文章编号:1000-5862(2014)01-0058-04

半局部半(E,F)-凸函数及其性质

高　晔,张庆祥*,邢　苗
(延安大学数学与计算机科学学院,陕西 延安　716000)

摘要: 基于局部星形凸集、半(E,F)-凸函数和半局部凸函数的定义,给出了一些新的广义凸函数的概念,即半局部半(E,F)-凸函数、半局部半(E,F)-伪凸函数、半局部半(E,F)-拟凸函数、半局部半(E,F)-严格凸函数和半局部半(E,F)-强凸函数,进而研究了这些广义凸函数的性质.

关键词: 局部星形(E,F)-凸集;半局部半(E,F)-凸函数;半局部半(E,F)-拟凸函数;半局部半(E,F)-伪凸函数

中图分类号: O 174.13　　**文献标志码:** A

0　引言

凸分析广泛应用于数学领域中,然而非凸的集合与函数大量地存在于实际问题中,所以对凸集以及凸函数的推广有着重要的现实意义. 文献[1]对凸集以及凸函数定义的条件进行弱化,进而给出E-凸集、E-凸函数的定义,并讨论了相关理论的一些结果. 文献[2-4]先后指出和修正关于E-凸集、E-凸函数及E-凸规划的几个错误. 文献[5-6]分别引入了局部凸函数、半局部凸函数. 文献[7]又研究了广义半局部凸函数及其性质. 在这些凸函数的基础上,胡清洁[8]给出了半局部E-凸函数的概念,并讨论了它的性质,晁绵涛等[9]研究了次b凸函数和次b凸规划. 2009 年,简金宝等[10]定义了(E,F)-凸集、(E,F)-凸函数的概念,之后文献[11-12]进一步研究了它们的性质. 简金宝等[13]引入了半-(E,F)-凸函数及其规划问题,曾友芳等[14]探究了B-半-(E,F)-凸函数和规划. 文献[15]引入了局部星形集,并在星形集的基础上定义了半局部凸函数.

本文在局部星形凸集、半局部凸函数、半局部E-凸函数、(E,F)-凸函数和半(E,F)-凸函数基础上,定义局部星形(E,F)-凸集和一些广义半局部半(E,F)-凸函数,然后分析它们和广义凸函数之间的关系及它们的若干性质.

1　预备知识

定义1　$M\subseteq \mathbf{R}^n$ 称为(E,F)-凸集,若存在点到集合的映射 $E,F: M\to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得 $\lambda E(x)+(1-\lambda)F(y)\subseteq M$,$\forall x,y\in M$,$\forall\lambda\in[0,1]$.

定义2　函数$f: M\to\mathbf{R}$为$M\subseteq\mathbf{R}^n$上的(E,F)-凸函数,若存在点到集合的映射$E,F: M\to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是$(E,F)$-凸集,且$\forall x,y\in M$,$\forall\bar{x}\in E(x)$,$\forall\bar{y}\in F(y)$,$\lambda\in[0,1]$,$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant\lambda f(\bar{x})+(1-\lambda)f(\bar{y})$.

定义3　函数$f: M\to\mathbf{R}$为$M\subseteq\mathbf{R}^n$上的半(E,F)-凸函数,若存在点到集合的映射$E,F: M\to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是$(E,F)$-凸集,且$\forall x,y\in M$,$\forall\bar{x}\in E(x)$,$\forall\bar{y}\in F(y)$,$\lambda\in[0,1]$,$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)$.

定义4　设$x^0\in M\subseteq\mathbf{R}^n$,若对每个$x\in M$,都存在最大正数$\alpha(x^0,x)\leqslant 1$,使得$\forall\lambda\in(0,\alpha(x^0,x))$,有$\lambda x^0+(1-\lambda)x\in M$,则称$M$在点$x^0$处为局部星形的. 若$M$在每个$x^0\in M$是局部星形的,则称$M$为局部星形集.

定义5　设$f(x)$为局部星形集$M\subseteq\mathbf{R}^n$上的实值函数,若$\forall x,y\in M$,存在正数$d(x,y)\leqslant\alpha(x,y)\leqslant 1$,使得对$\forall\lambda\in(0,d(x,y))$,有$f(\lambda x+(1-\lambda)y)\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)$,则称$f(x)$为$M$上的半局部凸函数.

收稿日期:2013-10-15
基金项目:陕西省教育厅专项科研基金(06JK152),陕西高水平大学建设专项资金(2012SXTS07)和延安大学重点科研(YDZ2012-04)资助项目.
通信作者:张庆祥(1953-),男,陕西延安人,教授,主要从事广义凸性与多目标规划的研究.

2　半局部半(E,F)-凸函数

定义6　设$x^0 \in M \subseteq \mathbf{R}^n$,若映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,对每个$x \in M$,都存在正数$\alpha(x^0,x) \leqslant 1$,使得$\forall \lambda \in (0,\alpha(x^0,x))$,有$\lambda E(x^0)+(1-\lambda)F(x) \subseteq M$,则称$M$在点$x^0$处为局部星形$(E,F)$-凸的. 若$M$在每个$x^0 \in M$是局部星形$(E,F)$-凸的,则称$M$为局部星形$(E,F)$-凸集.

定义7　函数$f:M \to \mathbf{R}$为$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的半局部(E,F)-凸函数,若存在点到集合的映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是局部星形$(E,F)$-凸集,且存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,有$\forall x,y \in M,\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \lambda f(\bar{x})+(1-\lambda)f(\bar{y})$.

定义8　函数$f:M \to \mathbf{R}$为$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的半局部半(E,F)-凸函数,若存在点到集合的映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是局部星形$(E,F)$-凸集,且存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,有$\forall x,y \in M,\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)$.

定义9　设函数f为$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的实值函数,若存在点到集合的映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是局部星形$(E,F)$-凸集,则

(i) 称f是半局部半(E,F)-严格凸函数,若存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,$\forall x,y \in M$,$f(x) \neq f(y)$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) < \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$$

(ii) 称f是半局部半(E,F)-强凸函数,若存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,$\forall x,y \in M$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$x \neq y$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) < \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$$

定义10　称函数$f:M \to \mathbf{R}$是$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的半局部半(E,F)-拟凸函数,若存在点到集合的映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是局部星形$(E,F)$-凸集,且存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$有

$$\forall x,y \in M,\forall \bar{x} \in E(x),\forall \bar{y} \in F(y),\lambda \in [0,d(x,y)],f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \max\{f(x),f(y)\}.$$

定义11　假设函数f为定义在局部星形(E,F)-凸集M上的实值函数,则

(i) 称f是半局部半(E,F)-严格拟凸函数,若存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,$\forall x,y \in M$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$f(x) \neq f(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,有$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) < \max\{f(x),f(y)\}$.

(ii) 称f是半局部半(E,F)-强拟凸函数,若存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,$\forall x,y \in M$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$x \neq y$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) < \max\{f(x),f(y)\}.$$

定义12　称函数$f:M \to \mathbf{R}$是$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的半局部半(E,F)-伪凸函数,若存在点到集合的映射$E,F:M \to 2^{\mathbf{R}^n}$,使得$M$是局部星形$(E,F)$-凸集;存在函数$b(x,y):M \times M \to \mathbf{R}^+$和正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,$\forall x,y \in M$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,有$f(x) < f(y) \Rightarrow f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant f(y)+\lambda(\lambda-1)b(x,y)$.

定义13　设函数f是定义在局部星形(E,F)-凸集$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的实值函数,如果$\forall x,y \in M$,存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$,有$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,$\lambda \in [0,d(x,y)]$,

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \min\{f(x),f(y)\},$$

则称f为M上的半局部半(E,F)-伪拟凸函数.

3　半局部半(E,F)-凸函数的性质

定理1　设$f:M \to \mathbf{R}$为定义在局部星形(E,F)-凸集$M \subseteq \mathbf{R}^n$上的半局部半(E,F)-凸函数,则$\forall \kappa \in \mathbf{R}$,水平集$S_\kappa=\{x \mid x \in M,f(x) \leqslant \kappa\}$为局部星形$(E,F)$-凸集.

证　设对每个$(x,y) \in S_\kappa$,则$x,y \in M$,$f(x) \leqslant \kappa$,$f(y) \leqslant \kappa$. 又因为M为局部星形(E,F)-凸集,则$\forall \lambda \in (0,\alpha(x,y))$,有$\lambda E(x)+(1-\lambda)F(y) \subseteq M$,因为$f$为半局部半$(E,F)$-凸函数,则存在正数$d(x,y) \leqslant \alpha(x,y)$,使得$\forall \lambda \in (0,d(x,y))$,有$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \lambda f(x)+(1-\lambda)f(y) \leqslant \lambda\kappa+(1-\lambda)\kappa=\kappa,$$

即$\lambda E(x)+(1-\lambda)F(y) \subseteq S_\kappa$,$\forall \lambda(0<\lambda<d(x,y))$,因此$S_\kappa$为局部星形$(E,F)$-凸集.

性质1　若函数f为局部(E,F)-凸集M上的半局部(E,F)-凸函数,$\varphi:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$是非减凸函数,那么复合函数$\varphi \circ f$是$M$上的半局部$(E,F)$-凸函数.

证　因为$f:\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$为$(E,F)$-凸集$M$上的半局部$(E,F)$-凸函数,则$\forall x,y \in M$,$\exists d(x,y) \in (0,\alpha(x,y)]$,使得$\forall \lambda \in [0,d(x,y)]$,$\forall \bar{x} \in E(x)$,$\forall \bar{y} \in F(y)$,有

$\varphi(f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}))\leqslant\varphi[\lambda f(\bar{x})+(1-\lambda)f(\bar{y})]$.

又 φ: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 非减凸函数,所以,

$\varphi(f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}))\leqslant\varphi[\lambda f(\bar{x})+(1-\lambda)f(\bar{y})]\leqslant\lambda\varphi(f(\bar{x}))+(1-\lambda)\varphi(f(\bar{y}))$,

故复合函数 $\varphi\circ f$ 是 M 上的半局部(E,F)-凸函数.

性质2 凸函数 f 是半局部半(E,F)-凸函数.

此时 M 为凸集,$x=E(x)$,$y=E(y)$,即证.

注1 性质2的逆命题不一定成立.

例1 已知 f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 为

$$f(x)=\begin{cases}0, x\leqslant 0,\\ 1, 0<x<1,\\ 1/3, x\geqslant 1,\end{cases}$$

和 E,F: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 分别为 $E(x)=\{\bar{x}\mid\bar{x}=-|x|\}$,$F(y)=\{\bar{y}\mid\bar{y}=-|y|\}$.

易证 f 是 $\mathbf{R}$ 上的半局部半(E,F)-凸函数,但 f 不是 $\mathbf{R}$ 上的凸函数. 因为当 $x=-1$,$y=1/2$,$\lambda=1/4$ 时,$f(\lambda x+(1-\lambda)y)=1>3/4=\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)$.

性质3 半局部 E-凸函数 f 是半局部半(E,F)-凸函数.

取 $F(y)=E(y)$.

注2 性质3的逆命题不一定成立.

例2 设 f: $M=[-1,1]\to\mathbf{R}$,E,F: $M\to\mathbf{R}$ 为

$$f(x)=\begin{cases}0, -1\leqslant x<0,\\ 1, 0\leqslant x\leqslant 1,\end{cases}$$

$$E(x)=\left\{\bar{x}\,\middle|\,\bar{x}=\begin{cases}\dfrac{x}{3}, -1\leqslant x<0,\\ -1, 0\leqslant x\leqslant 1,\end{cases}\right\},$$

$$F(y)=\{\bar{y}\mid\bar{y}=-|y|, -1\leqslant y\leqslant 1\}.$$

易见 M 为局部星形(E,F)-凸集,现证明 f 是半局部半(E,F)-凸函数.

当 $-1\leqslant x<0$ 时,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})=f(\frac{\lambda}{3}x+(1-\lambda)y)\leqslant\frac{\lambda}{3}f(x)\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y).$$

当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})=f(-\lambda-(1-\lambda)y)=0\leqslant\lambda\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y),$$

则 f 是半局部半(E,F)-凸函数,但 f 不是半局部 E-凸函数. 因为当 $x=-1$,$y=-2/3$,$\lambda=1/2$ 时,$\bar{x}=-1/3$,$\bar{y}=-2/3$,则 $f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})=0>-1/2=\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)$.

性质4 若 $f(x)$ 为半局部半(E,F)-凸函数,则它是半局部半(E,F)-拟凸函数.

证 由已知 $f(x)$ 为半局部半(E,F)-凸函数,则存在正数 $d(x,y)\leqslant\alpha(x,y)$,使得 $\forall\lambda\in(0,d(x,y))$,$\forall\bar{x}\in E(x)$,$\forall\bar{y}\in F(y)$,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)\leqslant\max\{f(x),f(y)\}.$$

由定义10可知 f 是半局部半(E,F)-拟凸函数.

注3 性质4的逆命题不一定成立.

性质5 设 $f(x)$ 为局部星形(E,F)-凸集 M 上的半局部半(E,F)-凸函数,则 $f(x)$ 是 M 上的半局部半(E,F)-伪凸函数.

证 据条件 $f(x)$ 为半局部半(E,F)-凸函数,从而有正数 $d(x,y)\leqslant\alpha(x,y)$,使得 $\forall\lambda\in(0,d(x,y))$,$\forall\bar{x}\in E(x)$,$\forall\bar{y}\in F(y)$,当 $f(x)<f(y)$ 时,有

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant\lambda f(x)+(1-\lambda)f(y)=\lambda f(x)+f(y)-\lambda f(y)=f(y)+\lambda(f(x)-f(y)),$$

令 $b(x,y)=[f(x)-f(y)]/(\lambda-1)>0$,则有 $f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant f(y)+\lambda(\lambda-1)b(x,y)$. 由定义12知,$f(x)$ 是 M 上的半局部半(E,F)-伪凸函数.

性质6 若 f 为局部星形(E,F)-凸集 M 上的半局部半(E,F)-凸函数,φ: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 是非减的凸函数,则复合函数 $\varphi\circ f$ 是 M 上的半局部半(E,F)-凸函数.

性质7 如果 f_i: $M\to\mathbf{R}$ 是(E,F)-局部星形凸集 M 上的半局部半(E,F)-凸函数($i=1,2,3,\cdots,k$),则 $h(x)=\sum_{i=1}^{k}\alpha_i f_i(x)$ ($\alpha_i\geqslant 0$,$i=1,2,3,\cdots,k$) 也是 M 上的半局部半(E,F)-凸函数.

性质8 设 $f(x)$ 为定义在局部星形(E,F)-凸集 $M\subseteq\mathbf{R}^n$ 上的半局部半(E,F)-拟凸函数,若 φ: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 为非减的函数,则 $h(x)=\varphi(f(x))$ 也为半局部半(E,F)-拟凸函数.

证 因为 f 为 M 上的半局部半(E,F)-拟凸函数,则 $\forall x,y\in M$,存在正数 $d(x,y)\leqslant\alpha(x^0,x)\leqslant 1$,使得 $\forall\bar{x}\in E(x)$,$\forall\bar{y}\in F(y)$,$\forall\lambda\in(0,d(x,y))$,

$$f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y})\leqslant\max\{f(x),f(y)\}.$$

又 φ: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ 为非减的函数,所以,

$$h(x)=\varphi(f(\lambda\bar{x}+(1-\lambda)\bar{y}))\leqslant\varphi(\max\{f(x),f(y)\})\leqslant\max\{\varphi(f(x)),\varphi(f(y))\},$$

故复合函数 $h(x)$ 也为半局部半(E,F)-拟凸函数.

性质9 设 $f,-g$: $M\to\mathbf{R}$ 是局部星形(E,F)-凸集 M 上的半局部半(E,F)-凸函数,若 $f\geqslant 0$,$g>0$,则 $h=f/g$ 是 M 上的半局部半(E,F)-拟凸函数.

证　$\forall x,y \in M$,存在正数 $d(x,y) \leqslant \alpha(x,y) \leqslant 1$, $\forall \bar{x} \in E(x)$, $\forall \bar{y} \in F(y)$, $\forall \lambda \in [0,d(x,y)]$,有

$$f(\lambda\bar{x} + (1-\lambda)\bar{y}) \leqslant \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y),$$

$$g(\lambda\bar{x} + (1-\lambda)\bar{y}) \geqslant \lambda g(x) + (1-\lambda)g(y).$$

则

$$h(\lambda\bar{x} + (1-\lambda)\bar{y}) = \frac{f(\lambda\bar{x} + (1-\lambda)\bar{y})}{g(\lambda\bar{x} + (1-\lambda)\bar{y})} \leqslant \frac{\lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)}{\lambda g(x) + (1-\lambda)g(y)} = \frac{\lambda g(x)}{\lambda g(x) + (1-\lambda)g(y)} \cdot h(x) + \frac{(1-\lambda)g(y)}{\lambda g(x) + (1-\lambda)g(y)} \cdot h(y) \leqslant \max\{h(x),h(y)\}.$$

因此,函数 $h = f/g$ 是 M 上的半局部半(E,F) -拟凸函数.

4　参考文献

[1] Youness E A. E-convex sets, E-convex functions and E-convex programming [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1999, 102(2): 439-450.

[2] Yang Xinmin. On E-convex set, E-convex functions, and E-convex programming [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2001, 109(3): 699-704.

[3] Jian Jinbao. Incorrect results for E-convex functions and E-convex programming [J]. Joural of Mathematical Research and Exposition, 2003, 23(3): 461-466.

[4] 覃义,简金宝. 关于 E-凸函数及 E 凸规划几个错误结论的修正 [J]. 数学杂志, 2006, 26(2): 177-180.

[5] Weir T. Programming with semilocally convex functions [J]. J Math Anal Appl, 1992, 168(1): 1-12.

[6] Ewing G M. Sufficient conditions for global minima of suitably convex functions from variational and control theory [J]. SIAM Rev, 1977, 19(2): 202-220.

[7] Jian Jinbao, Pan Huaqin, Zeng Hanjun. Semilocally prequasiinvex functions and characterizations [J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2007, 3(3): 503-517.

[8] Hu Qingjie, Jian Jinbao, Zheng Haiyan, et al. Semilocal E-convexity and semilocal E-convex programming [J]. Bulletin of Australian Mathematical Society, 2007, 75(1): 59-74.

[9] 晁绵涛,简金宝,梁东颖. 次 b 凸函数和次 b 凸规划 [J]. 运筹学学报, 2012, 16(2): 1-8.

[10] Jian Jinbao. On(E,F) generalized convexity [J]. International Journal of Mathematical Sciences, 2003, 2(1): 121-132.

[11] Jian Jinbao, Hu Qingiuan, Ma Pengfei, et al. On properties of quasi-semi-(E,F) -convex functions and quasi-semi-(E,F) -convex programming [J]. Operations Research Transactions, 2012, 16(1): 49-55.

[12] 路敏慧,于宪伟. (E,F) 凸集,(E,F) 凸函数的一些新性质 [J]. 渤海大学学报: 自然科学版, 2010, 31(1): 52-54.

[13] Jian Jinbao, Hu Qingjie, Tang Chunming, et al. Semi-(E,F) -convex functions and semi-(E,F) -convex programming [J]. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2004, 14(4): 439-454.

[14] 曾友芳,简金宝,晁绵涛. B-半-(E,F) -凸函数和规划 [J]. 运筹学学报, 2009, 13(2): 68-82.

[15] Tang Huanwen. Fixed point algorithms and its application to nondifferentiable programming, approximation optimization and computing: theory and application [M]. Horth-Holland: Elsevier Science Publishers, 1990: 291-294.

Semilocal Semi(E,F) -Convex Function and It's Properties

GAO Ye, ZHANG Qing-xiang*, XING Miao

(College of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Yan'an Shanxi 716000, China)

Abstract: The definitions of some generalized convex functions are presented by using the concepts of local starshaped set, semi(E,F) -convex function and semilocal convex function, which are semilocal semi(E,F) -convex function, semilocal semi(E,F) -pseudo convex function, semilocal semi(E,F) -quasi convex function, semilocal semi(E,F) -strict convex function, and semilocal semi(E,F) -strong convex function. The properties of these generalized convex functions are researched.

Key words: local starshaped(E,F) -convex set; semilocal semi(E,F) -convex function; semilocal semi(E,F) -quasi convex function; semilocal semi(E,F) -pseudo convex function

(责任编辑: 曾剑锋)