文章编号: 1000-5862(2012)04-0343-04

带非光滑核的多线性奇异积分极大算子的有界性

陈冬香，毛素珍

(江西师范大学数学与信息科学学院　江西 南昌 330022)

摘要：利用极大算子的 sharp 极大函数的点态估计方法，建立了具有非光滑核的多线性奇异积分极大算子的 Cotlar 型不等式，应用 Cotlar 不等式证明了极大算子是 $L^r(\mathbf{R}^n)$到 $L^{p_0}(\mathbf{R}^n)$上的有界算子，推广了一些已知结果.

关键词：多线性奇异积分算子；非光滑核；恒等逼近；Cotlar 不等式；极大算子

中图分类号：O 626.4　　　　文献标志码：A

0　引言

对 $1<p<\infty$，设 T 是 $L^p(\mathbf{R}^n)$ 上的有界算子，$K(x,y)$ 为算子 T 的核函数. 定义算子 T 为

$$Tf(x)=\int_{\mathbf{R}^n}K(x,y)f(y)\mathrm{d}y,$$

其中 f 在紧支集上是连续函数，且 $x\notin \operatorname{supp}f$.

称 $K(x,y)$ 为满足 Hörmander 条件：若 $\exists\alpha>0$，$C_1>1$，使得当 $|x-y|\leqslant C_1|x-z|$ 时，有不等式

$$|K(x,y)-K(z,y)|\leqslant C\frac{|x-z|^\alpha}{|x-y|^{n+\alpha}}.$$

关于核函数满足 Hörmander 条件的算子和交换子的有界性，存在许多结果[1], 1999 年 X.T.Duong 和 A.McIntosh 在核函数满足更弱的条件下证明了具有非光滑核的奇异积分算子 T 在 L^p $(1<p<\infty)$ 上有界[2]. Deng Dong-gao 和 Yan Li-xin 在文献[3]中证明了交换子 $[b,T]$ 在 L^p 上有界.

X.T.Duong 和 A.McIntosh 在文献[2]中引入了具有非光滑核的奇异积分算子，给出如下定义.

定义1　设 $a_t(x,y)$ $(t>0)$ 是定义在 $\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n$ 上的可测函数，A_t 是以 $a_t(x,y)$ 为核函数的算子，称算子族 $\{A_t:t>0\}$ 为恒等逼近，如果 $\forall f\in L^p(\mathbf{R}^n)$，$p\geqslant1$，

$$A_t(f)(x)=\int_{\mathbf{R}^n}a_t(x,y)f(y)\mathrm{d}y,$$

且对于 $(x,y)\in\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n$，$t>0$ 有

$$|a_t(f)(x)|\leqslant h_t(x,y)=t^{-n/2}g\left(\frac{|x-y|^2}{t}\right),$$

其中 g 是正的有界递减的函数且满足

$$\lim_{r\to\infty}r^{n+\varepsilon}g(r^2)=0,\varepsilon>0.$$

定义2　设 T 是核函数为 $K(x,y)$ 且在 $L^2(\mathbf{R}^n)$ 上有界线性算子，对 $f\in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$ 及几乎处处的 $x\notin \operatorname{supp}f$，有

$$Tf(x)=\int_{\mathbf{R}^n}K(x,y)f(y)\mathrm{d}y,$$

称算子 T 是具有非光滑核的奇异积分，若 $K(x,y)$ 满足下列条件:

(i) 存在 1 个恒等逼近 $\{B_t,\ t>0\}$ 使得 TB_t 具有相关的核函数 $k_t(x,y)$ 且 $\exists C_1,\ C_2>0$ 使得对所有的 $y\in\mathbf{R}^n$ 有

$$\int_{|x-y|>C_1t^{1/2}}|K(x,y)-k_t(x,y)|\mathrm{d}x\leqslant C_2;$$

(ii) 存在 1 个恒等逼近 $\{A_t,\ t>0\}$ 使得 A_tT 具有相关的核函数 $K_t(x,y)$ 满足

$$|K_t(x,y)-K(x,y)|\leqslant C_4\frac{t^{\delta/2}}{|x-y|^{n+\delta}},$$

其中 $|x-y|\geqslant C_3t^{1/2}$，$C_3,C_4,\delta>0$.

在文献[2]中，X.T.Duong 和 A.McIntosh 证明了：如果选取合适的恒等逼近，条件(i)和(ii)比添加给 Calderon-Zygmund 算子一些常见的条件(如 Hörmander 条件)弱. 同时文献[2]还证明了：如果算子 T 满足(i)，则算子 T 不仅是弱 (1, 1) 型的而且还是强 $(p,\ p)$ $(1<p\leqslant2)$ 型的. 此外，若算子 T 满足条件(i)和(ii)，则算子 T 是强 $(p,\ p)$ $(1<p\leqslant\infty)$型的.

定义3　设 b 是 $\mathbf{R}^n$ 的一个函数，在 $L^s(\mathbf{R}^n)$ 上存

收稿日期：2012-01-20
基金项目：国家自然科学基金(10961015, 10871173)资助项目.
作者简介：陈冬香(1973-)，男，江西抚州人，教授，博士，主要从事调和分析的研究.

在某个 $s>n$，与 T 相关的多线性奇异积分算子 T_b 定义为

$$T_b f(x)=$$
$$p.v.\int_{\mathbf{R}^n}\frac{b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)}{|x-y|}K(x,y)f(y)\mathrm{d}y. \quad (1)$$

T_b 相应的极大算子定义为

$$T_b^* f(x)=\sup_{\varepsilon>0}|T_{b,\varepsilon}f(x)|, \quad (2)$$

$\forall\varepsilon>0$，$T_{b,\varepsilon}$ 是 T_b^* 的截断算子,定义为

$$T_{b,\varepsilon}f(x)=$$
$$\int_{|x-y|>\varepsilon}\frac{b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)}{|x-y|}K(x,y)f(y)\mathrm{d}y.$$

在文献[4]中，J. Cohen 和 J. Gosselin 研究了光滑核的多线性奇异积分的极大算子在 $L^p(\mathbf{R}^n)$ 上的有界性．关于交换子有许多研究的结果，具体参见文献[5-10].

本文主要研究了由(1)式及(2)式定义的带有非光滑核的多线性奇异积分极大算子的有界性，其部分思想来自于文献[11-12]，主要结论表述如下.

定理 1 设 T 是定义 2 中具有非光滑核的奇异积分算子,b 是定义在 $\mathbf{R}^n$ 上的函数且 $\nabla b\in L^s(\mathbf{R}^n)$；此外对所有的 $t>0$，$x,y\in\mathbf{R}^n$，当 $|x-y|\leqslant c_2 t^{1/2}$ 时,有

$$|K^t(x,y)|\leqslant C\frac{1}{|x-y|^{n/2}},$$

其中 C 是与 t，x 和 y 无关的正常数，则 $\forall f\in L_0^\infty(\mathbf{R}^n)$，有

$$\|T_b^*\|_{L^{p_0}}\leqslant C\|\nabla b\|_{L^s}\|f\|_{L^r},$$

其中 $1<p_0,s,r<\infty$ 且 $1/p_0=1/r+1/s$.

1 预备知识与主要引理

C 是与主要参数无关的正常数，但每次出现的值并不相同．对一个固定的 $p\in[1,\infty)$，p' 是 p 的共轭指数，即 $p'=p/(p-1)$．设可测集 E，χ_E 表示 E 的特征函数，令 M 是标准的 Hardy-Littlewood 极大算子，对 $0<p<\infty$ 及局部可积函数 f，极大函数定义为

$$M_p(f)(x)=\sup_{x\in Q}\left(\frac{1}{|Q|}\int_{Q(x,r)}|f(y)|^p\,\mathrm{d}y\right)^{1/p},$$

这里是对所有包含 x 的方体 Q 取上确界.

设 b 是 $\mathbf{R}^n$ 上的函数,且 $\nabla b\in L^s(\mathbf{R}^n)$，$\forall f\in L_0^\infty(\mathbf{R}^n)$ 和 $x\in\mathbf{R}^n$，定义交换子的 Hardy-Littlewood 极大算子 M_b 为

$$M_b f(x)=$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}\frac{|b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)|}{|x-y|}|f(y)|\mathrm{d}y.$$

为证定理 1，首先给出下列引理.

引理 1 设 b 是 $\mathbf{R}^n$ 上的函数，且 $\nabla b\in L^s(\mathbf{R}^n)$，其中 $s>n$，设 $x,y\in\mathbf{R}^n$，令

$$\frac{R_{k+1}(b;x,y)}{|x-y|^k}=\frac{1}{|x-y|^k}\Bigg(b(x)-b(y)-$$
$$\sum_{1\leqslant|r|\leqslant k}\frac{1}{r!}b^{(r)}(y)(x-y)^r\Bigg),$$

对所有的 $k\geqslant 0$，则有不等式

$$\frac{|R_{k+1}(b;x,y)|}{|x-y|^k}\leqslant C\sum_{|\beta|=k}\left[(b^\beta)^*_{6|x-y|}(x)+(b^\beta)^*_{6|x-y|}(y)\right]$$

和

$$\frac{|R_{k+1}(b;x,y)|}{|x-y|^k}\leqslant C\sum_{|\beta|=k}\left[(b^\beta)^*(x)+(b^\beta)^*(y)\right]$$

几乎处处成立，其中 $b^{(\beta)}(x)=\dfrac{\partial^{|\beta|}}{\partial x_1^{\beta_1}\cdots\partial x_n^{\beta_n}}b(x)$,$6|x-y|$ 表示中心在 x、边长为 $6|x-y|$ 的方体.

引理2 令 T 是定义 1 中的带非光滑核的奇异积分算子，则对 $1<p<\infty$，$f\in L^p(\mathbf{R}^n)$，有

$$\|T(f)\|_{L^p}\leqslant C\|f\|_{L^p}.$$

引理3 在定理 1 的假设下，T_b 和 T_b^* 分别是(1)式和(2)式所定义的算子，则存在常数 C 使得对所有的 $f\in L_0^\infty(\mathbf{R}^n)$，都有

$$T_b^* f(x)\leqslant C(M(T_b f)(x)+M_b(Tf)(x)+M(f)(x)),$$

a. e. $x\in\mathbf{R}^n$.

证 $\forall f\in L_0^\infty(\mathbf{R}^n)$，由下面的定理 1 的证明可知 T_b 是几乎处处有界的．令 $x\in\mathbf{R}^n$ 使得 $|T_b f(x)|<\infty$，$\forall\varepsilon>0$，记

$$T_{b,\varepsilon}=\tilde{D}_\varepsilon(T_b f)(x)-((\tilde{D}_\varepsilon T)_b-T_{b,\varepsilon})f(x)+$$
$$((\tilde{D}_\varepsilon T)_b(f)(x)-\tilde{D}_\varepsilon(T_b f)(x)),$$

其中 $(\tilde{D}_\varepsilon T)_b$ 是由 b 与算子 $\tilde{D}_\varepsilon T$ 诱导的交换子．容易证得对所有的 $x\in\mathbf{R}^n$，

$$|\tilde{D}_\varepsilon(T_b f)(x)|\leqslant CM(T_b f)(x).$$

设 $K_\varepsilon(x,y)=K(x,y)\chi_{\{\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n:|x-y|>\varepsilon\}}(x,y)$，$\dfrac{R(b;x,y)}{|x-y|}=\dfrac{b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)}{|x-y|}$，直接计算可得

$$|(\tilde{D}_\varepsilon T)_b - T_{b,\varepsilon})f(x)| \leqslant$$
$$\int_{|x-y|>\varepsilon} \frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|} |K^\varepsilon(x,y)-K_\varepsilon(x,y)||f(y)|\mathrm{d}y +$$
$$\int_{|x-y|\leqslant\varepsilon} \frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|} |K^\varepsilon(x,y)-K_\varepsilon(x,y)||f(y)|\mathrm{d}y \leqslant$$
$$C\sum_{k=0}^{\infty}\int_{2^k\varepsilon<|x-y|<2^{k+1}\varepsilon} |K^\varepsilon(x,y)-K_\varepsilon(x,y)|\frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|}\cdot$$
$$|f(y)|\mathrm{d}y + \int_{|x-y|\leqslant\varepsilon}\frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|}|K^\varepsilon(x,y)||f(y)|\mathrm{d}y \leqslant$$
$$C\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^{-k\alpha}}{|B(x,2^{k+1}\varepsilon)|}\int_{|x-y|<2^{k+1}\varepsilon}\frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|}|f(y)|\mathrm{d}y +$$
$$C\frac{1}{|B(x,\varepsilon)|}\int_{|x-y|\leqslant\varepsilon}\frac{|R(b;x,y)|}{|x-y|}|f(y)|\mathrm{d}y \leqslant CM_b f(x).$$

设

$$\tilde{D}_{t,b} f(x) = \int_{\mathbf{R}^n} a_t(x,y)\frac{b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)}{|x-y|} f(y)\mathrm{d}y,$$

注意到 $\forall t>0$，有

$$|\tilde{D}_{t,b} f(x)| \leqslant CM_b f(x),$$

其中 $C>0$ 与 t 无关，并且有

$$(\tilde{D}_\varepsilon T)_b(f)(x) - \tilde{D}_\varepsilon(T_b f)(x) = \tilde{D}_{t,\varepsilon}(Tf)(x),$$

从而 $\forall\varepsilon>0$，有

$$|T_{b,\varepsilon} f(x)| \leqslant C(M(T_b f)(x) + M_b(Tf)(x) + M(f)(x)),$$

其中 C 是与 ε, f, x 无关的正常数.

注 **1**　引理 3 的形式与文献[11]中的定理 3 形式一致，但条件不同，因此采用文献[11]中的证明方法重述引理 3 的证明过程.

2　定理的证明

定理 **1** 的证明　由引理 3 知，

$$T_b^* f(x) = \sup_{\varepsilon>0}|T_{b,\varepsilon} f(x)| \leqslant C(M(T_b f)(x) +$$
$$M_b(Tf)(x) + M(f)(x)) := I + II + III.$$

现在分别来证明 I, II, III. 先证明 III，由引理 1 可知，

$$M_b f(x) =$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}\frac{|b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)|}{|x-y|}|f(y)|\mathrm{d}y \leqslant$$
$$C\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}\big(M(\nabla b)(x)+M(\nabla b)(y)\big)|f(y)|\mathrm{d}y \leqslant$$
$$CM(\nabla b)(x)\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}|f(y)|\mathrm{d}y +$$
$$C\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}M(\nabla b)(y)|f(y)|\mathrm{d}y = CM(\nabla b)(x)\cdot$$
$$M(f)(x) + C\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}M(\nabla b)(y)|f(y)|\mathrm{d}y.$$

另一方面，应用 Hölder 不等式以及 M 的强 (p,p) 型得

$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}M(\nabla b)(y)|f(y)|\mathrm{d}y \leqslant$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\Big(\int_{|x-y|\leqslant r}(M(\nabla b)(y))^p\mathrm{d}y\Big)^{1/p}\cdot$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\Big(\int_{|x-y|\leqslant r}|f(y)|^{p'}\mathrm{d}y\Big)^{1/p'} \leqslant$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\Big(\int_{|x-y|\leqslant r}(|(\nabla b)(y)|)^p\mathrm{d}y\Big)^{1/p}\cdot$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\Big(\int_{|x-y|\leqslant r}|f(y)|^{p'}\mathrm{d}y\Big)^{1/p'} =$$
$$CM_p(\nabla b)(x)M_{p'}(f)(x).$$

接下来计算 $M_b f(x)$ 的 L^{p_0}-模，由 Minkowski 不等式可得

$$\|M_b f(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\|Mf(x)M(\nabla b)(x)\|_{L^{p_0}} +$$
$$C\|M_p(\nabla b)(x)M_{p'}(f)(x)\|_{L^{p_0}}.$$

由于 $p_0,s,r\in(1,\infty)$，且 $1/p_0 = 1/r+1/s$，再应用 Hölder 不等式以及 M 的强 (p,p) 型得

$$\|Mf(x)M(\nabla b)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\|M(\nabla b)(x)\|_{L^s}\|M(f)(x)\|_{L^r} \leqslant$$
$$C\|\nabla b(x)\|_{L^s}\|f(x)\|_{L^r}.$$

又

$$\|M_p(\nabla b)(x)M_{p'}(f)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant$$
$$C\|M_p(\nabla b)(x)\|_{L^s}\|M_{p'}(f)(x)\|_{L^r} =$$
$$C\Big(\int_{\mathbf{R}^n}|M(\nabla b)^p(x)|^{s/p}\mathrm{d}x\Big)^{1/s}\Big(\int_{\mathbf{R}^n}|M(f)^{p'}(x)|^{r/p'}\mathrm{d}x\Big)^{1/r} \leqslant$$
$$C\left(\int_{\mathbf{R}^n}|\nabla b(x)|^{p\cdot\frac{s}{p}}\mathrm{d}x\right)^{1/s}\left(\int_{\mathbf{R}^n}|f(x)|^{p'\cdot\frac{r}{p'}}\mathrm{d}x\right)^{1/r} =$$
$$C\|\nabla b(x)\|_{L^s}\|f(x)\|_{L^r}.$$

综合上述得

$$\|M(T_b f)(x)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\|\nabla b(x)\|_{L^s}\|f(x)\|_{L^r}. \tag{3}$$

接下来证明 II，由引理 1 可知，

$$M_b(Tf)(x) = \sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}\frac{|b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)|}{|x-y|}\cdot$$
$$|K(x,y)f(y)|\mathrm{d}y \leqslant C\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}\big(M(\nabla b)(x)+$$
$$M(\nabla b)(y)\big)|K(x,y)f(y)|\mathrm{d}y \leqslant CM(\nabla b)(x)\cdot$$
$$\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}|K(x,y)f(y)|\mathrm{d}y + C\sup_{r>0}\frac{1}{r^n}\int_{|x-y|\leqslant r}|K(x,y)\cdot$$
$$M(\nabla b)(y)f(y)|\mathrm{d}y = CM(\nabla b)(x)M(Tf)(x) +$$
$$CM(T(M(\nabla b)f))(x).$$

计算 $M_bTf(x)$ 的 L^{p_0} -模，即

$$\| M_bTf(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant \| M(Tf)(x)M(\nabla b)(x)\|_{L^{p_0}} + \| M(T(M(\nabla b)f(x)))\|_{L^{p_0}}.$$

由于 $p_0,s,r\in(1,\infty)$，且 $1/p_0=1/r+1/s$，再应用 Hölder 不等式, M 的强 (p,p) 型以及引理 2 可得

$$\| M(Tf)(x)M(\nabla b)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant \| M(\nabla b)(x)\|_{L^s}\| M(Tf)(x)\|_{L^r} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r}.$$

同理可得

$$\| M(T(M(\nabla b)f(x)))\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r}.$$

因此有

$$\| M_bTf(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r}. \quad (4)$$

最后来证明 I . 由引理 1 以及 $R(b;x,y)\leqslant |R(b;x,y)|$ 可得

$$|T_bf(x)|=\left|\int_{\mathbf{R}^n}\frac{b(x)-b(y)-\nabla b(y)(x-y)}{|x-y|}K(x,y)f(y)\mathrm{d}y\right|\leqslant$$
$$C\left|\int_{\mathbf{R}^n}(M(\nabla b)(x)+M(\nabla b)(y))K(x,y)f(y)\mathrm{d}y\right|\leqslant$$
$$C\left|\int_{\mathbf{R}^n}M(\nabla b)(x)K(x,y)f(y)\mathrm{d}y\right|+\left|\int_{\mathbf{R}^n}K(x,y)M(\nabla b)(y)\cdot f(y)\mathrm{d}y\right|=C\left(M(\nabla b)(x)|Tf(x)|+|T(M(\nabla b)f)(x)|\right).$$

由于有 $\| M(T_bf)(x)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant \| T_bf(x)\|_{L^{p_0}}$，接下来只需计算算子 T_b 的 L^{p_0} -模，即

$$\| T_bf(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\left(\| M(\nabla b)(x)|Tf(x)|\|_{L^{p_0}} + \| T(M(\nabla b)f)(x)\|_{L^{p_0}}\right).$$

应用 Hölder 不等式, M 的强 (p,p) 型以及引理 2 可得

$$\| M(\nabla b)(x)|Tf(x)|\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r},$$
$$\| T(M(\nabla b)f)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r}.$$

综合上述可以得到

$$\| M(T_bf)(x)(x)\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b(x)\|_{L^s}\| f(x)\|_{L^r}. \quad (5)$$

结合(3)~(5)式以及引理 3，由 $x\in\mathbf{R}^n$ 的任意性可知

$$\| T_b^*f\|_{L^{p_0}} \leqslant C\| \nabla b\|_{L^s}\| f\|_{L^r}.$$

定理 1 证毕.

3 参考文献

[1] Calderon A P, Zygmund A. On commutators of singular integrals [J]. Studia Math, 1975, 53(2): 139-174.

[2] Duong X T, McIntosh A. Singular integral operators with non-smooth kernels on irregular domains [J]. Rev Mat Iberoamericana, 1999, 15(2): 233-265.

[3] Deng Donggao, Yan Lixin. Commutators of singular integral operators with non-smooth kernels [J]. Acta Math Sci, 2005, 25(1): 137-144.

[4] Cohen J, Gosssenlin J. On multilinear singular integrals [J]. Studia Math, 1986, 30(3): 445-464.

[5] Hu Yue. On mutiliear fractional integrals [J]. Approx Theory Appl, 1985, l(3): 33-51.

[6] Calderon A P. Commutators of singular integral operators [J]. Proc Nat Acad Sci USA, 1965, 53(5): 1092-1099.

[7] 曾志强，陈冬香. 具有 $H(m)$一型核的奇异积分算子交换子的双权 Lipschitz 估计 [J]. 江西师范大学学报：自然科学版, 2011, 35(6): 601-604.

[8] Crafakos L, Torres R H. Multilinear Calderon-Zygmund theory [J]. Advances in Math, 2002, 165(1): 124-164.

[9] 李倩丽，毛素珍，陈冬香. 强奇异 Calderon-Zygmund 算子的交换子的双权 BMO 估计 [J]. 数学研究, 2012, 45(1): 45-53.

[10] 曹小牛，陈冬香. 广义分数积分多线性交换子的端点估计 [J]. 江西师范大学学报：自然科学版, 2010, 34(2): 205-207.

[11] Hu Guoen, Yang Dachun. Maximal commutators of BMO functions and singular integral operators with non-smooth kernels on spaces of homogeneous type [J]. Math Anal Appl, 2009, 354(1): 249-262.

[12] Hu Guoen. L^p boundedness for the multilinear singlar integral operator [J]. Integr Equ Oper Theory, 2005, 52(3): 437-449.

The Boundedness of the Maximal Multilinear Singular Integral Operator with Non-Smooth Kernel

CHEN Dong-xiang, MAO Su-zhen

(College of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: Using the pointwise estimates of sharp maximal function for the maximal singular integrals, the cotlar inequality for the maximal multilinear singular integral operator with non-smooth kernels is established and it is proved that the maximal operator is bounded from $L^r(\mathbf{R}^n)$ into $L^{p_0}(\mathbf{R}^n)$. Some known results are extended.

Key words: multilinear singular integral operator; non-smooth kernel; approximation to the identity; Cotlar inequality; maximal operator

(责任编辑：曾剑锋)