\parallel F_{7\times13^{s+1}p}$，即在$F_{7\times13^{s+1}p}$的标准分解式中素因数 13 的指数为$s+2=(s+1)+1$.

综上所述及数学归纳法可知，定理 4 成立.

最后给出一个总结性定理如下.

定理 5　设n为正整数，且$n=7^k\times13^sp$，其中k，s为非负整数，p为因数不含 7 和 13 的正整数，则

(i)当$k=0$时，F_n的标准分解式中素因数 13 的指数是 0;

(ii)当$k>0$时，F_n的标准分解式中素因数 13 的指数是$s+1$.

证　(i)当$k=0$时，则n不被 7 整除，根据引理 3 可知，13 不能整除F_n，即F_n的标准分解式中素因数 13 的指数是 0.

(ii)当$k>0$时，由定理 1 知，在$F_{7\times13^sp}$与$F_{7^k\times13^sp}$的标准分解式中素因数 13 的指数是相同的. 所以只考虑$k=1$的情形. 又由定理 4 可知，$F_{7\times13^sp}$的标准分解式中的素因数 13 的指数是$s+1$.

从而定理 5 成立.

2　参考文献

[1] 许胤龙, 孙淑玲. 组合数学引论 [M]. 2 版. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010.

[2] 曹汝成. 组合数学 [M]. 广州: 华南理工大学出版社, 2006: 91-98.

[3] 潘承洞, 潘承彪. 初等数论 [M]. 2 版. 北京: 北京大学出版社, 2003.

[4] 吴振奎. 斐波那契数列 [M]. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1987: 43-152.

[5] 袁明豪. 正 Fibonacci 数的标准分解式中因子 2 的指数 [J]. 数学通讯, 2003(15): 26-27.

[6] 袁明豪. 正 Fibonacci 数的标准分解式中因子 3 的指数 [J].荆州师范学院学报: 自然科学版, 2003, 26(2): 12-13.

[7] 袁明豪. 正 Fibonacci 数的标准分解式中因子 5 的指数 [J].数学的实践与认识, 2007, 37(7): 166-170.

[8] 王念良, 张洁. Fibonacci 数的标准分解式中素因子 7 的指数 [J].商洛学院学报, 2007, 21(4): 4-7.

[9] 林丽荣, 尤利华. Fibonacci 数的标准分解式中素因数 11 的指数 [J]. 甘肃联合大学学报: 自然科学版, 2008, 22(6): 4-10.

[10] 袁明豪. Fibonacci数的一组整除特征 [J]. 数学通讯, 2004(15): 29-31.

[11] 吴佃华, 贾小英. Fibonacci 数的整除性 [J]. 广西师范学院学报: 自然科学版, 2007, 24(3): 28-29,60.

[12] 尤利华, 黄荣辉. Fibonacci数的标准分解式中诸奇素因数的指数 [J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2011, 29(3): 18-22.

The Exponent of Factor 13 in the Standard Factorization of Fibonacci Number

HUANG Rong-hui[1, 2], YOU Li-hua[1*]

(1. School of Mathematical Sciences, South China Normal University, Guangzhou Guangdong 510631, China;
2. Shunde Bijiang Middle School, Foshan Guangdong 528312, China)

Abstract: The relationship between the exponent of factor 13 in the standard factorization of Fibonacci number F_n and its subscript n are studied, and it is shown that the exponent of factor 13 in the standard factorization of Fibonacci number F_n can be found out by the exponent of 7 and 13 in the factorization of the subscript n.

Key words: Fibonacci number; standard factorization; factor; exponent; congruence

(责任编辑：曾剑锋)