文章编号:1000-5862(2014)05-0534-05

基于融合信息熵性质的信任函数概率逼近

程子成,吴根秀*,宋姝婷
(江西师范大学数学与信息科学学院,江西 南昌 330022)

摘要:对信息熵的相关性质进行研究,在 Pignistic 概率转换方法的基础上融合信息熵的性质提出信任函数概率逐步逼近的新算法,决策者根据决策需要可以设定逼近阈值,以此确定是否继续逼近,达到降低决策风险的目的,最后通过算例说明新方法的优越性.

关键词:信息熵;D-S 理论;Pignistic 概率转换;决策
中图分类号:TP 391 **文献标志码**:A

0 引言

不确定性推理是人工智能及有关领域中一个重要的课题[1].而 D-S 证据理论是不确定性推理的主要方法,如何运用 D-S 证据理论基于信任函数做出可靠性决策,依然是一个有待解决的问题.将信任函数转化为概率函数进行决策是一个简单可行的方法.不少学者在这方面进行了相关的研究[2-3],其中 P. Smets 等[4]提出 Pignistic 概率转化得到了广泛的应用,它是基于最小承诺原则,即把信息不确定性最大化情况下做决策,也是一种最保守的决策,其他学者[5-11]在此基础上进行了相应的改进,使得转换以后做决策时信息不确定性更小.

在信息理论中,信息熵用来衡量信息源的不确定性大小,为信任函数转化为概率函数做决策的可靠性提供了评价标准.为此本文研究信息熵的若干性质,给出了几个定理及推论,然后提出了一种新的信任函数概率逼近方法.在对信任函数概率逼近过程中融合信息熵的性质,以 Pignistic 概率为初始值,逐步逼近,使得每步下去信息熵不断减小.通过与现有的方法比较,本文方法都能得到较好的决策效果.

1 证据理论基本概念

设非空集合 Θ 为识别框架,定义映射 $m: 2^{\Theta} \to [0,1]$,满足:$m(\Theta)=0$ 且 $\sum_{A\subseteq\Theta} m(A)=1$,称 m 为基本概率分配函数(mass 函数),如果 $m(A)>0$,则称 A 为焦元.

信任函数 Bel 定义为

$$Bel(A)=\sum_{B\subseteq A} m(B),\forall A\subseteq\Theta,$$

它表示对 A 的信任度.

似然函数 Pl 定义为

$$Pl(A)=1-Bel(\bar{A})=\sum_{B\cap A\neq\varnothing} m(B),\forall A\subseteq\Theta,$$

它表示不怀疑 A 的程度,即 A 似真的程度.显然有 $Bel(A)\leqslant Pl(A)$,并且区间 $[Bel(A),Pl(A)]$ 表示对 A 信任程度的区间估计.本文把 2^{Θ} 中单点集称为子命题,而非单点集称为复合命题,信任函数概率逼近即把 mass 函数对所有命题的支持度转化为对子命题的概率测度,且满足

$$\begin{cases} Bel(A)\leqslant p(\theta_i)\leqslant Pl(A),\forall A\subseteq\Theta, \\ \sum_{\theta_i\in\Theta} p(\theta_i)=1. \end{cases}$$

2 现有信任函数概率逼近方法及评价指标

2.1 Pignistic 概率转换

Pignistic 概率转换的目的是对系统已获得的各命题的信度值进行重新分配以获得更可靠的决策依据.设识别框架 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$,$m$ 是 Θ 上的基本概率分配函数,定义如下:

$$BetP_m(\theta_i)=\sum_{\theta_i\in B,B\subseteq\Theta}\frac{m(B)}{|B|},i=1,2,\cdots,n,$$

其中 $|B|$ 表示焦元 B 中的元素个数,Pignistic 概率转换把所有焦元的基本信任值重新平均分配给单点集.

收稿日期:2014-06-10
基金项目:江西省自然科学基金(20114BAB201038)和江西省教育厅科技计划(GJJ14244)资助项目.
通信作者:吴根秀(1965-),女,江西南丰人,教授,主要从事不确定推理与信息融合的研究.

2.2 Sudano's 转换方法

Sudano's 通过对基本信任函数值的不同分配途径提出了一些概率转换方法，这些方法分别为

$$\mathrm{Pr}aPl(\theta_i) = Bel(\theta_i) + \frac{1 - \sum_j Bel(\theta_j)}{\sum_j Pl(\theta_j)} Pl(\theta_j),$$

$$\mathrm{Pr}Pl(\theta_i) = \sum_{\theta_i \in B, B \subseteq \Theta} \left(\frac{Pl(\theta_i)}{\sum_{\cup \theta_j = B} Pl(\theta_j)} \right) m(B),$$

$$\mathrm{Pr}Bel(\theta_i) = \sum_{\theta_i \in B, B \subseteq \Theta} \left(\frac{Bel(\theta_i)}{\sum_{\cup \theta_j = B} Bel(\theta_j)} \right) m(B),$$

$$\mathrm{Pr}Hyb(\theta_i) = \sum_{\theta_i \in B, B \subseteq \Theta} \left(\frac{\mathrm{Pr}aPl(\theta_i)}{\sum_{\cup \theta_j = B} \mathrm{Pr}aPl(\theta_j)} \right) m(B).$$

2.3 DSmP 概率转换方法

Dezert 等[7] 基于对 Pignistic 概率转换的修正并提出了 DSmP 概率转换方法：

$$DSmP_\varepsilon(\theta_i) = m(\theta_i) + (m(\theta_i) + \varepsilon) \sum_{\substack{\theta_i \in B, B \subseteq \Theta \\ |B| \geq 2}} \frac{m(B)}{\sum_{A \subseteq \Theta, A \subset B, |A| = 1} m(A) + \varepsilon |B|},$$

其中 ε 是调节参数，当焦元不存在单点集时，DSmP 概率等价于 Pignistic 概率.

2.4 Han's 转换方法

Han's[11] 以信息熵建立目标函数，给定约束条件寻找使得目标函数值达到最小的最优解，即为信任函数概率转换，记为 $Un\_\min$，其定义如下：

$$\min_p \left\{ - \sum_{i=1}^{n} p(\theta_i) \log_2 p(\theta_i) \right\}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} Bel(B) \leq \sum_{\theta_i \in B} p(\theta_i) \leq Pl(B), & \forall B \subseteq \Theta, \\ 0 \leq p(\theta_i) \leq 1, & \forall \theta_i \in \Theta, \\ \sum_{\theta_i \in \Theta} p(\theta_i) = 1. \end{cases}$$

当识别框架 Θ 很大时，随子集个数增加，约束条件就会很多，则计算复杂度将很高，并且在某些特殊的情况下会出现不合常理的结论，增加了决策的风险.

2.5 信任函数概率逼近的评价指标

在 D-S 证据理论中对信任函数进行概率逼近，即把对所有命题的信任度转化为对子命题的概率测度. 若对所有子命题的概率都一样，则认为在逼近过程中失去了有用的信息，此时概率分布所包含子命题的信息不确定性达到最大，即命题中的信息等可能的支持所有子命题，此时决策结果是不可靠的. 而均匀分布 U: $\sum_{i=1}^{N} u(i) = 1, u(i) = 1/N$ 为等可能支持子命题的概率分布. 假设 N 个子命题 $\{H_1, H_2, \cdots, H_N\}$ 所对应的概率值为 $p(1), p(2), \cdots, p(N)$ 与均匀分布 U 做比较，可以用 Kullback-Leibler 距离度量 2 者之间的差异

$$KL(P, U) = \sum_{i=1}^{N} p(i) \mathrm{Log}(p(i)/q(i)),$$

因此，

$$KL(P, U) = \sum_{i=1}^{N} p(i) \mathrm{Log}\, p(i) + \mathrm{Log}\, N,$$

对上面等式进行标准化后称为概率信息含量(probability information content, PIC)：

$$PIC = 1 + \frac{\sum_{i=1}^{N} p(i) \mathrm{Log} p(i)}{\mathrm{Log} N},$$

其中规定 $0\mathrm{Log}\, 0 = 0$，则 PIC 取值范围为 $[0,1]$，当 $PIC = 0$ 时，概率分布 P 所具有的信息不确定性最大，基于概率分布 P 无法做出正确决策；当 $PIC = 1$ 时，概率分布 P 所具有的信息最确定，能够做出正确的决策. 为此可利用 PIC 作为信任函数做概率逼近的质量以及用于决策可靠性的度量[12-14].

3 信息熵相关性质与信任函数概率逐步逼近法

3.1 信息熵相关性质的研究

在信息理论中，信息熵用来衡量信息源的不确定性大小，设 Θ 上的概率分布 $p_1, p_2, \cdots, p_n$，定义信息熵为

$$H_n(p_1, p_2, \cdots, p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i.$$

$H_n(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ 取值为 $[0, \log_2 n]$，由信息熵的定义可以得到一些简单的性质：

(i) $H_n(p_1, p_2, \cdots, p_n) = H_{n-1}(p_1 + p_2, p_3, \cdots, p_n) + (p_1 + p_2) H_2\left(\frac{p_1}{p_1 + p_2}, \frac{p_2}{p_1 + p_2}\right)$;

(ii) $H_n(p_1, p_2, p_3, \cdots, p_n) = H_n(p_2, p_1, p_3, \cdots, p_n)$.

由信息熵的定义与相关的性质，给出下面结论.

引理 1　若 $0 \leq p_3 \leq p_2 \leq p_1 \leq 1$ 且 $p_1 + p_2 + p_3 = 1$，则

$$H_2(p_1 + p_2, p_3) \leq H_2(p_1 + p_3, p_2) \leq H_2(p_1, p_2 + p_3).$$

证　设函数

$$f(u) = -u \log_2 u - (1-u) \log_2 (1-u), u \in [0,1],$$

记 $0\log_2 0=0$. 令 $x=p_1+p_2$, $y=p_1+p_3$, $z=p_2+p_3$, 则有 $f(x)=H_2(p_1+p_2,p_3)$, $f(y)=H_2(p_1+p_3,p_2)$, $f(z)=H_2(p_1,p_2+p_3)$, 且 $0\leqslant z\leqslant y\leqslant x$, $1/2<y\leqslant x\leqslant 1$. 因为 $f(u)$ 在区间 $[1/2,1]$ 内单调递减,有 $f(x)\leqslant f(y)$, 即 $H_2(p_1+p_2,p_3)\leqslant H_2(p_1+p_3,p_2)$. 由题意可知 $p_2\leqslant p_2+p_3$, 即 $1-y\leqslant z\leqslant 1/2$, 又因函数 $f(u)$ 关于 $u=1/2$ 对称,有 $f(y)=f(1-y)$, 且在区间 $[0,1/2]$ 内单调递增,有 $f(y)\leqslant f(z)$, 即

$$H_2(p_1+p_3,p_2)\leqslant H_2(p_1,p_2+p_3).$$

综上所述

$$H_2(p_1+p_2,p_3)\leqslant H_2(p_1+p_3,p_2)\leqslant H_2(p_1,p_2+p_3).$$

定理 1 设 $0\leqslant p_1,\cdots,p_n\leqslant 1$ 且 $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$, 若 $p_3\leqslant p_2\leqslant p_1$, 则

$$H_{n-1}(p_1+p_2,p_3,\cdots,p_n)\leqslant H_{n-1}(p_1+p_3,p_2,\cdots,p_n)\leqslant H_{n-1}(p_1,p_2+p_3,\cdots,p_n).$$

证 先证左边不等式

$$H_{n-1}(p_1+p_2,p_3,\cdots,p_n)\leqslant H_{n-1}(p_1+p_3,p_2,\cdots,p_n),$$

因为

$$H_n(p_1,p_2,\cdots,p_n)=H_{n-1}(p_1+p_2,p_3,\cdots,p_n)+(p_1+p_2)H_2\left(\frac{p_1}{p_1+p_2},\frac{p_2}{p_1+p_2}\right)=H_{n-1}(p_1+p_3,p_2,\cdots,p_n)+(p_1+p_3)H_2\left(\frac{p_1}{p_1+p_3},\frac{p_3}{p_1+p_3}\right),$$

故只需证明

$$(p_1+p_3)H_2\left(\frac{p_1}{p_1+p_3},\frac{p_3}{p_1+p_3}\right)\leqslant (p_1+p_2)H_2\left(\frac{p_1}{p_1+p_2},\frac{p_2}{p_1+p_2}\right),$$

即

$$p_2\log_2 p_2+(p_1+p_3)\log_2(p_1+p_3)\leqslant p_3\log_2 p_3+(p_1+p_2)\log_2(p_1+p_2),$$

两边同时减去 $(p_1+p_2+p_3)\log_2(p_1+p_2+p_3)$ 化简得到

$$p_2\log_2\frac{p_2}{p_1+p_2+p_3}+(p_1+p_3)\log_2\frac{p_1+p_3}{p_1+p_2+p_3}\leqslant p_3\log_2\frac{p_3}{p_1+p_2+p_3}+(p_1+p_2)\log_2\frac{p_1+p_2}{p_1+p_2+p_3},$$

两边同时除以 $(p_1+p_2+p_3)$ 得

$$\frac{p_2}{p_1+p_2+p_3}\log_2\frac{p_2}{p_1+p_2+p_3}+\frac{p_1+p_3}{p_1+p_2+p_3}\cdot\log_2\frac{p_1+p_3}{p_1+p_2+p_3}\leqslant\frac{p_3}{p_1+p_2+p_3}\log_2\frac{p_3}{p_1+p_2+p_3}+\frac{p_1+p_2}{p_1+p_2+p_3}\log_2\frac{p_1+p_2}{p_1+p_2+p_3}, \tag{1}$$

令 $p'_1=p_1/(p_1+p_2+p_3)$, $p'_2=p_2/(p_1+p_2+p_3)$, $p'_3=p_3/(p_1+p_2+p_3)$, 由(1)式得

$$p'_1\log_2 p'_1+(p'_1+p'_3)\log_2(p'_1+p'_3)\leqslant p'_3\log_2 p'_3+(p'_1+p'_2)\log_2(p'_1+p'_2),$$

因为 $0\leqslant p'_3\leqslant p'_2\leqslant p'_1$ 且 $p'_3+p'_2+p'_1=1$, 由引理 1 可知

$$H_{n-1}(p_1+p_2,p_3,\cdots,p_n)\leqslant H_{n-1}(p_1+p_3,p_2,\cdots,p_n).$$

同理可证

$$H_{n-1}(p_1+p_3,p_2,\cdots,p_n)\leqslant H_{n-1}(p_1,p_2+p_3,\cdots,p_n).$$

定理 1 得证.

推论 1 设 $0\leqslant p_1,\cdots,p_n\leqslant 1$ 且 $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$, 若 $\forall\varepsilon$, 满足 $0\leqslant\varepsilon\leqslant p_2\leqslant p_1$, 则

$$H_n(p_1+\varepsilon,p_2-\varepsilon,p_3,\cdots,p_n)\leqslant H_n(p_1,p_2,p_3,\cdots,p_n).$$

证 对任意满足题意的 ε, 都有 $p_1+(p_2-\varepsilon)+\varepsilon+p_3+\cdots+p_n=1$ 且存在不等式 $\varepsilon\leqslant p_2-\varepsilon\leqslant p_1$ 或者 $p_2-\varepsilon\leqslant\varepsilon\leqslant p_1$, 由定理 1 可知, $H_n(p_1+\varepsilon,p_2-\varepsilon,p_3,\cdots,p_n)\leqslant H_n(p_1,p_2-\varepsilon+\varepsilon,p_3,\cdots,p_n)=H_n(p_1,p_2,p_3,\cdots,p_n)$.

推论 2 设 $0\leqslant p_1,\cdots,p_n\leqslant 1$ 且 $\sum_{i=1}^{n}p_i=1$, 若 $\forall\varepsilon_2,\varepsilon_3,\cdots,\varepsilon_n$, 满足 $0\leqslant\varepsilon_i\leqslant p_i\leqslant p_1(i=2,\cdots,n)$, 则

$$H_n(p_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n,p_2-\varepsilon_2,\cdots,p_n-\varepsilon_n)\leqslant H_n(p_1,p_2,p_3,\cdots,p_n).$$

证 反复应用推论 1 可得结论成立.

由信息熵的性质定理 1 及 2 个推论可知,当信息支持大概率事件时,不确定性逐渐减少,推理结论的确定性程度增大. 因此,在信任函数概率逼近过程中信息应该朝着与支持度大的事件融合,然后进行决策.

3.2 信任函数概率逐步逼近方法

识别框架 Θ 上的基本概率分配函数对所有命题都有个支持度(或信任度). 当信任函数进行概率逼近时(即信息转移过程),对子命题的支持度也随着变化,为此定义条件支持度的概念,它度量信任函数逼近过程中对子命题的支持度的变化.

定义 1 设识别框架 Θ, 给定 C, $\theta_i(\theta_i\in C, C\subseteq\Theta)$, $\forall\theta_j(\theta_j\in C)$ 定义

$$S_C(\theta_j\mid\theta_i)=\sum_{\substack{\theta_i\in A\subseteq C\\ \theta_j\in A}}\frac{m(A)}{|A|},\quad L_C(\theta_j\mid\theta_i)=\sum_{\substack{\theta_j\in A\subseteq C\\ \theta_i\notin A}}\frac{m(A)}{|A|},$$

则称 $S_C(\theta_j\mid\theta_i)$ 与 $L_C(\theta_j\mid\theta_i)$ 分别为 m 在 C 上提取信息 θ_i(目标子命题)对 θ_j 的条件支持度与剩余支

持度. 记 $S_C(\theta_i) = S_C(\theta_i \mid \theta_i)$ 为 m 在 C 上对 θ_i 的无条件支持度,显然有 $S_\Theta(\theta_i) = BetP_m(\theta_i)$;记 $L_C(\theta_i) = L_C(\theta_i \mid \theta_i) = 0$,即 m 在 C 上提取 θ_i 信息后对 θ_i 的剩余支持度为 0. 由定义 1 显然有下面性质.

性质 1 给定 $C(C \subseteq \Theta)$,$\forall \theta_j, \theta_i \in C$,有

$$S_C(\theta_i \mid \theta_j) = S_C(\theta_j \mid \theta_i).$$

性质 2 $\forall \theta_j, \theta_i \in C$,有

$$S_C(\theta_i) = S_C(\theta_i \mid \theta_j) + L_C(\theta_i \mid \theta_j).$$

性质 3 $\forall \theta_j, \theta_i \in C(i \neq j)$,有

$$L_C(\theta_i \mid \theta_j) = S_{C-\{\theta_j\}}(\theta_i).$$

性质 1 说明 m 在 C 上对子命题的条件支持度是相互的. 性质 2 表明当对子命题的无条件支持度一定时,子命题的条件支持度越大,则其剩余支持度就越小. 从性质 3 可以看出 m 在 C 上目标子命题对子命题的剩余支持度即为 m 在 C 上提取目标子命题信息后对子命题的无条件支持度. 于是本文给出新的信任函数的概率逼近算法,该算法是以 Pignistic 概率逼近为基础,逐步提取子命题条件支持度,并将其聚焦于无条件支持度大的子命题.

首先选取 Pignistic 概率作为信任函数初始逼近,然后计算每个子命题的条件支持度,选取条件支持度最大的子命题进行信息聚合,再重新计算每个原子命题的条件支持度,直到所有信息融合完成为止,下面给出具体算法.

输入:$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n\}$,$\Theta$ 上的 mass 值;

初始条件:$I = \{1, 2, \cdots, n\}$,$C = \Theta$;

第 1 步 计算每个子命题 $\theta_i \in \Theta$ 的无条件支持度 $S_\Theta(\theta_i) = \sum_{\theta_i \in A \subseteq C} m(A)/|A| (i \in I)$,令 $p_i = S_\Theta(\theta_i)$,得到概率分布 $(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ 为信任函数的初始概率逼近,即为 Pignistic 概率逼近;

第 2 步 取 $i_0 = \operatorname{argmax}\{p_i \mid i \in I\}$,$\forall \theta_i \in C(i \neq i_0)$,计算条件支持度与剩余支持度:

$$S_C(\theta_i \mid \theta_{i_0}) = \sum_{\substack{\theta_i \in A \subseteq C \\ \theta_{i_0} \in A}} \frac{m(A)}{|A|},$$

$$L_C(\theta_i \mid \theta_{i_0}) = \sum_{\substack{\theta_i \in A \subseteq C \\ \theta_{i_0} \notin A}} \frac{m(A)}{|A|},$$

当 $i = i_0$ 时,$p_i \leftarrow p_i + \sum_{j \in I - i_0} S_C(\theta_j \mid \theta_{i_0})$,当 $i \in I - i_0$ 时,$p_i \leftarrow p_i - S(\theta_i \mid \theta_{i_0}) = L_C(\theta_i \mid \theta_{i_0})$,当 $i \notin I$ 时,$p_i \leftarrow p_i$,记 $I \leftarrow I - \{i_0\}$,$C \leftarrow C - \{\theta_{i_0}\}$,则 $(p_1, p_2, \cdots, p_n)$ 为信任函数中提取信息 θ_{i_0} 后的概率逼近;

第 3 步 若 $|C| = 1$,则算法结束,否则重复第 2 步.

由推论 2 可知,在逐步逼近法算法中每做一步逼近,信息熵都比上一步小,即不确定性降低,所以与 Pignistic 概率方法比较,本文方法最终得到的信息熵更小,而且每一步得到的概率分布都是相容概率. 在实际应用中根据决策者的需要可以对转化过程进行相应的控制,这可以降低决策的高风险性.

4 实例分析

例 1 设识别框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$,基本概率分配值:$m(\{\theta_1\}) = 0.16$,$m(\{\theta_2\}) = 0.14$,$m(\{\theta_3\}) = 0.01$,$m(\{\theta_4\}) = 0.02$,$m(\{\theta_1, \theta_2\}) = 0.20$,$m(\{\theta_1, \theta_3\}) = 0.09$,$m(\{\theta_1, \theta_4\}) = 0.04$,$m(\{\theta_2, \theta_3\}) = 0.04$,$m(\{\theta_2, \theta_4\}) = 0.02$,$m(\{\theta_3, \theta_4\}) = 0.01$,$m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}) = 0.10$,$m(\{\theta_1, \theta_2, \theta_4\}) = 0.03$,$m(\{\theta_1, \theta_3, \theta_4\}) = 0.03$,$m(\{\theta_2, \theta_3, \theta_4\}) = 0.03$,$m(\{\Theta\}) = 0.08$.

运用本文方法计算例 1 得出结果,且将该结果与其它方法计算的结果做比较(见表 1).

表 1 信任函数概率逼近结果

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	PIC
$BetP_m$	0.398 3	0.343 3	0.153 3	0.105 0	0.092 6
PraPl	0.402 1	0.352 3	0.139 4	0.106 2	0.100 7
PrPl	0.454 4	0.360 9	0.117 6	0.067 1	0.163 8
PrHyb	0.474 9	0.374 9	0.090 4	0.059 8	0.201 4
PrBel	0.517 6	0.405 1	0.030 3	0.047 0	0.310 0
$DSmP_{\varepsilon=0}$	0.517 6	0.405 1	0.030 3	0.047 0	0.310 0
Un_min	0.730 0	0.230 0	0.010 0	0.030 0	0.481 3
本文方法	0.730 0	0.230 0	0.010 0	0.030 0	0.481 3

从表 1 可以看出本文的逼近方法在决策结果上能与其它方法保持一致,并且有着更大的 PIC 值,且该方法计算得到的结果与 Han's 提出的 Un_min 方法得到的结果完全一致,它不仅融合了信息熵的性质,而且从条件支持度、信息提取量角度进行逼近,同样得到较好的决策效果.

为了降低由逼近所带来的决策高风险性,本文方法可以根据决策者的决策需要对上一步逼近的结果选取最大值进行下一步逼近时设定阀值 α,若最大值与第 2 大值之差在阀值内可以停止逼近,否则可以继续下去. 降低了 Un_min 的方法逼近过程不可控制所带来的决策高风险性.

例 2[11] 设识别框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$,mass 值 $m(\{\theta_1\}) = 0.100\ 01$,$m(\{\theta_2\}) = 0.100\ 00$,$m(\{\theta_1, \theta_2\}) = 0.799\ 99$.

用 Han 的 Un_min 方法逼近结果为 $p(\theta_1) =$

0.9,$p(\theta_2)=0.1$,此结果有悖于直觉,没有理由把所有的信度值都分配给 θ_1,做这样的决策风险太大.而本文的方法:第 1 步计算每个子命题的无条件支持度(即 Pginistic 概率)为 $p(\theta_1)=0.500\ 005$,$p(\theta_2)=0.499\ 995$,假设阀值为 $\alpha=0.001$,因为 $p(\theta_1)-p(\theta_2)=0.000\ 000\ 1<\alpha$,则可以停止接下去的逼近,最终逼近结果为 Pignistic 概率,符合直觉的判断,降低了决策风险.

5 结论

信任函数概率逼近可以认为对信任函数的概率近似,以此得到更好的决策效果.本文从信息熵的性质出发,提出了信任函数概率逼近的新方法,以 Pignistic 概率为初始值融合信息熵的性质进行逐步逼近,逼近后的概率能够包含更多确定信息,为了降低决策的高风险性,给定阀值以此决定逼近过程.通过算例说明本文的方法与其它方法逼近后的决策结果能保持一致,这表明本文方法的可行性.

6 参考文献

[1] 黄林颖,吴根秀,万宁文,等.信任函数的逼近[J].江西师范大学学报:自然科学版,2006,30(1):58-62.

[2] 蒋雯,吴翠翠,贾佳,等.D-S 证据理论中的基本概率赋值转换概率方法研究[J].西北工业大学学报,2013,31(2):295-299.

[3] 王万请,赵拥军,黄洁,等.基于不确定度的基本概率赋值概率转换方法[J].控制与决策,2013,28(8):1214-1218.

[4] Smets P,Kennes R. The transferable belief model[J]. Artifial Intelligence,1994,66(2):191-234.

[5] Sudano J J. The system probability information content (PIC) relationship to contributing components,combining independent multi-source beliefs,hybrid and pedig-ree pignistic probabilities[C]//2002 Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion. IEEE,2002:1277-1283.

[6] Sudano J. Pignistic probability transforms for mixes of low-and high-probability events[J]. Proc of Fusion,2001,2001:23-27.

[7] Dezert J,Smarandache F. A new probabilistic transformation of belief mass assignment[C]//2008 11th International Conference on Information Fusion. IEEE,2008:1-8.

[8] Sudano J,Martin L. Equivalence between belief theories and naive Bayesian fusion for systems with independent evidential data-Part I,the theory[J]. Proc of Fusion,2003,2003:1239-1243.

[9] Sudano J J,Martin L. Yet another paradigm illustrating evidence fusion (YAPIEF)[C]//2006 9th International Conference on Information Fusion. IEEE,2006:1-7.

[10] Cuzzolin F. On the properties of the Intersection proba-Bility[J]. Submitted to the Annals of Mathematics and AI,2007(1):1-34.

[11] Han Deqiang,Dezert J,Han Chongzhao,et al. Is entropy enough to evaluate the probability transformation approach of belief function?[C]//Proc of International Conference on Information Fusion. IEEE,2010:1-7.

[12] Zhou Zhe,Yang Chunjie,Wen Chenglin. Belief function to probability:A tradeoff between easy decision-making and high risk[C]//2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA). IEEE,2013:233-237.

[13] 韩德强,杨艺,韩崇昭.D-S 证据理论研究进展及相关问题探讨[J].控制与决策,2014,29(1):1-7.

[14] 刁联旺,李勇智,杨静宁.D-S 证据推理的决策问题[J].计算机工程与应用,2003,39(33):82-84,97.

A Probability Approximations of Belief Function Based on Fusion of the Properties of Information Entropy

CHENG Zi-cheng,WU Gen-xiu*,SONG Shu-ting

(College of Mathematics and Informatics,Jiangxi Normal University,Nanchang Jiangxi 330022,China)

Abstract: The correlation properties of the informations entropy are studied. Based on the conversion method of pignistic probability,the new algorithm of gradual approximation belief function is proposed by fusion on the nature of entropy. According to the need of decision makers can set the threshold,to determine whether to continue the algorithm,in order to reduce the risk of decision-making. Finally,the advantages of this method through examples are explained.

Key words: information entropy; D-S theory; pignistic probability transformation; decision-making

(责任编辑:曾剑锋)