

文章编号: 1000-5862(2012)03-0271-05

# 光纤中的调制不稳定性分析

贾磊磊<sup>1,2</sup>, 孙山林<sup>2</sup>, 葛仁华<sup>2</sup>

(1. 桂林电子科技大学信息与通信学院, 广西 桂林 541004;  
2. 桂林航天工业高等专科学校电子信息工程系, 广西 桂林 541004)

摘要: 利用时间相关的变分法对光纤光学系统中平面波调制的不稳定性进行研究, 在拉格朗日变分的框架下推导出相位与振幅的演化方程, 进而对线性化扰动方程的解进行了数值模拟, 得出调制不稳定性下扰动功率随传输距离的变化关系。

关键词: 非线性光学系统; 调制不稳定性; 扰动功率; 变分法  
中图分类号: O 437 文献标志码: A

## 0 引言

调制不稳定性(MI)是由于光纤色散和光克尔非线性效应所引起的光场不稳定性, 使稳态传输的光变得不稳定, 进而会使得能量向着小区域聚集, 出现自聚焦等现象<sup>[1-2]</sup>。自从 L.A.Ostrovskii<sup>[3-4]</sup>指出 MI 可能在非线性光传输中存在之后, MI 的理论数值研究<sup>[5]</sup>得到了发展, 相应的实验观察<sup>[6-8]</sup>也逐步展开, 在应用前景以及对光通信系统的影响等方面取得许多重要的成果<sup>[9-13]</sup>。

在小信号近似下, 要清晰、直观而又普适地描述光纤中的调制不稳定性, 振幅加位相角的光扰动表述形式是更合适的选择<sup>[14]</sup>。但是选取光波振幅和位相的扰动形式既要考虑到演化方程的运算简便又要考虑演化信息的完整性。因此, 确定光波的扰动形式, 寻找一种更为一般化、标准化的方法来推导幅度和位相的演化方程是非常重要的。

在最初的线性稳定分析方法中, 假定波数  $K$  是一个与传输距离无关的常数, 通常所采取的光扰动形式为  $A=(\sqrt{P_0}+\alpha(z,T))\exp[i\phi(z)]$ , 其中微扰  $\alpha(z,T)$  局限于一个函数构型空间  $CF_0=\{a(z,T)=U\cos(Kz-\Omega T)+iV\sin(Kz-\Omega T), K$  为复数,  $\Omega$  为实数<sup>[15-16]</sup>或者  $CF'_0=\{a(z,T)=U\exp[i(Kz-\Omega T)]+iV\exp[i(Kz-\Omega T)], K$  为复数,  $\Omega$  为实数<sup>[17-18]</sup>。最近, 钟先琼等<sup>[2,19-20]</sup>指出了

该扰动形式遗漏了光的部分演化信息, 并且考虑了振幅和位相的扰动形式, 即将微扰  $\alpha(z,T)$  局限于函数构型空间  $CF_1=\{a(z,T)=\delta(z)\exp\{i[\psi(z)-\Omega T]\}, \delta(z), \psi(z)$  为实函数,  $\Omega$  为实数 $\}$ 。

本文将进一步扩充复扰动  $a(Z,T)$  的函数构型空间。在脉冲坐标系中, 复扰动  $a(Z,T)$  是关于时间  $T$  频率为  $\Omega$  的复值函数, 且其关于时间  $T$  的积分均值为 0, 这里  $\Omega$  为微扰角频率。将  $a(Z,T)$  展开成傅里叶级数的形式为

$$a(z,T)=\sum_{|k|>0,k\in\mathbb{Z}}\hat{a}_k(z)\exp[i(k\Omega T)], \quad (1)$$

其中复值函数  $\hat{a}_k(z)$  表示第  $k$  阶傅里叶系数。由于  $|a|\ll 1$ , 考虑  $a(z,T)$  的 2 个模式的近似, 即考虑微扰形式为

$$\bar{A}=(\sqrt{P_0}+\hat{\alpha}_1(z)\exp[i\Omega T]+\hat{\alpha}_{-1}(z)\exp[-i\Omega T])\exp[i\phi(z)], \quad (2)$$

将(2)式中复值函数  $\hat{a}_k(z), k\in\{-1,1\}$  写成指数的形式  $\hat{a}_1(z)=U(z)\exp[i\phi_u(z)], \hat{a}_{-1}(z)=U(z)\exp[i\phi_v(z)]$ , 从而将复微扰形式局限于下面函数构型空间:  $CF_2=\{a(z,T)=U(z)\exp\{i[\phi_u(z)+\Omega T]\}+V(z)\exp\{i[\phi_v(z)-\Omega T]\}, U(z), V(z), \phi_u(z), \phi_v(z)$  为实函数,  $\Omega$  为实数 $\}$ 。该函数构型空间  $CF_2$  在讨论玻色-爱因斯坦凝聚系统平面波的调制不稳定性中已被广泛应用<sup>[21-22]</sup>。这种扰动形式更具有普适性, 然而在运算上却增加了难度, 演化变量由原来的 2 个( $\delta, \psi$ )变为 4 个( $U, \phi_u, V, \phi_v$ )。

收稿日期: 2011-12-19

基金项目: 国家自然科学基金(60972054), 广西区新世纪教改课题(2010JGA121), 桂林航天工业高等专科学校校级课题(X12Z011)资助项目。

作者简介: 贾磊磊(1978-), 女, 甘肃白银人, 讲师, 硕士, 主要从事非线性系统数值分析与光纤通信研究。

因此, 将利用时间相关的变分法<sup>[19]</sup>来研究平面波的调制不稳定性, 基于拉格朗日变分的框架, 将分别推导出相位和振幅的调制扰动演化方程, 进而讨论平面波解的调制不稳定性及其对功率增益带来的影响.

## 1 光扰动的演化方程

忽略光纤损耗和高阶色散的影响, 考虑光波的慢变复振幅方程

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma|A|^2 A, \quad (3)$$

其中  $\beta$  为二阶色散系数. 考虑方程(3)与脉冲坐标系中的时间  $T$  无关的稳态解为

$$\bar{A} = \sqrt{P_0} \exp[i\phi(z)], \quad (4)$$

其中非线性相移为  $\phi(z) = \gamma P_0 z$ . 为检验解(4)是否经得起扰动, 考虑如下解的微扰形式

$$A = (\sqrt{P_0} + U(z) \exp\{i[\phi_u(z) + \Omega T]\} + V(z) \exp\{i[\phi_v(z) - \Omega T]\}) \exp[i\phi(z)]. \quad (5)$$

注意到方程(1)~(3)对应的拉格朗日函数为

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{i}{2}(A^* A_z - A A_z^*) + \frac{\beta}{2} |\nabla A|^2 + \frac{\gamma}{2} |A|^4 \right] dT. \quad (6)$$

事实上, 从变分原理, 拉氏函数对  $A^*$  求变分, 变分方程为

$$\frac{\delta L}{\delta A^*} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial L}{\partial(\partial A^* / \partial z)} + \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial L}{\partial(\partial A^* / \partial T)} - \frac{\partial L}{\partial A^*} = 0,$$

将上述方程化简, 即得方程(3).

将(5)式代入方程(6)中, 对波函数  $A(z, T)$  加周期边界条件, 即考虑方程(6)中的积分限为  $0 \leq T < 2\pi$ , 得到拉氏函数为

$$L = \pi[-P_0^2 \gamma + \gamma(U^4 + V^4) + 4\gamma P_0 UV \cos(\phi_u + \phi_v) + U^2(2\gamma P_0 + \beta\Omega^2 + 4\gamma V^2 - 2\dot{\phi}_u) + V^2(2\gamma P_0 + \beta\Omega^2 - 2\dot{\phi}_v)]. \quad (7)$$

其中  $\phi_u$ 、 $\phi_v$  为系统的广义坐标,  $X=U^2$ 、 $Y=V^2$  为对应坐标下的动量. 特别地, 关于  $(\phi_u, X, \phi_v, Y)$  的有效哈密顿量

$$H_{eff} = \pi[\gamma(X^2 + Y^2) + 4\gamma P_0 \sqrt{XY} \cos(\phi_u + \phi_v) + X(2\gamma P_0 + \beta\Omega^2 + 4\gamma Y) + Y(2\gamma P_0 + \beta\Omega^2)]$$

为典则共轭的.

利用(7)式, 可得到对应的拉格朗日运动方程

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} = \frac{\partial L}{\partial \xi} \Rightarrow$$

$$U \dot{\phi}_u = C_1 U + \gamma U^3 + 2\gamma UV^2 + \gamma P_0 V \cos(\phi_u + \phi_v), \quad (8)$$

$$\dot{U} = \gamma P_0 V \sin(\phi_u + \phi_v), \quad (9)$$

$$V \dot{\phi}_v = C_1 V + \gamma V^3 + 2\gamma U^2 V + \gamma P_0 U \cos(\phi_u + \phi_v), \quad (10)$$

$$\dot{V} = \gamma P_0 U \sin(\phi_u + \phi_v), \quad (11)$$

其中  $C_1 = \gamma P_0 + \beta\Omega^2 / 2$ . 由方程(8)~(11)可知

$$U = V,$$

$$\dot{U} = \gamma P_0 U \sin \phi, \quad (12)$$

$$\dot{\phi} = C_1 + 3\gamma U^2 + \gamma P_0 \cos \phi, \quad (13)$$

其中  $\phi = \phi_u + \phi_v$ . 保留方程(13)直到  $O(U)$  项(对方程进行线性化), 得

$$\dot{\phi} = C_1 + \gamma P_0 \cos \phi. \quad (14)$$

此时, 由功率增益的定义可得扰动的功率增益为

$$g(\Omega; z) = \frac{1}{|U \exp[i\phi_u] + V \exp[i\phi_v]|^2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( |U \exp[i\phi_u] + V \exp[i\phi_v]|^2 \right) = \frac{4\gamma P_0 U^2 (1 + \cos(\phi_u - \phi_v)) \sin \phi}{|U \exp[i\phi_u] + V \exp[i\phi_v]|^2} = 2\gamma P_0 \sin \phi. \quad (15)$$

由方程(14)可看出扰动的相位不是传输距离  $z$  的线性函数, 因此扰动的增益不会是一个常数, 而与位相是相关的.

## 2 光扰动演化仿真

### 2.1 负色区域的情况 ( $\beta < 0$ )

从理论上, 当扰动频率小于截止频率  $\Omega_c = \sqrt{4\gamma P_0 / |\beta|}$  时, 将会发生调制不稳定性. 本节将讨论在负色散的情况下光扰动的振幅和相位演化规律, 由方程(14)可知

$$\dot{\phi} = (\gamma P_0 - |\beta|\Omega^2 / 2) + \gamma P_0 \cos \phi. \quad (16)$$

容易验证方程(1)~(13)有解

$$\phi = -2 \arccot \left[ \frac{\beta\Omega}{\sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)}} \coth \left( \frac{1}{4} \Omega \sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} (z+C) \right) \right], \quad (17)$$

其中  $C$  为积分常数.

2.1.1 扰动频率小于截止频率 ( $\Omega < \Omega_c = \sqrt{4\gamma P_0 / |\beta|}$ ) 当扰动频率小于截止频率时, 模拟了相位  $\phi$  的演化过程. 从图 1(a)可看出, 扰动相位  $\phi$  关于传输距离呈非线性缓慢增长. 特别是在近距离的传输段, 呈现出较强的非线性. 这充分说明, 把扰动相位  $\phi$  限制于一个关于  $z$  的线性函数空间 ( $CF_0$  或  $CF_0'$ ) 中, 在短距离传输阶段是有缺陷的, 这样人为的限定导致了扰动相位的部分演化信息丢失.

由于方程(16)为方程(13)的线性近似, 故当扰动振幅非常小时, 求得方程(13)中的解为

$$\phi \sim n\pi - 2\text{arc cot} \left[ \frac{\beta\Omega}{\sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)}} \right] \cdot \coth \left( \frac{1}{4} \Omega \sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} (z+C) \right), n \in \mathbf{Z}.$$

由于扰动相位与传输距离相关, 进而导致扰动的功率增益与传输距离有关. 由扰动的功率增益公式(15)可知

$$g(\Omega; z) = 2\gamma P_0 \sin \left\{ n\pi - 2\text{arc cot} \left[ \frac{\beta\Omega}{\sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)}} \right] \cdot \coth \left( \frac{1}{4} \Omega \sqrt{-\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} (z+C) \right) \right\}.$$

图 1(b)为用不同方法得到的扰动功率增益随传输距离的变化图. 由图 1 可知, 当传输距离很大时, 扰动功率增益近似为常值, 这与线性稳定分析方法的结果是一致的. 当传输距离很大时 ( $z \rightarrow \infty$ ), 在给定的数值模拟参数  $P_0=1, \gamma=0.1, \beta=-0.01, \Omega=0.200\Omega_c$  下, 可以求得  $\phi \rightarrow \phi_\infty = 2.7389$ . 进而由扰动的功率增益公式(15)可知  $g_\infty = g(\Omega; \infty) = 2\gamma P_0 \sin(\phi_\infty) = 0.7838$ .

下面来讨论扰动振幅的演化过程. 由方程(9)可知扰动振幅方程为

$$\dot{U} = \gamma P_0 U \sin \phi. \quad (18)$$

将(17)式代入(18)式, 分离变量, 可求得方程的解为

$$U(z) = \left[ C_2 \left( 2\gamma P_0 + \beta\Omega^2 - 2\gamma P_0 \cosh \left( \sqrt{-\beta\Omega^2 (4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} \left( (z+C_1)/2 \right) \right) \right) \right] / \beta\Omega^2 (4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)$$

其中  $C_1, C_2$  均为积分常数, 积分常数  $C_1$  来自(17)式. 显然,  $U(z)$  为关于  $z$  指数增长的函数, 如图2(a)所示, 其表现出调制不稳定性. 特别地, 取初始扰动值  $\phi(0)=0, U(0)=1$  可以得到解

$$U = 1 + \frac{2\gamma P_0}{\beta\Omega^2} \left( 1 - \cosh \left[ \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} z \right] \right).$$

2.1.2 扰动频率大于截止频率 ( $\Omega > \Omega_c = \sqrt{4\gamma P_0 / |\beta|}$ ) 由 MI 的基本理论可知, 该区域无调制不稳定现象. 扰动振幅随传输距离呈周期性变化, 如图 2(b)所示. 特别地, 取初始扰动值  $\phi(0)=0, U(0)=1$  可以得到如下解

$$U = 1 + \frac{2\gamma P_0}{\beta\Omega^2} \left( 1 - \cos \left[ \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\beta(4\gamma P_0 + \beta\Omega^2)} z \right] \right).$$

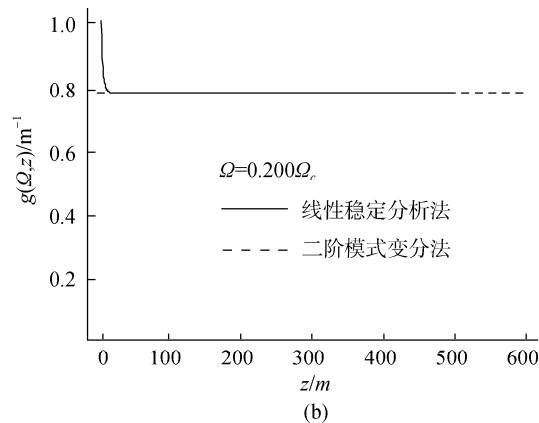
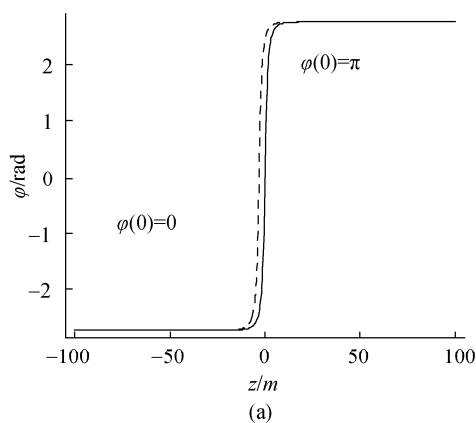
当扰动频率大于截止频率时, 扰动功率的增益随传输的距离  $z$  增加时正时负, 呈周期性振荡, 即扰动幅度时而增长, 时而衰减, 扰动不会发散, 也就是人们通常认为的主光波的传输是稳定的, 如图 3 所示.

### 2.2 正色区域的情况 ( $\beta > 0$ )

此时方程(13)变为

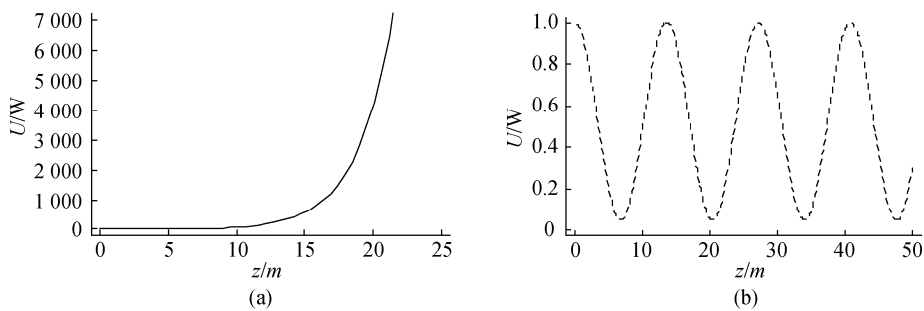
$$\dot{\phi} = (\gamma P_0 + \beta\Omega^2 / 2) + \gamma P_0 \cos \phi. \quad (19)$$

对于方程(19), 对于任意的正色散系数  $\beta > 0$ , 取任何的初始相位扰动  $\phi(0)=\phi_0, \phi$  始终呈周期性振荡. 下面将计算  $\phi$  的振荡周期.



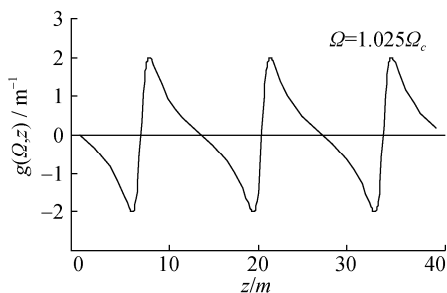
注: 扰动图参数选取为:  $P_0=1W, \gamma=0.1, \beta=-0.01 ps^2/m, \Omega=0.200\Omega_c$ . (a)扰动位相  $\phi(z)$  的演化(初始扰动相位  $\phi(0)=0$  对应实的曲线; 初始扰动相位  $\phi(0)=\pi$  对应虚的曲线), (b)不同方法下得到的扰动功率增益随传输距离的变化图.

图 1 扰动频率截止频率时的演化过程图



注: (a)  $\Omega=0.2\Omega_c$ ; (b)  $\Omega=1.025\Omega_c$ .

图 2 相同参数( $P_0=10\text{ W}$ ,  $\gamma=0.1$ ,  $\beta=-0.01\text{ ps}^2/\text{m}$ ,  $\phi(0)=0$ ,  $U(0)=1$ )下不同扰动频率的振幅演化图



注: 参数选取为  $P_0=10\text{ W}$ ,  $\gamma=0.1$ ,  $\beta=-0.01\text{ ps}^2/\text{m}$ ,  $\Omega=1.025\Omega_c$ .

图 3 扰动频率大于临界频率时扰动功率增益随传输距离的变化图

根据不定积分公式

$$\int \frac{dx}{a+b \cos x} = \frac{2}{a+b} \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \arctan \left( \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{x}{2} \right) - C, \quad (a^2 > b^2),$$

对方程(19)变量分离, 进而取不定积分, 得

$$\int \frac{d\phi}{(\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2) + \gamma P_0 \cos \phi} = z + C \Rightarrow \tan \left( (z-C) \sqrt{\frac{\beta}{2} \Omega^2 (2\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2)} \right) = \frac{\sqrt{\beta \Omega^2 / 2}}{\sqrt{2\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2}} \tan [\phi(z)] \Rightarrow$$

$$\phi(z) = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{2\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2}}{\beta \Omega^2 / 2} \cdot \tan \left( (z-C) \sqrt{\frac{\beta}{2} \Omega^2 (2\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2)} \right) \right\}.$$

由上式可知, 相位的振荡周期为

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\beta}{2} \Omega^2 (2\gamma P_0 + \beta \Omega^2 / 2)}} = \frac{\pi}{|\beta \Omega| \sqrt{\Omega^2 + \Omega_c^2}}, \quad (20)$$

进而结合方程(12)以及功率增益的定义公式(15)得

到振幅以及功率增益的振荡周期也为  $\tau$ . 由(20)式可知, 扰动频率越大, 功率增益振荡得越快; 主光信号越强, 功率增益振荡得也越快.

### 2.3 临界情形 ( $\Omega = \Omega_c$ )

显然, 临界情形的 MI 只发生在负色区域. 当  $\Omega = \Omega_c = \sqrt{4\gamma P_0 / |\beta|}$  时, 方程(16)简化为

$$\dot{\phi} = \gamma P_0 (1 + \cos \phi), \quad (21)$$

方程(21)很容易求出其解为  $\phi(z) = \gamma P_0 \tan(z/2) + C$ ,  $C$  为积分常数. 进而可以求得扰动的功率增益为

$$g(\Omega; z) = 2\gamma P_0 \sin \phi = 2\gamma P_0 \sin [\tan z / 2 + C], \quad (22)$$

此种情形下, 扰动功率的增益随传输的距离  $z$  增加时正时负, 呈周期性快速振荡, 即扰动幅度时而增长, 时而衰减, 扰动不会发散, 如图 4 所示.

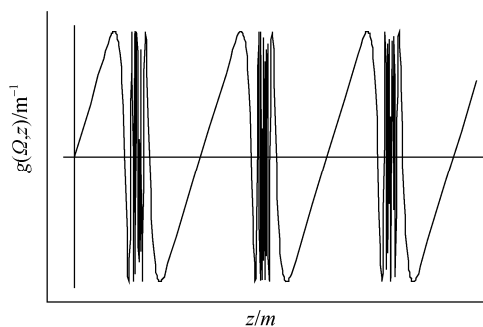


图 4 临界情形扰动功率呈周期性振荡

## 3 小结

将光纤中的光扰动表为更具普适性的振幅加相位角的形式后, 利用时间相关的拉格朗日变分法导出了光扰动振幅和相位的演化方程; 解出了光扰动振幅、位相和功率增益系数的解析表达式; 计算并分析讨论了不同光扰动初始情况下的光扰动振幅、位相和功率增益系数随距离的演化规律. 研究结果

表明: 扰动的初相对扰动初始阶段的演化规律有重要影响; 在人们认为无调制不稳定的光纤的正色散区和扰动频率大于截止频率的负色散区域, 扰动的功率增益随距离是振荡的, 选择适当的初相位, 也可有一个正扰动增益的初始阶段. 对具有调制不稳定性负色散区域的重点讨论表明, 前人导出的扰动功率增益表达式只是本文结果在传输距离足够大时的渐近值, 该渐近值与初相位无关, 而与扰动频率有关.

## 4 参考文献

- [1] Kazovsky L G, Benedetto S, Willner A E. Optical fiber communication systems [M]. MA: Artech House, 1999.
- [2] 钟先琼. 光纤中调制不稳定的进一步研究 [D]. 四川: 四川大学电子信息学院, 2005.
- [3] Ostrovskii L A. Self-action of light in crystals [J]. Soy Phys JETP, 1967, 5: 272-275.
- [4] Ostrovskii L A. Propagation of wave packets and space-time self-focusing in a nonlinear medium [J]. Soy Phys JETP, 1967, 24: 1189-1194.
- [5] Agrawal G P, Baldeck P L, Alfano R R. Modulation instability induced by cross-phase modulation in optical fibers [J]. Phys Rev A, 1989, 39(7): 3406-3413.
- [6] Pitois S, Millot G. Experimental observation of a new modulational instability spectral window induced by fourth-order dispersion in a normally dispersive single-mode optical fiber [J]. Opt Commun, 2003, 226(1): 415-422.
- [7] Tai K, Hasegawa A, Tomita A. Observation of modulational instability in optical fibers [J]. Phys Rev Lett, 1981, 56(20): 135-138.
- [8] 牟宁, 徐荣辉, 桑明煌, 等. 基于交叉相位调制波长转换的实验研究 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 32(5): 521-524.
- [9] Anderson D, Lisak M. Modulation instability of coherent optical fiber transmission signals [J]. Opt Lett, 1984, 9(10): 468-470.
- [10] Xiang Yuanjiang, Wen Shuangchun, Dai Xiaoyu, et al. Modulation instability induced by nonlinear dispersion in nonlinear metamaterials [J]. J Opt Soc Amer B: Opt Phy, 2007, 24(12): 3058-3063.
- [11] Zhou Wei, Su Wenhua, Cheng Xi, et al. Copropagation of two pulses of different frequencies and modulation instabilities induced by cross-phase modulation in metamaterials [J]. Opt Commun, 2009, 282(7): 1440-1447.
- [12] 甘桂蓉, 罗开基. 高阶色散和五阶非线性对类明孤子传输特性的影响 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 32(3): 353-357.
- [13] Gorbach A V, Zhao X, Skryabin D V. Dispersion of nonlinearity and modulation instability in subwavelength semiconductor waveguides [J]. Opt Express, 2011, 19(10): 9345-9351.
- [14] 钟先琼, 陈建国, 李先义, 等. 光纤中扰动的小信号增益 [J]. 光学学报, 2004, 24(11): 1521-1524.
- [15] Abdullaev F K, Darmanyan S A, Bischoff S, et al. Modulational instability in optical fibers near the zero dispersion point [J]. Opt Commun, 1994, 108(1): 60-64.
- [16] Hickmann J M, Cavalcanti S B, Borges N M, et al. Modulational instability in semiconductor-doped glass fibers with saturable nonlinearity [J]. Opt Lett, 1993, 18(3): 182.
- [17] 张书敏, 徐文成, 罗爱平, 等. 色散渐变光纤中飞秒光脉冲的调制不稳定性研究 [J]. 光学学报, 2001, 21(6): 656.
- [18] Liu Xiumin, Zhang Xiaoguang, Lin Ning, et al. Modulation instability in non-Kerr like optical fibers near the zero dispersion point [J]. Chin J Lasers, 2000, 9(1): 79-84.
- [19] 钟先琼, 向安平. 高阶色散和指数饱和非线性光纤的调制不稳定性 [J]. 光学技术, 2010, 36(2): 274-278.
- [20] 钟先琼, 陈建国, 李先义. 色散渐变光纤中五阶非线性调制不稳定 [J]. 激光技术, 2006 30(1): 27-30.
- [21] Rapti Z, Kevrekidis P G, Smerzi A, et al. Variational approach to the modulational instability [J]. Phys Rev E, 2004, 69 (1): 17601-17604.
- [22] Wamba E, Mohamadou A, Kofané T C. A variational approach to the modulational instability of a Bose-Einstein condensate in a parabolic trap [J]. J Phys B, 2008, 41: 225403.

## The Modulational Instability in Nonlinear Optics

JIA Lei-lei<sup>1,2</sup>, SUN Shan-lin<sup>2</sup>, GE Ren-hua<sup>2</sup>

(1. Department of Electrical Engineering, Guilin College of Aerospace Technology, Guilin Guangxi 541004, China;  
2. School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

**Abstract:** Using time-dependent variational method, modulational instability of the plane waves in nonlinear optical fiber system has been investigated. Based on the Lagrangian variational framework, the evolution equations of phases and amplitudes is induced, and by the numerical simulation of the solutions for the linearization of the perturbed equations, the evolution of perturbed gain power is presented.

**Key words:** nonlinear optics system; modulational instability; perturbed gain power; variational method

(责任编辑: 冉小晓)