文章编号:1000-5862(2013)02-0183-04

一类 Markov 算子的遍历性

郭新伟[1],喻建华[2],齐海涛[1]
(1. 山东大学威海分校数学与统计学院,山东 威海 264209;
2. 东华理工大学长江学院,江西 南昌 330013)

摘要: 利用遍历理论研究了完备可分距离空间上其对偶算子的算术平均具有等度连续性的 Markov-Feller 算子的遍历性质,得到此类算子的 Yosida 型遍历分解定理,并简洁证明了 Markov-Feller 算子具有唯一不变测度的一个结果.

关键词: Markov-Feller 算子; 不变测度; 紧性测度; 遍历分解.

中图分类号: O 177.99 **文献标志码:** A

0 引言

Markov 算子的不变测度的存在性和唯一性一直是 Markov 过程的遍历理论研究的基本而重要的问题之一. 存在这种测度意味着该过程具有某种形式的随机稳定性并且是进一步作遍历分析的基础. 对于由紧空间上连续变换导出的 Markov-Feller 算子,文献[1]证明了此类算子存在唯一不变测度的充分条件和必要条件; 文献[2]研究了完备可分距离空间上具有唯一不变测度的 Markov-Feller 算子的性质; 文献[3]讨论了局部紧空间上的 Markov-Feller 算子不变测度的存在性并给出了一个充要条件; 文献[4]研究了一类特殊的 Markov-Feller 算子的遍历性; 文献[5-6]给出了具有等度连续性的 Markov-Feller 算子存在唯一不变测度的充分条件及其应用. 本文将继续这方面的研究,其主要目的是证明完备可分距离空间上其对偶算子的算术平均具有等度连续性的 Markov-Feller 算子的 Yosida 型遍历分解定理,并由该定理给出文献[5]中主要结果的一个简洁证明. 需要指出的是遍历分解定理自身是遍历理论研究的一个重要问题[7-8].

1 定义及其记号

设(X,d)是一个完备可分的距离空间,$\mathrm{B}(X)$表示X的 Borel σ-代数,$M_{\mathrm{sig}}(X)$、$M(X)$和$M_1(X)$分别表示(X,d)上的有限实值 Borel 符号测度、测度以及概率测度全体,$B_b(X)$、$C_b(X)$以及$Lip(X)$分别表示X上有界可测函数、有界连续函数和有界 Lipschitz 函数全体.

设算子$P: M(X)\to M(X)$. 若P是正线性且保范的,则称P为 Markov 算子[9].

每一个 Markov 算子都可以线性延拓到符号测度空间$M_{\mathrm{sig}}(X)$上. 若$f\in B_b(X)$,$\mu\in M_{\mathrm{sig}}(X)$,令

$$\langle f,\mu\rangle = \int_X f(x)\,\mathrm{d}\mu(x),$$

设P为 Markov 算子,若存在线性算子$U: B_b(X)\to B_b(X)$,使得$\forall f\in B_b(X)$,$\mu\in M(X)$,$\langle f,P\mu\rangle=\langle Uf,\mu\rangle$,则称$U$为 Markov 算子的对偶算子. 若$U$将有界连续函数$C_b(X)$映为自身,则称$P$为 Markov-Feller 算子,简称为 Feller 算子. $\forall \mu\in M(X)$,定义范数$\|\mu\| = \sup\{|\langle f,\mu\rangle| : f\in Lip_1(X), \sup_{x\in X}|f(x)|\leqslant 1\}$,其中$Lip_1(X)=\{f: f\in B_b(X), |f(x)-f(y)|\leqslant d(x,y), \forall x,y\in X\}$.

称定义在$M(X)$上的上述范数为 Kantororovich-Rubinshtein 或 Fortet-Mourier 范数[9-10],众所周知,$\lim_{n\to\infty}\|\mu_n-\mu\|=0(\mu_n,\mu\in M_1(X))$等价于$\{\mu_n\}_{n\geqslant 1}$弱收敛于$\mu$,即$\forall f\in C_b(X)$,$\lim_{n\to\infty}\langle f,\mu_n\rangle=\langle f,\mu\rangle$.

设P为 Feller 算子,$\mu\in M_1(X)$,若$P\mu=\mu$,则称μ是(关于P的)不变的概率测度. 设$A\in\mathrm{B}(X)$,若$UI_A(x)=I_A(x)$,则称A是关于T的不变集或随机闭集; 若$UI_A(x)=I_A(x)$ a. e. [μ],则称A是(关于P的)μ不变集; 此处$I_A(x)$表示A的示性函数. 设δ_x表示集中于单点集$\{x\}$上的 Dirac 测度. 若μ是不

收稿日期:2012-10-07
基金项目:国家自然科学基金(11102102)资助项目.
作者简介:郭新伟(1963-),男,江西南昌人,教授,博士,主要从事泛函分析理论的研究.

变的概率测度,且对 P 的任一不变集 A,$\mu(A)=0$ 或者 $\mu(A)=1$,则称 μ 是遍历的[1].

关于 Markov 算子的遍历理论可参见文献[11-13].

2 有关引理

定义 $P^{(n)}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1}P^{i}$,$U^{(n)}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1}U^{i}(n\geqslant 1)$. 若 $\forall f\in Lip(X)$,$\{U^{(n)}f\}_{n\geqslant 1}$ 在 X 中的任一紧子集上是等度连续的,则称 U 的算术平均是等度连续的.

除非另有说明,本文均设 (X,d) 是完备可分的距离空间,P 为 X 上的 Feller 算子且对偶算子 U 的算术平均是等度连续的.

由 Yosida 算子平均遍历定理[13] 和 Prokhorov 定理[14] 可证得下列结果.

引理 1 设 $\mu\in M_1(X)$,若 $\{P^{(n)}\mu\}_{n\geqslant 1}$ 是紧性测度列,则 $\{P^{n}\mu\}_{n\geqslant 1}$ 弱收敛.

引理 2 设 $\mathscr{P}\subset M_1(X)$,则 $\mathscr{P}$ 是紧的充要条件是 $\forall m\in\mathbf{N}$,$\exists F_m\in\mathscr{D}$,使得

$$\forall\mu\in\mathscr{P},\ \langle f_{F_m,1/m},\mu\rangle>1-1/m.$$

引理 3 令 $\Gamma_{c,M_1}=\{\mu:\mu\in M_1(X),\{P^{(n)}\mu\}_{n\geqslant 1}$ 是紧的测度列$\}$,则 Γ_{c,M_1} 是 $M_1(X)$ 中的闭集.

证 因为 U 是等度连续的,所以 $\{U^{(n)}\}_{n\geqslant 1}$ 是等度连续的. 由文献[15] 可得 $\forall\varepsilon>0$ 及 $\lambda\in M_1(X)$,$\exists\delta>0$,当 $\|\mu-\lambda\|<\delta(\mu\in M_1(X))$ 时,

$$\|P^{(n)}\mu-P^{(n)}\lambda\|<\varepsilon,\forall n\geqslant 1. \tag{1}$$

设 $\{\mu_k\}_{k\geqslant 1}$ 是 Γ_{c,M_1} 中收敛于 λ 的测度列,对任意固定的 $m\in\mathbf{N}$,由(1) 式,$\exists k_0\in\mathbf{N}$,使得

$$\|P^{(n)}\mu_{k_0}-P^{(n)}\lambda\|<\frac{1}{2m(m+1)},\forall n\in\mathbf{N}. \tag{2}$$

由于 $\mu_{k_0}\in\Gamma_{c,M_1}$,由引理 2 知,$\exists F_0\in\mathscr{D}$,使得

$$\langle f_{F_0,1/(2m)},P^{(n)}\mu_{k_0}\rangle\geqslant 1-\frac{1}{2m},\forall n\in\mathbf{N}.$$

由(2) 式得,$\forall n\in\mathbf{N}$,

$$\langle f_{F_0,1/m},P^{(n)}\lambda\rangle\geqslant\langle f_{F_0,1/(2m)},P^{(n)}\lambda\rangle\geqslant$$
$$\langle f_{F_0,1/(2m)},P^{(n)}\mu_{n_0}\rangle-\frac{1}{2m}\geqslant 1-\frac{1}{m},$$

因此 $\lambda\in\Gamma_{c,M_1}$,即 Γ_{c,M_1} 是闭集.

引理 4 设 $\mu\in\Gamma_{c,M_1}$,supp $[\mu]$ 表示 μ 的拓扑支集,则 $\forall x\in$ supp $[\mu]$,$\delta_x\in\Gamma_{c,M_1}$.

证 设 $x\in$ supp $[\mu]$,若 $\delta_x\notin\Gamma_{c,M_1}$,即 $\{P^{(n)}\delta_x\}_{n\geqslant 1}$ 不是紧的,由文献[12] 中的 Prokhorov 定理知,存在子列 $\{s_n\}$,$\{P^{(s_n)}\delta_x\}_{n\geqslant 1}$ 不是紧的. 由引理 2 知,$\exists m\in\mathbf{N}$,$\forall F\in\mathscr{D}$,存在子列 $\{t_n\}\subset\{s_n\}$,使得

$$U^{(t_n)}f_{F,1/m}(x)=\langle U^{(t_n)}\delta_x,f_{F,1/m}\rangle\leqslant 1-\frac{1}{m}.$$

令 $O(x,r)=\{y:y\in X,d(x,y)<r\}$,由(1) 式知,$\exists\delta>0$,使得 $y\in O(x,\delta)$,

$$\|P^{(n)}\delta_x-P^{(n)}\delta_y\|<\frac{1}{2m(m+1)},\forall n\in\mathbf{N}. \tag{3}$$

由于 $x\in$ supp $[\mu]$,所以 $\alpha=\mu(O(x,\delta))>0$. 因为 $\mu\in\Gamma_{c,M_1}$,所以 $\{P^{(t_n)}\mu\}_{n\geqslant 1}$ 是紧的,由引理 2 得,存在某个 $F\in\mathscr{D}$,使得

$$\langle f_{F,1/m},P^{(t_n)}\delta_x\rangle>1-\frac{\alpha}{2m},\forall n\in\mathbf{N}. \tag{4}$$

$\forall y\in O(x,\delta)$,由(3) 式及(4) 式,$\forall n\in\mathbf{N}$,

$$U^{(t_n)}f_{F,1/m}(y)\leqslant 1-\frac{1}{m}+\|P^{(n)}\delta_x-P^{(n)}\delta_y\|Lip(f_{F,1/m})\leqslant 1-\frac{1}{m}+\frac{1}{2m}=1-\frac{1}{2m},$$

从而

$$\langle U^{(t_n)}f_{F,1/m},\mu\rangle\leqslant\alpha\left(1-\frac{1}{2m}\right)+1-\alpha=1-\frac{\alpha}{2m},$$

这与(4) 式矛盾.

令 $\Gamma_t=\{x\in X:\{P^{(n)}\delta_x\}_{n\geqslant 1}$ 是紧的测度序列$\}$.

引理 5 Γ_t 是 X 中的闭集,且对任意关于 P 不变的概率测度 μ,$\mu(\Gamma_t)=1$.

证 因为 P 为 Feller 算子,所以 $\delta:X\to M_1(X)$,$x\mapsto\delta_x$,是连续线性算子. 由于 Γ_{c,M_1} 是闭的,所以令 $\Gamma_t=\delta^{-1}(\Gamma_{c,M_1})$ 是闭集.

设 $x\in\Gamma_t$,由引理 2 知,$\forall m\in\mathbf{N}$,$\exists F\in\mathscr{D}$,使得

$$U^{(n)}f_{F,1/m}(x)>1-\frac{1}{m},\forall n\in\mathbf{N}.$$

令 $C_{F,m,n}=(x\in X:U^{(n)}f_{F,1/m}(x)>1-1/m)$. 由上式及引理 2 得 $\Gamma_t=\bigcap_{m\in\mathbf{N}}\bigcup_{F\in\mathscr{D}}\bigcap_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}$.

设 μ 是关于 T 不变的概率测度,对任一 $m\in\mathbf{N}$ 和 $0<\delta<1$. 由于 (X,d) 是完备可分的距离空间,从而 μ 是紧的,由(4) 式得 $\exists F_0\in\mathscr{D}$,使得

$$\langle f_{F_0,1/m},\mu\rangle\geqslant\langle f_{F_0,\delta/m},\mu\rangle\geqslant 1-\frac{\delta}{m}.$$

为简洁起见,记 $f=f_{F_0,1/m}$.

由文献[1] 中的对偶遍历定理得,$\exists f^{*}\in B_b(X)$ 及 $A\in\mathrm{B}(X)$,使得 $\mu(A)=1$ 且 $\lim_{n\to\infty}U^{(n)}f(x)=f^{*}(x)(x\in A)$,$\langle\mu,f\rangle=\langle\mu,f^{*}\rangle$. 显然 $0\leqslant f^{*}(x)\leqslant 1$. 令 $B=\{x\in A:f^{*}(x)<1-1/(2m)\}$,则 $B\in\mathrm{B}(X)$,

$$1-\frac{\delta}{m}\leqslant\langle f,\mu\rangle=\langle f^{*},\mu\rangle\leqslant$$
$$\mu(B)\left(1-\frac{1}{2m}\right)+1-\mu(B),$$

从而$\mu(B)\leqslant 2\delta$. 记 $C=A\backslash B$，则$\mu(C)=\mu(A)-\mu(B)\geqslant 1-2\delta$.

设 $x\in C$，从而$\lim\limits_{n\to\infty}U^{(n)}f(x)=f^*(x)\geqslant 1-1/(2m)$，因此，$\exists N\in\mathbf{N}$，使得

$$\lim_{n\to\infty}U^{(n)}f(x)>1-\frac{1}{m},\forall n>N. \tag{5}$$

然而有限测度集$(P^{(n)}\delta_x)_{1\leqslant n\leqslant N}$是紧的，由引理 2 知，$\exists F_1\in\mathscr{D}$，使得

$$U^{(n)}f_{F_1,1/m}(x)>1-\frac{1}{m},1\leqslant n\leqslant N. \tag{6}$$

令 $F=F_0\cup F_1$，则 $F\in\mathscr{D}$且$f_{F,1/m}\geqslant f_{F_i,1/m}(i=0,1)$. 由(5)式和(6)式得

$$U^{(n)}f_{F_1,1/m}(x)>1-\frac{1}{m},\forall n\in\mathbf{N}.$$

因此 $x\in\bigcap\limits_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}$. 故 $C\subset\bigcup\limits_{F\in\mathscr{D}}\bigcap\limits_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}$，从而

$$\mu\Big(\bigcup_{F\in\mathscr{D}}\bigcap_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}\Big)\geqslant\mu(C)\geqslant 1-2\delta.$$

由 δ 的任意性得$\mu\Big(\bigcup\limits_{F\in\mathscr{D}}\bigcap\limits_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}\Big)=1$，故$\mu(\Gamma_t)=\mu\Big(\bigcap\limits_{m\in\mathbf{N}}\bigcup\limits_{F\in\mathscr{D}}\bigcap\limits_{n\in\mathbf{N}}C_{F,m,n}\Big)=1$.

设 $x\in\Gamma_t$，由引理 1 知，$\{P^{(n)}\delta_x\}_{n\geqslant 1}$弱收敛某个测度，记为 ε_x，从而

$$\lim_{n\to\infty}\langle f,P^{(n)}\delta_x\rangle=\langle f,\varepsilon_x\rangle,f\in C_b(X).$$

由于 P 是 Feller 算子，从而 ε_x 是 P 的不变概率测度. 作映射 $\varepsilon:\Gamma_t\to M_1(X)$，$x\mapsto\varepsilon_x$，由(1)式易证 ε 是连续的. 定义

$$f^*(x)=\begin{cases}\langle f,\varepsilon_x\rangle, & x\in\Gamma_t,\\ 0, & x\notin\Gamma_t,\end{cases}$$

从而$f^*(x)$是 Γ_t 上的连续函数.

定义$\Gamma_{te}=\left\{x\in\Gamma_t:\int_{\Gamma_t}(f^*(y)-f^*(x))^2\mathrm{d}\varepsilon_x(y)=0,\forall f\in C_b(X)\right\}$. 为了给出 Γ_{te} 的性质需要下列结果，其证明参见文献[14].

引理 6　设(X,d)是完备可分的距离空间，则存在 $C_b(X)$ 中的收敛决定表$\mathscr{F}=\{f_i\}_{i\in\mathbf{N}}$，$f_i(i\in\mathbf{N})$是$(X,d)$上的 Lipschitz 函数，使得对于 f_i，$\{\mu_n\}_{n\in\mathbf{N}}$收敛于 μ 的充要条件为

$$\lim_{n\to\infty}\langle\mu_n,f_i\rangle=\langle\mu,f_i\rangle,\forall i\in\mathbf{N}.$$

由 $\mathscr{F}$ 可数性及 Lebesgue 收敛定理易证下列结果.

引理 7　Γ_{te} 是 X 中的闭集，且对任意关于 P 不变的概率测度 μ，$\mu(\Gamma_{te})=1$.

3　主要结果及其证明

在 Γ_{te} 上定义一个等价关系'～'：对 $x,y\in\Gamma_{te}$，$x\sim y\Leftrightarrow\varepsilon_x=\varepsilon_y$. x 所在的等价类记为$[x]$.

定理 1　(ⅰ)对每个 $x\in\Gamma_{te}$，$[x]$是闭集，ε_x 是 1 个遍历的概率测度且 $\varepsilon_x([x])=1$;

(ⅱ)设 μ 是遍历的概率测度，则存在某个 $x\in\Gamma_{te}$，使得 $\mu=\varepsilon_x$.

证　(ⅰ)设 $x\in\Gamma_{te}$，则$[x]=\{y:\varepsilon_y=\varepsilon_x\}$，即$[x]=\varepsilon^{-1}(x)$，而 ε 是 Γ_{te} 上连续映射，从而$[x]$是 Γ_{te} 中的闭集，而 Γ_{te} 是闭集，从而 Γ_{te} 也是 X 中的闭集. 因为 $x\sim y\Leftrightarrow\varepsilon_x=\varepsilon_y$，从而也等价于对收敛决定类 $\mathscr{F}=\{f_i\}_{i\in\mathbf{N}}$，$\langle f_i,\varepsilon_x\rangle=\langle f_i,\varepsilon_y\rangle(\forall i\in\mathbf{N})$，从而

$$[x]=\Gamma_{te}\cap\bigcap_{i=1}^{\infty}\{y\in\Gamma_t:f_i^*(y)=f_i^*(x)\}(\forall i\in\mathbf{N}).$$

因而，当 $y\in\Gamma_{te}$ 时，

$$\int_{\Gamma_t}(f_i^*(y)-f_i^*(x))^2\mathrm{d}\varepsilon_x(y)=0.$$

从而$f_i^*(y)$在 Γ_t 上关于不变测度 ε_x 几乎处处等于 $f_i^*(x)$，即 $\varepsilon_x\{y\in\Gamma_t:f_i^*(y)=f_i^*(x)\}=1$. 由引理 7 得 $\varepsilon_x(\Gamma_{te})=1$，从而

$$\varepsilon_x([x])=\varepsilon_x\Big(\Gamma_{te}\cap\bigcap_{i=1}^{\infty}\{y\in\Gamma_t:f_i^*(y)=f_i^*(x)\}\Big)=1.$$

当 $y\in[x]$时，$\lim\limits_{n\to\infty}U^{(n)}f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\langle f,P^{(n)}\delta_y\rangle=\langle f,\varepsilon_y\rangle=\langle f,\varepsilon_x\rangle$，$\forall f\in C_b(X)$. 而 $\varepsilon_x([x])=1$. 由文献[16]知，ε_x 是 1 个遍历的概率测度.

(ⅱ)设 μ 是遍历的概率测度，由文献[13]知，$\exists A\in\mathrm{B}(X)$，使得$\mu(A)=1$，

$$\lim_{n\to\infty}U^{(n)}f(x)=\langle f,\mu\rangle,x\in A,f\in C_b(X).$$

由于 μ 不变，所以 $A\subset\Gamma_{te}$，任取 $x\in A$，则 $\mu=\varepsilon_x$.

定理 2　设 μ 是不变的概率测度，则

$$\mu(A)=\int_{\Gamma_{te}}\varepsilon_x(A)\mathrm{d}\mu(x),A\in\mathrm{B}(X).$$

证　由于$\mu(\Gamma_{te})=1$，所以

$$\int_X\varepsilon_x(A)\mathrm{d}\mu(x)=\int_{\Gamma_{te}}\varepsilon_x(A)\mathrm{d}\mu(x).$$

对 $x\in\Gamma_{te}$ 及 $A\in\mathrm{B}(X)$，由遍历定理及引理 6 得

$$\lim_{n\to\infty}U^{(n)}\chi_A(x)=\varepsilon_x(A),\text{a.e.}[\varepsilon_x],$$

$$\langle\lim_{n\to\infty}U^{(n)}\chi_A(x),\mu\rangle=\lim_{n\to\infty}\langle U^{(n)}\chi_A(x),\mu\rangle=\mu(A)=\langle\mu,\varepsilon_x(A)\rangle,$$

即

$$\mu(A)=\int_X\varepsilon_x(A)\mathrm{d}\mu(x)=\int_{\Gamma_{te}}\varepsilon_x(A)\mathrm{d}\mu(x).$$

上述定理即为遍历分解定理，简记为 $\mu=\int_{\Gamma_{te}}\varepsilon_x\mathrm{d}\mu(x)$.

$\forall x,y\in X$，若 $\exists n_0\in\mathbf{N}$，使得 $\mathrm{supp}\{P^{n_0}\delta_{z_1}\}\cap\mathrm{supp}\{P^{n_0}\delta_{z_2}\}\neq\varnothing$，则称 P 的支集相交.

定理 3　设 P 的支集相交，则 P 是唯一遍历的.

证 若 P 不是唯一遍历的,由定理 2 知,存在 P 的 2 个遍历的概率测度,记为 μ_1,μ_2. 由定理 1 知,$\exists x,y \in \Gamma_{te}$,使得 $\mu_1 = \varepsilon_x,\mu_2 = \varepsilon_y$,且 $\operatorname{supp}[\mu_1] \subset [x]$,$\operatorname{supp}[\mu_2] \subset [y]$.

任取 $z_1 \in \operatorname{supp}[\mu_1]$,$z_2 \in \operatorname{supp}[\mu_2]$. 由文献[17]知,$\forall n \in \mathbf{N}$,

$$\operatorname{supp}\{P^n\delta_{z_1}\} \in \operatorname{supp}[P^n\mu_1] = \operatorname{supp}[\mu_1],$$

$$\operatorname{supp}\{P^n\delta_{z_2}\} \in \operatorname{supp}[P^n\mu_2] = \operatorname{supp}[\mu_2],$$

从而

$$\operatorname{supp}\{P^n\delta_{z_1}\} \cap \operatorname{supp}\{P^n\delta_{z_2}\} \subset \operatorname{supp}[\mu_1] \cap \operatorname{supp}[\mu_2] \subset [x] \cap [y] = \varnothing.$$

这与 P 的支集相交性质矛盾.

注 1 定理 2 在算子 U 的算术平均具有等度连续性的条件下将 Yosida 型遍历分解定理从局部紧的可分距离空间推广到完备可分的距离空间上,并得到更为细致地刻画. 注意到对于局部紧的可分距离空间 X,其在无穷远处趋于 0 的连续函数全体 $C_0(X)$ 是可分的,从而 $C_0(X)$ 是收敛决定类且 $C_0^*(X) = M(X)$. 而对于完备可分的距离空间,则不尽然. 因此文献[7]中的证明方法是不能直接推广到完备可分的距离空间上的.

注 2 文献[5]在假定算子具有等度连续性这一较强的条件下证明了定理 3 中的结论,因此定理 3 是文献[5]的主要结果的一个推广. 本文利用遍历分解定理证明 P 的唯一遍历性,此方法比文献[5]的方法更为简洁.

4 参考文献

[1] Walters P. Anintroduction to ergodic theory[M]. Berlin: Springer-Verlag,2003:146-153.

[2] Lasto A,Myjak J,Szarek T. Markov operators with a unique invariant measures[J]. J Math Anal Appl,2002,276:343-356.

[3] 王明文. 一类 Markov 过程不变测度的存在性及应用[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,1991,15(4):306-312.

[4] 谷安辉. 对偶分支过程的遍历及指数遍历性[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2008,32(6):687-691.

[5] Szarek T. The uniqueness of invariant measures for Markov operators[J]. Stud Math,2008,189(3):225-233.

[6] Komorowski T,Peszat S,Szarek T. On ergodicity of some Markov processes[J]. Anna Prob,2010,38(4):1401-1443.

[7] Lemma O H,Lasserre J B. Ergodic theorems and ergodic decomposition for Markov chains[J]. Acta Appl Math,1998,54(1):99-119.

[8] Costa O L V,Dufour F. On the ergodic decomposition for a class of Markov chains[J]. Stoc Process Appl,2005,115(3):401-415.

[9] Szarek T. The stability of Markov operators on Polish spaces[J]. Stud Math,2000,143(2):145-152.

[10] Bogachev V I. Measure theory[M]. 2nd ed. Bejing: Higher Edcation Press,2010.

[11] Lemma O H,Lasserre J B. Markov chain and invariant probabilities[M]. Basel: Birkǎuser-Verlag,2003.

[12] Krengel U. Ergodic theorems[M]. Berlin: De Gruyter,1985.

[13] Petersen K E. Ergodic theory[M]. London: Cambridge University Press,1983.

[14] Ethier S N,Kurtz T G. Markov process characterization and convergence[M]. New York: John Wiley & Sons,1986.

[15] Pachl J K. Measures as functionals on uniformily continuous functions[J]. Pac J Math,1979,82(2):515-521.

[16] Prato G D,Zabczyk J. Ergodicity for infinite dimensional systems[M]. London: Cambridge University Press,1996.

[17] Lasota A,Myjak J. Markov operators and fractals[J]. Bull Polish Acad Sci Math,1997,45(2):197-210.

Ergodicity for a Class of Markov Operators

GUO Xin-wei[1],YU Jian-hua[2],QI Hai-tao[1]

(1. School of Mathematics and Statics,Shandong University at Weihai,Weihai Shandong 264209,China;
2. Yangtze College,East China Institute of Technology,Nanchang Jiangxi 330013,China)

Abstract: Ergodicity of a class of Markov-Feller operators with equicontinuous average dual operators is studied by the ergodic theory. As an application,a Yosida type ergodic decomposition theorem for such operators is proved and a simple proof on the uniqueness of invariant measures for Markov-Feller operators is given.

Key words: Markov-Feller operators; invariant measures; tight measures; ergodic decomposition

(责任编辑: 曾剑锋)