

文章编号: 1000-5862(2014)03-0265-05

多级评分认知诊断测验蓝图的设计 ——独立型和收敛型结构

丁树良, 罗 芬, 汪文义

(江西师范大学计算机信息工程学院 江西 南昌 330022)

摘要: 定义了属性之间菱形层级结构的概念. 在某种给定的评分方式下, 假设属性之间没有补偿作用, 讨论独立型、菱形层级结构对应的多级评分认知诊断测验蓝图设计问题, 分别构造出相应的完备 Q 阵.

关键词: 多级评分; 认知诊断; 测验蓝图设计; 菱形结构; 完备 Q 阵

中图分类号: B 841. 7; TP 301. 6

文献标志码: A

0 引言

结点等同于属性, 属性有时候又称为元素. 假设属性之间不可以相互补偿. 给定某种多级评分方法, 文献[1]已经讨论了属性层级关系满足根树型的完备 Q 矩阵的构造问题. 众所周知, 若不考虑边的方向, 根树是树, 即连通而无回路的图. 根树型层级包括 J. P. Leighton 等^[2]的线型、收敛型和无结构型. 具有 K 个属性 t 个叶结点的根树对应的基本完备 Q 矩阵是一个 K 行 t 列的 0-1 矩阵, 每 1 列表示根结点 to 相应叶结点的路, 即这 1 列的非零元素恰好对应这条路上的结点, 而这个根树对应的完备 Q 矩阵可以通过将基本完备 Q 矩阵的某一(些)列加到另外 1 列而获得, 只要保证获得 Q 矩阵的秩等于 t .

J. P. Leighton 等给出的基本属性层级还有收敛型. 除此之外, 国外研究者经常使用独立型层级结构. 独立结构是孤立结点构成; 注意到收敛型可以分解为 1 个(或者 2 个)线型和 1 个(或者若干个)回路组成, 回路才是基本的层级结构. 删除边的方向后, 收敛型中的回路称为菱形. 本文首先给出菱形的定义, 然后给出独立型和菱形对应的完备 Q 矩阵, 最后进行总结和讨论.

1 菱形的定义和期望得分的约定

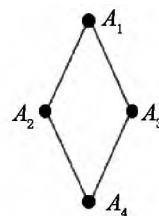
本文先给出菱形结构的定义, 为此要定义最大、最小元素(属性)、不可比较元素(属性), 以及最大

不可比较元素的集合.

设所讨论的属性集合为有限集合, 记之为 \mathcal{A} , 在这个集合上定义偏序关系. 假设 A, B 均为 \mathcal{A} 中的属性. 若 A 为 \mathcal{A} 中其他所有属性的先决属性, 则称 A 为 \mathcal{A} 中最大元; 若 \mathcal{A} 中其他所有属性均为属性 B 的先决属性, 则称 B 为 \mathcal{A} 中最小元; 若 C, D 为 \mathcal{A} 中 2 个元素, 它们之间互不为先决属性, 则称 C 和 D 是不可以比较的. 若 \mathcal{A} 中有最大元和最小元, 并含有不可比较属性, 同时删除边的方向以后, 它构成 1 个或者几个回路, 则这个偏序关系对应的图形称为“菱形”. 容易证明“菱形”至少含有 4 个属性.

设 N 为 \mathcal{A} 的 1 个非空子集, $\forall x, y \in N \subseteq \mathcal{A}$, x 和 y 不相等且互不为先决属性, 且若 $z \notin N$, 则 $\exists w \in N$, 使 z 为 w 的先决属性或 w 为 z 的先决属性, 即 w 和 z 可以比较. 这时, 称 N 为属性集 \mathcal{A} 的最大不可比较属性的集合. 不至于混淆时, 简称 N 为最大不可比较属性的集合.

在线型结构中, 最大不可比较属性的集合仅仅包含 1 个属性. 设有 A_1, A_2, A_3, A_4 共 4 个属性之间的层级关系的 Hasse 图^[3], 如图 1 所示. 比如 A_1 是基础知识, A_2 是同分母



相加, A_3 是求 2 个正整数的最小公倍数运算, A_4 是异分母相加, 则 A_1 为最大元, 它是其他属性的先决, A_4 为最小元, 其他属性均为 A_4 的先决属性; 而 A_2 和 A_3 之间不存在先决关系, 故是

收稿日期: 2014-01-09

基金项目: 国家自然科学基金(31360237, 31300876, 31160203, 31100756, 30860084), 国家社会科学基金(12BYY055, 13BYY087), 江西省教育厅科技计划(GJJ13207, GJJ13208, GJJ13209, GJJ13226, GJJ13227)资助项目.

作者简介: 丁树良(1949-), 男, 江西樟树人, 教授, 博士生导师, 主要从事计算辅助教学及教育和心理测量方面的研究.

不可比较的,且它们构成最大不可比较属性集合.图1中不可比较的属性的最大数目是2.不考虑边的方向,这4个属性构成1个回路,故图1是1个菱形.

对于期望得分的计分方式,给出一个基本约定(下文中称为记分方式的约定),除非另有声明,否则约定期望得分的计分方式为:每掌握测验项目中1个属性,则期望得分增加1分,即假设被试知识状态(KS)为 α 在测验 Q 阵(Q_i)下的期望反应模式(ERP)为 $\alpha^T Q_i$,亦即对 Q_i 中第 j 个项目(即 Q_i 中第 j 列 q_j),KS为 α 的被试的期望得分为 $\alpha^T q_j$. K. K. Tatsuoka^[4],田伟等^[5]和祝玉芳等^[6]也在这种评分方式下进行过相关的讨论.

设进行认知诊断的领域中包含 K 个属性,以下讨论均为对非补偿连接的认知加工过程.

2 独立型对应的完备 Q 矩阵

定理1 若 K 个属性是独立的,即可达阵为 K 阶单位阵 I_K ,则必须且只必须使 Q_i 行满秩才能使期望反应模式与知识状态一一对应,或者 Q_i 是非奇异矩阵.

证 Q_i 行满秩可以使期望反应模式与知识状态一一对应^[7].

如果期望反应模式与知识状态一一对应,要证 Q_i 必须行满秩.若不然,设 $r_k(Q_i) = r < K$,即 Q_i 不是行满秩的,由于 Q_i 为 K 行的0-1矩阵,故 Q_i 必有某1行可以由其他行表示出来.不失一般性,可设 Q_i 的第1行 r_1 可由 Q_i 的第 $r_{i_1}, r_{i_2}, \dots, r_{i_t}$ 这 t 行表示出来,即 $r_1 = \sum_{h=1}^t r_{i_h}$.记单位阵 I_K 中第1列,第 i_1, i_2, \dots, i_t 列为 $e_1, e_{i_2}, \dots, e_{i_t}$,则 e_1 的转置和 Q_i 的乘积为 $e_1^T Q_i = r_1 = \sum_{h=1}^t r_{i_h} = (\sum_{h=1}^t e_{i_h}^T) Q_i$,可见知识状态为 e_1 的被试与知识状态为 $\sum_{h=1}^t e_{i_h}$ 的被试的期望反应模式相同,而显然 $e_1 \neq \sum_{h=1}^t e_{i_h}$,这与期望反应模式和知识状态一一对应的假设相矛盾.

由于要求独立型对应的完备 Q 矩阵行满秩,故 Q_i 至少包含 K 列,因此取 Q_i 为非奇异矩阵即可.

这里并没有要求 Q_i 包含可达矩阵 I_K ,而只是要求 Q_i 的秩等于 K ,因此条件比0-1评分条件下完备 Q 矩阵的要求低.但是单位矩阵(可达矩阵)是独立型层级结构对应的基本完备 Q 矩阵,其他的完备 Q 矩阵都是由这个基本完备 Q 矩阵通过特殊的线性变换导出的.

比如,对于3个独立属性,可以取完备 Q 矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

显然它不是可达矩阵,但是它可以由单位矩阵(可达矩阵)的第1列分别加到第2,第3列生成.

3 菱形层级对应的完备 Q 矩阵

引理1 对图1所示的层级关系,完备 Q 矩阵可以是如下2个 Q 阵中任1个:

$$Q_i^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T, \quad Q_i^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

证 相应于图1的学生 Q 阵 Q_s 为

$$Q_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

易知 $Q_s^T Q_i^{(i)}$ 中期望反应模式与知识状态一一对应, $i=1, 2$.注意到 Q_s 中各列之和为0, 1, 2, 2, 3, 4,记 $d_4^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$,则有 $Q_s^T d_4 = (0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3 \ 4)^T$,可见这时 $\alpha_2 = (1 \ 1 \ 0 \ 0)$ 和 $\alpha_3 = (1 \ 0 \ 1 \ 0)$ 对应的期望得分相同.而欲区分这2个知识状态,则测验 Q 阵 Q_i 中必须添加 $(1 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ 或 $(1 \ 0 \ 1 \ 0)^T$.

因此 $Q_i^{(1)}$ 或 $Q_i^{(2)}$ 可以使知识状态与期望反应模式一一对应,而欲使知识状态和期望反应模式一一对应,则测验 Q 阵或者是 $Q_i^{(1)}$,或者是 $Q_i^{(2)}$,即 $Q_i^{(1)}$ 或 $Q_i^{(2)}$ 是相应的完备 Q 阵.

往证图1对应的完备 Q 阵必须是 $Q_i^{(1)}$,或者是 $Q_i^{(2)}$.如不然,若其他测验 Q 阵为完备 Q 阵,则至多由 Q_s 中2列组成.易知,仅挑1列必然不行,也不存在含2列而且不是 $Q_i^{(1)}$ 或 $Q_i^{(2)}$ 的情形.因为,既然要挑选2列,首先必须挑选 $(1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$,否则知识状态 $(1 \ 1 \ 1 \ 0)^T$ 和 $(1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$ 对应相同的期望反应模式;然后为了和 $Q_i^{(1)}$ 或 $Q_i^{(2)}$ 不同,只能够挑选 $(1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ 或者 $(1 \ 1 \ 1 \ 0)^T$,而通过简单的代数运算,知这都不行.

请注意在图1中,不可以相互比较的属性数为2,这时完备 Q 阵的秩也是2(至少含2个不同列),即 $r_k(Q_i^{(1)}) = r_k(Q_i^{(2)}) = 2$.

引理2 对图2所示层级关系,完备 Q 阵可以是且必须是如下3个 Q 阵中任意1个:

$$Q_i^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$Q_t^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$Q_t^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

证 仿照引理1即可得.

注意图2中不可比的属性有

3个: A_2, A_3, A_4 .

这时 $r_k Q_t^{(i)} = 3, i = 1, 2, 3$.

例1 下列的2个矩阵 $Q_t^{(1)}, Q_t^{(2)}$ 均为图3对应的完备 Q 阵.

$$Q_t^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$Q_t^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

注意到 $Q_t^{(2)}$ 的第2列,它包含3个非零元素,对应于 A_1, A_3, A_4 的1条路(不含 A_5),而下列3个矩阵 $Q_t^{(3)}, Q_t^{(4)}, Q_t^{(5)}$ 是图4对应的完备 Q 阵

$$Q_t^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$Q_t^{(4)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$$Q_t^{(5)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T.$$

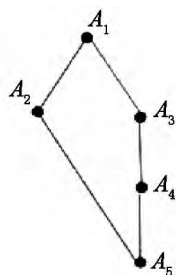


图3 5属性菱形

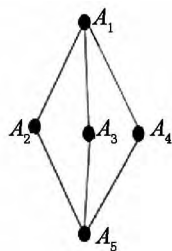


图2 多个回路5属性菱形

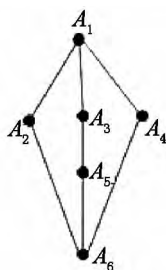


图4 多个回路6属性菱形

仔细考察引理1,引理2和例1中的完备 Q 阵可以发现,完备 Q 阵的秩等于最大元到最小元的路径数.但对认知诊断而言,引理1,引理2和例1表明的是,欲由最大元到达最小元,必须掌握最小元的所有先决属性才行.由于纯粹从图论观点出发,图3中从 A_1 到 A_5 有2条路径:一条包含 A_1, A_2, A_5 ; 另外一条包含 A_1, A_3, A_4, A_5 . 而这和 J. P. Leighton 等定义的收敛型认知加工过程完全不同.为了不引起一些不必要的误会,而使表述更加严密,所以改一种说法,故引入“最大不可比较属性的集合”的概念.

例2 图1~图3中最大不可比较集合分别记为 $N_1, N_2, N_3, N_1 = \{A_2, A_3\}$, 图2中 $N_2 = \{A_2, A_3, A_4\}$, 图3中 $N_3 = \{A_2, A_3\}$ 或 $\{A_2, A_4\}$, 但 $\{A_2, A_3, A_4\}$ 不是图3中最大不可比较集合,因为 A_3 是 A_4 的先决属性.

图1~图4中对应的结构为“菱形”.

易知 J. P. Leighton 等所说的收敛型结构是线性型和“菱形”的复合(见图5~图6),如图5是包含 A_1, A_2, A_3 的线性型与1个菱形的复合;图6是包含 B_1, B_2, B_3 线性型与菱形和另1个包含 B_6, B_7 线性型的复合.

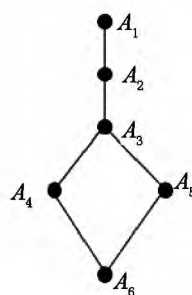


图5 线性-菱形复合的收敛型

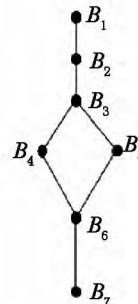


图6 线性-菱形-线性复合的收敛型

以下讨论相应于收敛型结构的完备 Q 阵的构造问题.由上面引理1,引理2和例1,可以导出如下的定理.

定理2 含 K 个属性的收敛型由菱形和线型复合而成,假设菱形结构里最大不可比较集中属性的个数为 K_1 ,这个菱形对应的完备 Q 阵按列剖分为 $Q_1 = (q_1, q_2, \dots, q_{K_2})$, 记 $d_p^T = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times p}$, 则收敛型的完备 Q 阵的构造如下:

(i) $r_k(Q) = K_1$, 完备 Q 阵为 $K \times K_1$ 阵; Q 中有1列其元素全为1,这1列记为 d_K ;

(ii) Q 中其他 $K_1 - 1$ 列的构造如下:

(a) 设菱形的最大元有 p 个先决属性,并且这 p 个先决属性呈线型,最小元无子属性,则 Q 中除 d_K 外,其他 $K_1 - 1$ 列可从以下 Q_2 所有列中任意选取 $K_1 - 1$ 列;

(b) 设菱形最小元(假设为第 K_1 元)有 r 个子属性(即菱形的最小元是 r 个属性的先决属性),并且这 r 个属性呈线型,最大元无先决属性,则 Q 中其他 $K_1 - 1$ 列可从以下 Q_3 所有列中任意选取 $K_1 - 1$ 列.

这里

$$Q_2 = \begin{pmatrix} d_p & d_p & \dots & d_p & d_p \\ q_1 & q_2 & \dots & q_{K_2-1} & q_{K_2} \end{pmatrix},$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} q_1 & q_2 & \dots & q_{K_2-1} & q_{K_2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(c) 考虑 J. P. Leighton 等的收敛型由线型-菱形-线型构成, 设它的菱形的最大元、最小元分别为 a, b 并且 a 有 p 个先决属性(不包含 a) b 有 r 个后裔(不包含 b). 假设该菱形结构里最大不可比较集中属性的个数为 M 则它对应的完备 Q 矩阵分成 3 部分: 菱形对应的完备 Q 矩阵 Q_4 (Q_4 的最后 1 列的元素全部是 1) Q_4 上面是 p 行 M 列元素全是 1 的矩阵 Q_5 Q_4 下面是 r 行 M 列矩阵 Q_6 Q_6 的 $M-1$ 列元素全是 0 最后 1 列是 r 个 1.

证 设菱形最大元有 p_1 个呈线型结构的先决属性, 最小元有 p_2 个呈线型结构的后裔属性, 结合引理 1 和引理 2 对 p_1, p_2 用数学归纳法即得. 往证这样构造的完备 Q 阵的秩等于 K_1 .

事实上, 从菱形的最大元到这个菱形的最小元的不同的路径数恰好等于 K_1 , 其中任何一条路径都不可能由其他路径表示, 所以这些路径对应的属性向量线性无关, 从而包含菱形的对应的完备 Q 矩阵的秩等于 K_1 , 从中任取 K_1-1 条路径对应的向量必定线性无关, 并且添加一些零元素或全 1 元素 (a) 将它们延长以后仍然线性无关. 这样延长以后的 K_1-1 个 0-1 向量和元素全部都是 1 的 K 维向量必定线性无关. 所以这样构造的完备 Q 阵的秩必定等于 K_1 , 即等于菱形中最大不可比较属性的集合中属性的个数.

对考虑菱形最小元的子属性构成线性型的情况对应的完备 Q 阵的结论, 可以同样证明.

例 3 若属性结构如图 7 所示收敛型, 则要使期望反应模式和知识状态一一对应的充分必要条件是测验蓝图为 $K \times 2$ 矩阵, 其中有 1 列的元素全部为 1, 而另外 1 列包含收敛的 1 支

$$Q_i^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 或者}$$

$$Q_i^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

若属性层级结构对应图 8 的收敛型, 则可以将 Q 阵设计成

$$d_1^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0),$$

$$d_2^T = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0),$$

$$d_3^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0),$$

$$Q_i^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ 或者}$$

$$Q_i^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & d_i^T & & & \\ & & & d_j^T & & & \end{pmatrix} i \neq j, \text{ 即可.}$$

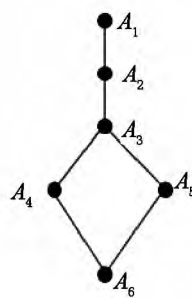


图 7 7 个属性线型-菱形-线型的收敛型

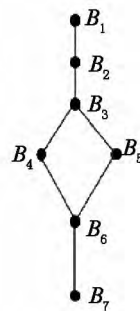


图 8 7 个属性多个回路的收敛型

4 小结和讨论

上文定义菱形属性结构, 将 J. P. Leighton 等定义的收敛型分解成为线型和菱形的复合, 并讨论菱形和独立型对应的完备 Q 矩阵的构造. 假设属性之间不可以补偿、属性等权、每掌握项目中 1 个属性便期望得分增加 1 分, 在这些条件下对收敛型和独立型层级结构的多级评分认知诊断的测验蓝图的设计进行讨论, 希望找到结构良好的测验蓝图, 即使得知识状态和期望反应模式能够一一对应.

在根树型结构中, 叶结点集合可以充当根树中最大不可比较属性的集合; 独立型的结点集合就是其最大不可比较属性集合. 假设 Q 矩阵的行表示属性, 列表示项目, 那么无论根树型, 还是独立型, 还是菱形, 它们对应的完备 Q 矩阵的列数就等于其属性中最大不可比较集合结点数. 可见最大不可比较属性集合是一个很重要的集合, 这个集合中元素 (即属性或者结点) 的数目是一个很重要的量. 这个量, 其实决定了完备 Q 矩阵的秩, 并且两者相等.

菱形和根树之间存在某种联系: 注意到删除结点时必须同时删除这个结点关联的所有边, 如果删除菱形中的最小元素以后, 菱形变成根树; 于是根树和菱形对应的完备 Q 矩阵有千丝万缕的联系, 只不过根据菱形结构对应的认知加工过程, 即要掌握 (达到) 菱形的最小属性 (元素), 必须并且只须掌握菱形中其他所有属性才行, 因此菱形对应的完备 Q 矩阵中必有 1 列其元素都是 1, 而根树对应的完备 Q 矩阵则没有这个要求.

K. K. Tatsuoka^[4] 给出 Q 矩阵行的逐对比较导出属性层级的方法, 丁树良等^[8] 证明如果 Q 矩阵中包含可达矩阵, 则这种行的逐对比较导出的属性层级是与由可达矩阵导出的属性层级一致. 用这种行的逐对比较的方法, 比如对线型、菱形, 就不一定可以从多级评分对应的完备 Q 矩阵中挖掘出其蕴涵的

属性层级。但是各种不同的层级关系对应的基本完备 Q 矩阵是固定的,由基本完备 Q 矩阵就可以对应到相应的属性层级关系。

上述这一结论和 0-1 评分的相应结论不相同:在 0-1 评分认知诊断测验蓝图设计中,可达矩阵有重要作用^[9]。相应的完备 Q 矩阵必须且只须包含可达矩阵,于是不论哪一种属性层级结构,完备 Q 矩阵的秩等于属性的个数,而不可能小于属性个数。

本文只是对属性基本层级对应的完备 Q 矩阵的构造进行讨论,更复杂的属性层级结构可以由基本层级结构复合而成。相应的完备 Q 矩阵应该视复合方式的不同而变化。

L. V. DiBello 等^[10]指出,“从效度和信度的角度考虑,对于给定的评估应用,一个悬而未决的研究内容是,是更少的复杂题目还是更多简单(或许是多选题)的题目是最富有信息的”。根据这里给出的结果来看,如果说多级评分项目比 2 级评分项目更加复杂(至少评分上更加复杂),那么的确更少的复杂的项目可以代替更多的简单的项目而达到某种相同的效果。

由于这里的结论是在本文假设之下获得的,对于假设之外的情形,比如属性之间作用可以相互补偿、或者属性不等权^[11]、或者采用其他方式计算期望得分^[12],完备 Q 矩阵的构造如何,是一个十分有趣而迄今为止尚未见过相关研究报道的问题。

5 参考文献

[1] 丁树良,汪文义,罗芬. 多级评分认知诊断测验蓝图的设计—一根树型结构[J]. 江西师范大学学报:自然科学版, 2014, 38(2): 111-118.

- [2] Leighton J P, Gierl M J, Hunka S M. The attribute hierarchy method for cognitive assessment: a variation on tatsuo-ka's rule-space approach [J]. Journal of Educational Measurement, 2004, 41(3): 205-237.
- [3] 左孝凌,李为鑑,刘永才. 离散数学[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1982.
- [4] Tatsuo K K. Architecture of knowledge structures and cognitive diagnosis: a statistical pattern classification approach, in cognitively diagnostic assessments [D]. Erlbaum: Hillsdale, 1995: 327-359.
- [5] 田伟,辛涛. 基于等级反应模型的规则空间方法[J]. 心理学报, 2012, 44(2): 249-262.
- [6] 祝玉芳,丁树良. 基于等级反应模型的属性层级方法[J]. 心理学报, 2009, 41(3): 267-275.
- [7] 丁树良,罗芬,汪文义. Q 矩阵理论的扩展[J]. 心理学探新, 2012, 32(5): 410-422.
- [8] 丁树良,罗芬. 由偏序关系的可达阵导出 Hasse 图的有效算法[J]. 江西师范大学学报:自然科学版, 2013, 37(5): 441-444.
- [9] 丁树良,杨淑群,汪文义. 可达矩阵在认知诊断测验编制中的重要作用[J]. 江西师范大学学报:自然科学版, 2010, 34(5): 490-495.
- [10] DiBello L V, Stout W. Guest editors' introduction and overview: IRT-Based cognitive diagnostic models and related methods [J]. Journal of Educational Measurement, 2007, 44(4): 285-291.
- [11] 罗芬,丁树良,汪文义,等. 属性不等权的多级评分属性层级方法[J]. 心理学报, 2010, 42(4): 528-538.
- [12] Sun Jianan, Xin Tao, Zhang Shumei, et al. A polytomous extension of the generalized distance discriminating method [J]. Applied Psychological Measurement, 2013, 37(7): 503-521.

Design of Polytomous Cognitively Diagnostic Test Blueprint

——For the Independent and the Rhombus Attribute Hierarchies

DING Shu-liang, LUO Fen, WANG Wen-yi

(College of Computer Information and Engineering, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: Given a polytomous scoring rule, suppose that there is no compensation among the attributes, the design of polytomous cognitive diagnostic test blueprint for the independent and the rhombus attribute hierarchies after defining the rhombus type and the maximum set of non-comparable attributes is discussed. The structures of the test Q matrix, named as perfect Q matrix, for the 2 types are obtained. The perfect Q matrix contains the fewest columns and is the bijective mapping between the set of the knowledge states and the set of the expected response patterns. The perfect Q matrix for the polytomous, which is restricted with its rank or the number of the maximum set of non-comparable attributes in the basic attribute hierarchy, is different from that for the dichotomous.

Key words: polytomous scoring; cognitive diagnosis; design of test blueprint; rhombus; perfect Q matrix

(责任编辑: 冉小晓)