文章编号: 1000-5862(2012)04-0370-03

基于 5 粒子团簇态实现 2 粒子未知态的量子隐形传态

肖仕敏[1]，李渊华[1]，桑明煌[1]，聂义友[1, 2*]

(1. 江西师范大学物理与通信电子学院，江西 南昌 330022; 2. 江西省光电子与通信重点实验室，江西 南昌 330022)

摘要：提出了一个决定性的传输 2 粒子未知态的量子隐形传态方案. 在这个方案中，发送者 Alice 和接收者 Bob 共享一个 5 粒子团簇态. 首先，发送者 Alice 对自己手中的粒子做一次 5 粒子 von-Neumann 联合测量，并把测量的结果通过经典信道告诉接收者 Bob. 接受者 Bob 根据发送者 Alice 通知的测量结果，对手中的粒子做相应的幺正变换，就能够获得发送者 Alice 想要传输的 2 粒子未知态.

关键词：量子隐形传态; 5 粒子团簇态; von-Neumann 联合测量
中图分类号: O 626.4　　文献标志码: A

0　引言

量子纠缠态在量子计算、量子直接通信、量子信息处理以及量子纠错等方面有重要作用. 自从第 1 个量子隐形传态方案被提出来后[1]，量子隐形传态引起了国内外学者的广泛关注和重视，并给出了实现量子隐形传态的实验方案[2]. 近年来，量子隐形传态已然成为量子信息领域专家和学者研究的热点之一,人们分别利用 EPR 态[3]、类 W 态[4-5]、GHZ 态[6]等纠缠态作为量子信道对量子隐形传态做了研究.

团簇态[7](cluster states)是 H.J.Briegel 和 R.Raussendorf 于 2001 年提出的一种新的多粒子纠缠态，在粒子数 $N>3$ 时，能显示出非常特殊的性质——最大连通性(maximum connectedness)和持续纠缠性(the persistency of entanglement). 团簇态具有 GHZ 和 W 纠缠态的性质，并且比 GHZ 态更难被局域操作破坏[8-9]. 近些年来，人们利用团簇态作为量子信道提出了一些传输任意单粒子态和任意 2 粒子态的量子隐形传态方案[10-13]. 表明团簇态是量子信息处理领域的重要资源.

本文利用一个 5 粒子团簇态作为量子通信信道，提出了一个决定性的 2 粒子未知态的量子隐形传态方案. 在此方案中，发送者 Alice 对自己手中的粒子执行一次 5 粒子 von-Neumann 联合测量，并把测量的结果通过经典信道告诉接收者 Bob，Bob 再根据 Alice 告诉的测量结果，对手中的粒子做适当的幺正变换，就能够获得发送者想要传输的 2 粒子未知态，从而完成对 2 粒子未知态决定性的量子隐形传态.

1　2 粒子未知态的量子隐形传态

5 粒子团簇态的形式为[7] $\left|C_5\right\rangle_{12345}=\left(\left|00000\right\rangle+\left|00111\right\rangle+\left|11101\right\rangle+\left|11010\right\rangle\right)_{12345}/2$. 假设发送者 Alice 制备一个上式形式的 5 粒子团簇态 $\left|C_5\right\rangle_{12345}$，让发送者 Alice 和接收者 Bob 共享这个 5 粒子团簇态 $\left|C_5\right\rangle_{12345}$，其中 Alice 拥有粒子 1、2、3, Bob 拥有粒子 4、5.

Alice 想要传输一个 2 粒子未知态 $\left|\varphi\right\rangle_{ab}$ 给远处的 Bob，这个 2 粒子未知态为 $\left|\varphi\right\rangle_{ab}=\left(\alpha\left|00\right\rangle+\beta\left|10\right\rangle+\gamma\left|01\right\rangle+\theta\left|11\right\rangle\right)_{ab}$，其中 $\left|\alpha\right|^2+\left|\beta\right|^2+\left|\gamma\right|^2+\left|\theta\right|^2=1$. 此时 2 粒子未知态 $\left|\varphi\right\rangle_{ab}$ 与 5 粒子团簇态 $\left|C_5\right\rangle_{12345}$ 所构成的量子体系的总量子态为 $\left|\Psi\right\rangle_{ab12345}=\left|\varphi\right\rangle_{ab}\otimes\left|C_5\right\rangle_{12345}$.

为了完成传输 2 粒子未知态的量子隐形传态任务. 首先，发送者 Alice 对自己手中拥有的粒子 a、b、1、2 和 3 在基 $\left|\xi^i\right\rangle$ $(i=1,2,\cdots,16)$ 下执行一次 5 粒

收稿日期：2011-12-18
基金项目：江西省自然科学基金(2009GEW005)、区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室开放课题和江西省教育厅科研项目资助.
作者简介：聂义友(1963-)，男，江西丰城人，教授，主要从事量子信息研究.

子 von-Neumann 联合测量，可能的测量结果有 16 种. 然后，发送者 Alice 通过经典信道把自己的测量结果告诉接收者 Bob．接收者 Bob 根据发送者 Alice 告诉的测量结果，对自己手中的粒子 4、5 做相应的幺正变换，这样接收者 Bob 就能重建出 $\left|\varphi\right\rangle_{ab}$，进而完成对 2 粒子未知态的决定性量子隐形传态．发送者 Alice 详细的测量结果 $\left|\xi^i\right\rangle_{ab123}$，粒子 4、5 的塌缩态 $\left|\psi^i\right\rangle_{45}$ 及接收者 Bob 需执行相对应的幺正变换 U_{45}^i，见表 l 和表 2.

2　结论

本文利用 5 粒子团簇态作为量子通信信道，给出了一个详细的 2 粒子未知态的量子隐形传态方案. 为了完成对 2 粒子未知态的隐形传态，发送者 Alice 需要对她手中的粒子 a、b、1、2、3 在基 $\left|\xi^i\right\rangle$ 下执行一次 5 粒子 von-Neumann 联合测量，接受者 Bob 根据发送者 Alice 通过经典信道发送过来的测量结果，对自己手中的粒子 4、5 做相应的幺正变换 U_{45}^i，就可以重新构造出发送者 Alice 想要传输的 2 粒子未知态，本方案成功的概率为 100%.

表1　Alice详细的测量结果 $\left|\xi^i\right\rangle_{ab123}$ 和粒子4、5的塌缩态 $\left|\psi^i\right\rangle_{45}$

Alice的测量结果 $\left\|\xi^i\right\rangle_{ab123}$	粒子4、5的塌缩态 $\left\|\psi^i\right\rangle_{45}$
$\left\|\xi^1\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00000\right\rangle+\left\|10110\right\rangle+\left\|01111\right\rangle+\left\|11001\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^1\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|00\right\rangle+\beta\left\|10\right\rangle+\gamma\left\|01\right\rangle+\theta\left\|11\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^2\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00000\right\rangle+\left\|10110\right\rangle-\left\|01111\right\rangle-\left\|11001\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^2\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|00\right\rangle+\beta\left\|10\right\rangle-\gamma\left\|01\right\rangle-\theta\left\|11\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^3\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00000\right\rangle-\left\|10110\right\rangle+\left\|01111\right\rangle-\left\|11001\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^3\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|00\right\rangle-\beta\left\|10\right\rangle+\gamma\left\|01\right\rangle-\theta\left\|11\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^4\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00000\right\rangle-\left\|10110\right\rangle-\left\|01111\right\rangle+\left\|11001\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^4\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|00\right\rangle-\beta\left\|10\right\rangle-\gamma\left\|01\right\rangle+\theta\left\|11\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^5\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00001\right\rangle+\left\|10111\right\rangle+\left\|01110\right\rangle+\left\|11000\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^5\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|11\right\rangle+\beta\left\|01\right\rangle+\gamma\left\|10\right\rangle+\theta\left\|00\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^6\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00001\right\rangle+\left\|10111\right\rangle-\left\|01110\right\rangle-\left\|11000\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^6\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|11\right\rangle+\beta\left\|01\right\rangle-\gamma\left\|10\right\rangle-\theta\left\|00\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^7\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00001\right\rangle-\left\|10111\right\rangle+\left\|01110\right\rangle-\left\|11000\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^7\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|11\right\rangle-\beta\left\|01\right\rangle+\gamma\left\|10\right\rangle-\theta\left\|00\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^8\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00001\right\rangle-\left\|10111\right\rangle-\left\|01110\right\rangle+\left\|11000\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^8\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|11\right\rangle-\beta\left\|01\right\rangle-\gamma\left\|10\right\rangle+\theta\left\|00\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^9\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00111\right\rangle+\left\|10001\right\rangle+\left\|01000\right\rangle+\left\|11110\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^9\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|01\right\rangle+\beta\left\|11\right\rangle+\gamma\left\|00\right\rangle+\theta\left\|10\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{10}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00111\right\rangle+\left\|10001\right\rangle-\left\|01000\right\rangle-\left\|11110\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{10}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|01\right\rangle+\beta\left\|11\right\rangle-\gamma\left\|00\right\rangle-\theta\left\|10\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{11}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00111\right\rangle-\left\|10001\right\rangle+\left\|01000\right\rangle-\left\|11110\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{11}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|01\right\rangle-\beta\left\|11\right\rangle+\gamma\left\|00\right\rangle-\theta\left\|10\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{12}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00111\right\rangle-\left\|10001\right\rangle-\left\|01000\right\rangle+\left\|11110\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{12}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|01\right\rangle-\beta\left\|11\right\rangle-\gamma\left\|00\right\rangle+\theta\left\|10\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{13}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00110\right\rangle+\left\|10000\right\rangle+\left\|01001\right\rangle+\left\|11111\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{13}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|10\right\rangle+\beta\left\|00\right\rangle+\gamma\left\|11\right\rangle+\theta\left\|01\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{14}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00110\right\rangle+\left\|10000\right\rangle-\left\|01001\right\rangle-\left\|11111\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{14}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|10\right\rangle+\beta\left\|00\right\rangle-\gamma\left\|11\right\rangle-\theta\left\|01\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{15}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00110\right\rangle-\left\|10000\right\rangle+\left\|01001\right\rangle-\left\|11111\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{15}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|10\right\rangle-\beta\left\|00\right\rangle+\gamma\left\|11\right\rangle-\theta\left\|01\right\rangle\right)_{45}$
$\left\|\xi^{16}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left\|00110\right\rangle-\left\|10000\right\rangle-\left\|01001\right\rangle+\left\|11111\right\rangle\right)$	$\left\|\psi^{16}\right\rangle_{45}=\left(\alpha\left\|10\right\rangle-\beta\left\|00\right\rangle-\gamma\left\|11\right\rangle+\theta\left\|01\right\rangle\right)_{45}$

表 2　接收者 **Bob** 需执行的相对应的幺正变换 U_{45}^{i}

$\vert\psi^i\rangle_{45}$	U_{45}^i	$\vert\psi^i\rangle_{45}$	U_{45}^i	$\vert\psi^i\rangle_{45}$	U_{45}^i	$\vert\psi^i\rangle_{45}$	U_{45}^i
$\vert\psi^1\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\vert\psi^5\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^9\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{13}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix}$
$\vert\psi^2\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{bmatrix}$	$\vert\psi^6\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{10}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{14}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{bmatrix}$
$\vert\psi^3\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{bmatrix}$	$\vert\psi^7\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{11}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{15}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{bmatrix}$
$\vert\psi^4\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$	$\vert\psi^8\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{12}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{bmatrix}$	$\vert\psi^{16}\rangle_{45}$	$\begin{bmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{bmatrix}$

3　参考文献

[1] Bennet C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rcsen channels [J]. Physical Review Letter, 1993, 70: 1895-1899.

[2] Bouwmeester D, Pan Jianwei, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. Nature, 1997, 390(11):575-579.

[3] Deng Fuguo, Li Chunyan, Li Yansong, et al. Symmetric multiparty-controlled teleportation of an arbitrary two-particle entanglement [J]. Phyical Review A, 2005, 72: 22338-22345.

[4] Nie Yiyou, Li Yuanhua, Liu Junchang, et al. Perfect teleportation of an arbitrary three-qubit state by using W-class states [J]. International Journal of Theoretical Physicacs, 2011, 50: 3225-3229.

[5] Agrawal P, Pati A. Perfect teleportation and superdense coding with W-states [J]. Physical Review A, 2006, 74: 62320.

[6] Hillery M, Buzek V, Berthiaume A. Quantum secret sharing [J]. Physical Review A, 1999, 59: 1829-1834.

[7] Brigel H J, Raussendorf R. Persistent entanglement in arrays of interacting particles [J]. Physical Review Letter, 2001, 86: 910-913.

[8] Li Dachuang, Cao Zhouliang. Teleportation of two-particle entangled state via cluster state [J]. Communication in Theoretical Physics, 2007, 47(3): 464-466.

[9] Dong Ping, Xue Zhengyuan, Yang Ming, et al. Generation of cluster states [J]. Physical Review A, 2006, 73: 33818.

[10] 洪智慧，聂义友，易小杰，等. 基于团簇态信道的双粒子纠缠态可控量子隐形传态 [J]. 江西师范大学学报：自然科学版, 2008, 32(4): 425-428.

[11] Nie Yiyou, Hong Zhihui, Huang Yibin, et al. Non-maximally entangled controlled teleportation using four particles cluster states [J]. International Journal of Theoretical Physics, 2009, 48(5): 1485-1490.

[12] Zhang Binbin, Liu Yu. Economic and deterministic quantum teleportation of arbitrary bipartite pure and mixed state with shared cluster entanglement [J]. International Journal of Theoretical Physics, 2009, 48(9): 2644.

[13] 李渊华，金翠平，王永胜，等. 基于 6 粒子团簇态实现 2 粒子任意态的量子信息分离 [J]. 江西师范大学学报:自然科学版, 2010, 34 (5): 502-505.

Quantum Teleportation of an Arbitrary Two-Qubit State by Using a Five-Qubit Cluster State

XIAO Shi-min[1], LI Yuan-hua[1], SANG Ming-huang[1], NIE Yi-you[1,2*]

(1. Department of Physics, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330027, China; 2. Key Laboratory of Photoelectronic and Telecommunication of Jiangxi Province, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: A scheme of quantum teleportation of an arbitrary two-qubit state by using a five-qubit cluster state as the quantum channel is proposed. In the scheme, the sender needs to perform five-qubit joint von-Neumann measurement on her qubits, the receiver can reconstruct the arbitrary two-qubit by performing some appropriately unitary transformations on his qubits after he knows the measured results of the sender. This teleportation scheme is deterministic, and the probability of successful teleportation is 100%.

Key words: quantum teleportation; five-qubit cluster state; von-Neumann measurement

(责任编辑：冉小晓)