第 38 卷 第 6 期 江西师范大学学报(自然科学版) Vol. 38 No. 6
2014 年 11 月 Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science) Nov. 2014

文章编号:1000-5862(2014)06-0574-04

带负顾客的非空竭服务休假排队模型非负解的存在唯一性

阿力木·米吉提

(新疆广播电视大学,新疆 乌鲁木齐 830049)

摘要:讨论了一类带负顾客的非空竭休假排队系统. 首先对应于此系统的数学模型转化为 Banach 空间中的抽象 Cauchy 问题,然后使用泛函分析中的 Hille-Yosida 定理、Phillips 定理证明此排队模型非负解的存在唯一性.

关键词:$M/G/1$ 排队系统; C_0-半群; dispersive 算子

中图分类号:O 177.2 **文献标志码**:A

0 引言

E. Glenbe 于 1989 年首次提出了带有负顾客(负神经元)的新型神经网络系统[1],之后他又把负顾客引进了排队模型和排队网络中[2-3]. E. Glenbe 在研究排队系统时,把到达系统的顾客分成 2 种:一种是正(普通)顾客,他们到达系统后接受系统提供的正常服务;另一种是负顾客,负顾客是一种新型的顾客,其本身不需要系统提供任何服务,他们到达后,若系统是空闲的,则立刻从系统中消失;若系统内有接受服务的正顾客,则立即把他带走. 负顾客概念的提出,使许多交通、机械、控制和计算机等领域中的现实问题找到了解决方法,引起了国内外学者的广泛关注,从而对负顾客排队进行了一系列的研究[4-12]. 文献[10]将负顾客引进非空竭服务休假且正顾客有流失的 $M/G/1$ 排队系统,利用求吸收分布以及普通 $M/G/1$ 排队系统的稳态条件,研究了一类带有负顾客且正顾客有流失的 $M/G/1$ 非空竭服务休假排队系统的稳态条件. 本文运用 C_0-半群理论研究此系统的时间依赖解,证明此系统正时间依赖解的存在唯一性.

1 系统模型及模型的转换

文献[10]把带有负顾客的非空竭服务休假排队系统的数学模型用以下方程组描述:

$$\frac{\mathrm{d}p_0(t)}{\mathrm{d}t}=\int_0^\infty[\lambda^-+\mu(x)]p_1(t,x)\,\mathrm{d}x+\int_0^\infty\lambda^-p_2(t,x)\,\mathrm{d}x,\tag{1}$$

$$\frac{\partial p_1(t,x)}{\partial t}+\frac{\partial p_1(t,x)}{\partial x}=-[\alpha+\lambda^-+\mu(x)]p_1(t,x),\tag{2}$$

$$\frac{\partial p_2(t,x)}{\partial t}+\frac{\partial p_2(t,x)}{\partial x}=-[\lambda^-+v(x)]p_2(t,x),\tag{3}$$

$$p_1(t,0)=\int_0^\infty v(x)p_2(t,x)\,\mathrm{d}x,\tag{4}$$

$$p_2(t,0)=\alpha\int_0^\infty p_1(t,x)\,\mathrm{d}x,\tag{5}$$

$$p_0(0)=p_2(0,x)=0,p_1(0,x)=\delta(x),\tag{6}$$

其中$(t,x)\in[0,\infty)\times[0,\infty)$,$p_0(t)$表示在时刻 t 顾客已结束服务离开系统的概率,$p_1(t,x)\mathrm{d}x$ 表示在时刻 t 服务器正在为顾客服务,并服务已逝去的时间在$[x,x+\mathrm{d}x)$之间的概率,$p_2(t,x)\mathrm{d}x$ 表示在时刻 t 服务器处于工作休假期,并休假已用去的时间在$[x,x+\mathrm{d}x)$之间的概率. λ^-表示负顾客到达系统的概率,α 表示正常状态率,$\mu(x)$表示服务失效率,$v(x)$表示休假失效率.

选取状态空间为

$$X=\{\boldsymbol{p}\in\mathbf{R}\times(L^1[0,\infty))^2\mid$$

收稿日期:2014-03-17

基金项目:国家自然科学基金(11371303),新疆维吾尔自治区自然科学基金(2012211A023)和新疆广播电视大学基金(2013xjddkt001)资助项目.

作者简介:阿力木·米吉提(1978-),男,新疆阿克陶人,副教授,主要从事排队模型的动态分析研究.

$\|\boldsymbol{p}\| = |p_0| + \|p_1\|_{L^1[0,\infty)} + \|p_2\|_{L^1[0,\infty)}\}$.

显然 X 是 1 个 Banach 空间. 下面引进算子及其定义域.

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathrm{d}/\mathrm{d}x & 0 \\ 0 & 0 & -\mathrm{d}/\mathrm{d}x \end{pmatrix}\boldsymbol{p},$$

$D(\boldsymbol{A}) = \{\boldsymbol{p} \in X \mid \mathrm{d}p_i(x)/\mathrm{d}x \in L^1[0,\infty)$, $p_i(x)\ (i = 1,2)$ 是绝对连续函数$\}$,

$$\boldsymbol{U}\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -[\alpha + \lambda^- + \mu(x)] & 0 \\ 0 & 0 & -[\lambda^- + v(x)] \end{pmatrix}\boldsymbol{p},$$

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} \int_0^\infty [\lambda^- + \mu(x)]\, p_1(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^\infty \lambda^- p_2(x)\,\mathrm{d}x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$D(\boldsymbol{U}) = D(\boldsymbol{E}) = X$.

这里 $\boldsymbol{p} = (p_0, p_1(x), p_2(x))'$,则方程组 (1) ~ (6) 可以描述为 Banach 空间 X 上的 1 个抽象 Cauchy 问题:

$$\begin{cases} \mathrm{d}\boldsymbol{p}(t)/\mathrm{d}t = (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{U} + \boldsymbol{E})\boldsymbol{p}(t),\ t \in [0,\infty), \\ p(0) = p(0,x), \\ \boldsymbol{p}(t) = (p_0(t), p_1(t,x), p_2(t,x))'. \end{cases} \tag{7}$$

2　系统 (7) 非负解的存在唯一性

定理1　若 $\mu = \sup_{x\in[0,\infty)} \mu(x) < \infty$, $v = \sup_{x\in[0,\infty)} v(x) < \infty$,则 $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{U} + \boldsymbol{E}$ 生成 1 个正压缩 C_0-半群 $T(t)$.

证　分 4 步证明此定理. 第 1 步估计 $\boldsymbol{A}$ 的豫解式. 第 2 步验证 $D(A)$ 在 X 中的稠密性. 第 3 步证明 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 为有界线性算子,进而推出 $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{U} + \boldsymbol{E}$ 生成 1 个 C_0-半群 $T(t)$. 最后由算子的耗散性和 Philips 定理得到 $T(t)$ 是 1 个正压缩 C_0-半群.

对给定的 $y \in X$,考虑方程 $(\gamma\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})\boldsymbol{p} = y$,即

$$\gamma p_0 = y_0, \tag{8}$$

$$\mathrm{d}p_i(x)/\mathrm{d}x = -\gamma p_i(x) + y_i(x),\ i = 1,2, \tag{9}$$

$$p_1(0) = \int_0^\infty v(x)\,p_2(x)\,\mathrm{d}x, \tag{10}$$

$$p_2(0) = \alpha\int_0^\infty p_1(x)\,\mathrm{d}x, \tag{11}$$

解方程 (8) 和 (9) 得到

$$p_0 = y_0/\gamma, \tag{12}$$

$$p_i(x) = a_i \mathrm{e}^{-\gamma x} + \mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x y_i(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi,\ i = 1,2. \tag{13}$$

由 (10) ~ (13) 式与 Fubini 定理有(不妨设 $\gamma > \alpha + v$)

$$a_1 = p_1(0) = \int_0^\infty v(x)\,p_2(x)\,\mathrm{d}x = a_2\int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x + \int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x y_2(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x, \tag{14}$$

$$a_2 = p_2(0) = \alpha\int_0^\infty p_1(x)\,\mathrm{d}x = a_1\alpha\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x + \alpha\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x y_1(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x = a_1\alpha\frac{1}{\gamma} + \alpha\int_0^\infty y_1(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\int_\xi^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x\mathrm{d}\xi = \frac{1}{\gamma}\alpha a_1 + \frac{1}{\gamma}\alpha\int_0^\infty y_1(x)\,\mathrm{d}x. \tag{15}$$

将 (15) 式代入 (14) 式得

$$\left(1 - \frac{1}{\gamma}\alpha\int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x\right)a_1 = \frac{1}{\gamma}\alpha\int_0^\infty y_1(x)\,\mathrm{d}x\int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x + \int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x y_2(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x \Rightarrow a_1 = N/M.$$

这里

$$N = \frac{\alpha}{\gamma}\int_0^\infty y_1(x)\,\mathrm{d}x\int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x + \int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x y_2(\xi)\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x,$$

$$M = 1 - \frac{\alpha}{\gamma}\int_0^\infty v(x)\,\mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x.$$

用 Fubini 定理推出

$$|N| \leqslant \frac{\alpha v}{\gamma^2}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)} + v\int_0^\infty |y_2(\xi)|\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\int_\xi^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\mathrm{d}x\mathrm{d}\xi = \frac{\alpha v}{\gamma^2}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)} + \frac{v}{\gamma}\|y_2\|_{L^1[0,\infty)},$$

$$|M| \geqslant 1 - \alpha v/\gamma^2,$$

从而有

$$|a_1| \leqslant \frac{\alpha v}{\gamma^2 - \alpha v}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)} + \frac{\gamma v}{\gamma^2 - \alpha v}\|y_2\|_{L^1[0,\infty)}. \tag{16}$$

结合 (15) 式与 (16) 式得到

$$|a_2| \leqslant \frac{1}{\gamma}\alpha|a_1| + \frac{1}{\gamma}\alpha\|y_1\|_{L^1[0,\infty)} \leqslant \frac{\alpha\gamma}{\gamma^2 - \alpha v}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)} + \frac{\alpha v}{\gamma^2 - \alpha v}\|y_2\|_{L^1[0,\infty)}. \tag{17}$$

由 (12) ~ (17) 式与 Fubini 定理有

$$\|\boldsymbol{p}\| = |p_0| + \|p_1\|_{L^1[0,\infty)} + \|p_2\|_{L^1[0,\infty)} \leqslant \frac{1}{\gamma}|y_0| + \frac{1}{\gamma}|a_1| + \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x |y_1(\xi)|\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x + \frac{1}{\gamma}|a_2| + \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\gamma x}\int_0^x |y_2(\xi)|\,\mathrm{e}^{\gamma\xi}\mathrm{d}\xi\mathrm{d}x =$$

$\frac{1}{\gamma}|y_0|+\frac{1}{\gamma}|a_1|+\int_0^\infty|y_1(\xi)|e^{\gamma\xi}\int_\xi^\infty e^{-\gamma x}dxd\xi+$
$\frac{1}{\gamma}|a_2|+\int_0^\infty|y_2(\xi)|e^{\gamma\xi}\int_\xi^\infty e^{-\gamma x}dxd\xi=\frac{1}{\gamma}|y_0|+$
$\frac{1}{\gamma}|a_1|+\frac{1}{\gamma}|a_2|+\frac{1}{\gamma}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)}+$
$\frac{1}{\gamma}\|y_2\|_{L^1[0,\infty)}\leqslant\frac{1}{\gamma}|y_0|+\frac{\alpha+\gamma}{\gamma^2-\alpha v}\|y_1\|_{L^1[0,\infty)}+$
$\frac{v+\gamma}{\gamma^2-\alpha v}\|y_2\|_{L^1[0,\infty)}<\frac{1}{\gamma-\alpha-v}(|y_0|+\|y_1\|_{L^1[0,\infty)}+$
$\|y_2\|_{L^1[0,\infty)})=\|y\|/(\gamma-\alpha-v).$ (18)

当 $\gamma>\alpha+v$ 时,(18) 式中用了不等式

$$\frac{1}{\gamma}<\frac{1}{\gamma-\alpha-v},\frac{\alpha+\gamma}{\gamma^2-\alpha v}<\frac{1}{\gamma-\alpha-v},$$
$$\frac{v+\gamma}{\gamma^2-\alpha v}<\frac{1}{\gamma-\alpha-v}.$$

(18) 式表明,当 $\gamma>\alpha+v$ 时,$(\gamma\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}$ 存在且 $(\gamma\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}:X\to D(\boldsymbol{A})$,满足 $\|(\gamma\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\|\leqslant 1/(\gamma-\alpha-v)$.

第 2 步证明 $D(\boldsymbol{A})$ 在 X 中稠密. 取集合

$$L=\left\{(p_0,p_1(x),p_2(x))\ \middle|\ p_i(x)\in C_0^\infty[0,\infty)\text{ 且 }\exists c_i>0,\text{使得 }\forall x\in[0,c_i]\text{ 有 }p_i(x)=0,i=1,2\right\}.$$

由文献[13]知 L 在 X 中稠密. 于是只需证明 $D(\boldsymbol{A})$ 在 L 中稠密即可.

任取 $\boldsymbol{p}=(p_0,p_1(x),p_2(x))\in L$,则存在常数 $c_i>0$,使得 $\forall x\in[0,c_i]$,有 $p_i(x)=0(i=1,2)$. 所以,当 $x\in[0,s]$ 时,有 $p_i(x)=0$,其中 $0<s<\min\{c_1,c_2\}$. 定义

$$f^s(0)=(p_0,f_1^s(0),f_2^s(0))=$$
$$\left(p_0,\int_s^\infty v(x)p_2(x)dx,\alpha\int_s^\infty p_2(x)dx\right),$$
$$f^s(x)=(p_0,f_1^s(x),f_2^s(x)).$$

这里

$$f_i^s(x)=\begin{cases}f_i^s(0)(1-x/s)^2, & x\in[0,s),\\ p_i(x), & x\in[s,\infty),\end{cases}\quad i=1,2,$$

则不难验证 $f^s\in D(\boldsymbol{A})$. 此外,当 $s\to0$ 时,

$\|p-f^s\|=\int_0^\infty|p_1(x)-f_1^s(x)|dx+\int_0^\infty|p_2(x)-f_2^s(x)|dx=\int_0^s|f_1^s(0)(1-x/s)^2|dx+\int_0^s|f_2^s(0)(1-x/s)^2|dx=(|f_1^s(0)|+|f_2^s(0)|)\cdot s/3\to0.$

这说明 $D(\boldsymbol{A})$ 在 L 中稠密,即 $D(\boldsymbol{A})$ 在 X 中稠密. 由上面的 2 步与 Hille-Yosida 定理[14]推出 $\boldsymbol{A}$ 生成 1 个 C_0-半群.

第 3 步证明 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 是有界线性算子. $\forall p(x)=(p_0,p_1(x),p_2(x))\in X$ 有

$\|\boldsymbol{U}p\|\leqslant\int_0^\infty[\alpha+\lambda^-+\mu(x)]|p_1(x)|dx+\int_0^\infty[\lambda^-+v(x)]|p_2(x)|dx\leqslant(\alpha+\lambda^-+\mu)\|p_1\|_{L^1[0,\infty)}+(\lambda^-+v)\|p_2\|_{L^1[0,\infty)}\leqslant(\alpha+\lambda^-+\mu+v)\|p\|,$

$$\|\boldsymbol{E}p\|\leqslant(\lambda^-+\mu)\|p\|.$$

以上 2 式说明 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 是有界算子. 由定义容易验证它们是线性算子. 结合 C_0-半群的扰动理论[14]知 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{U}+\boldsymbol{E}$ 生成 1 个 C_0-半群 $T(t)$.

第 4 步证明 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{U}+\boldsymbol{E}$ 是 dispersive 算子.

对 $p(x)=(p_0,p_1(x),p_2(x))\in D(\boldsymbol{A})$,令

$$\phi(x)=\left(\frac{[p_0]^+}{p_0},\frac{[p_1(x)]^+}{p_1(x)},\frac{[p_2(x)]^+}{p_2(x)}\right),$$

其中

$$[p_0]^+=\begin{cases}p_0, & p_0>0,\\ 0, & p_0\leqslant0,\end{cases}$$
$$[p_i(x)]^+=\begin{cases}p_i(x), & p_i(x)>0,\\ 0, & p_i(x)\leqslant0,\end{cases}\quad i=1,2.$$

如果定义 $V_i=\{x\in[0,\infty)\mid p_i(x)>0\}$ 和 $W_i=\{x\in[0,\infty)\mid p_i(x)\leqslant0\}(i=1,2)$,则有

$$\int_0^\infty\frac{dp_i(x)}{dx}\frac{[p_i(x)]^+}{p_i(x)}dx=\int_{V_i}\frac{dp_i(x)}{dx}\frac{[p_i(x)]^+}{p_i(x)}dx+\int_{W_i}\frac{dp_i(x)}{dx}\frac{[p_i(x)]^+}{p_i(x)}dx=\int_{V_i}\frac{dp_i(x)}{dx}\frac{[p_i(x)]^+}{p_i(x)}dx=\int_{V_i}\frac{dp_i(x)}{dx}dx=\int_0^\infty\frac{d[p_i(x)]^+}{dx}dx=-[p_i(0)]^+,i=1,2.\tag{19}$$

对 $p\in D(\boldsymbol{A})$ 与上述的 $\phi(x)$,由 (19) 式与边界条件推出

$\langle(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{U}+\boldsymbol{E})p(x),\phi(x)\rangle=$
$\left\{\int_0^\infty[\lambda^-+\mu(x)]p_1(x)dx+\int_0^\infty\lambda^-p_2(x)dx\right\}\cdot\frac{[p_0]^+}{p_0}+$
$\int_0^\infty\left\{-\frac{dp_1(x)}{dx}-[\alpha+\lambda^-+\mu(x)]p_1(x)\right\}\cdot\frac{[p_1(x)]^+}{p_1(x)}dx+$
$\int_0^\infty\left\{-\frac{dp_2(x)}{dx}-[\lambda^-+v(x)]p_2(x)\right\}\cdot\frac{[p_2(x)]^+}{p_2(x)}dx=$
$\frac{[p_0]^+}{p_0}\int_0^\infty[\lambda^-+\mu(x)]p_1(x)dx+\frac{[p_0]^+}{p_0}\cdot$
$\int_0^\infty\lambda^-p_2(x)dx+[p_1(0)]^+-\int_0^\infty[\alpha+\lambda^-+\mu(x)]\cdot$
$[p_1(x)]^+dx+[p_2(0)]^+-\int_0^\infty[\lambda^-+v(x)][p_2(x)]^+dx\leqslant$
$\int_0^\infty[\lambda^-+\mu(x)]\cdot[p_1(x)]^+dx+\int_0^\infty\lambda^-[p_2(x)]^+dx-$
$\int_0^\infty v(x)\cdot[p_2(x)]^+dx-\int_0^\infty[\alpha+\lambda^-+\mu(x)]\cdot$

$$[p_1(x)]^+ dx - \int_0^\infty \alpha [p_1(x)]^+ dx - \int_0^\infty [\lambda^- + v(x)] \cdot [p_2(x)]^+ dx = 0.$$

此式说明算子 $A+U+E$ 是 dispersive. 结合第 1 步、第 2 步、第 4 步和 Philips 定理得到 $A+U+E$ 生成 1 个正压缩 C_0-半群. 再由半群的唯一性理论即知，这个正定压缩 C_0-半群就是 $T(t)$. 定理 1 证毕.

类似于定理 1 的推导过程，易得下面结果.

推论 1　$A+U$ 生成 1 个正定压缩 C_0-半群 $Q(t)$.

根据定理 1 和文献[15]得到本文主要结果.

定理 2　若 $\mu = \sup_{x\in[0,\infty)} \mu(x) < \infty$，$v = \sup_{x\in[0,\infty)} v(x) < \infty$，则系统(7)具有唯一的正时间依赖解 $p(t,x)$，满足

$$\| p(t,\cdot) \| = 1, \forall t \in [0,\infty).$$

证　由定理 1 与文献[15]易知系统存在唯一的正时间依赖解 $p(t,x)$ 并把它可以表示为

$$p(t,x) = T(t)p(0).$$

此式与定理 1 结合推出

$$\| p(t,\cdot) \| = \| T(t)p(0) \| \leqslant \| p(0) \| = 1, t \in [0,\infty).$$

另一方面，$p_i(t,x)(i=1,2)$ 满足(1) ~ (6)式，故有

$$\frac{d}{dt}\| p(t,\cdot) \| = \frac{dp_0(t)}{dt} + \sum_{i=1}^{2} \int_0^\infty \frac{\partial p_i(t,x)}{\partial t} dx = 0.$$

因此 $\| p(t,\cdot) \| = \| p(0) \| = 1$. 定理 2 证毕.

3　参考文献

[1] Gelenbe E. Random neural networks with negative and positive signals and product form solution [J]. Neural Comput, 1989, 1(4): 502-510.

[2] Gelenbe E, Glynn P, Sigman K. Queues with negative arrivals [J]. J Appl Prob, 1991, 28(1): 245-250.

[3] Gelenbe E. Product form networks with negative and positive customers [J]. J Appl Prob, 1991, 28(3): 656-663.

[4] Harrison P G, Pitel E. The $M/G/1$ queue with negative customers [J]. Adv Appl Prob, 1996, 28(2): 540-566.

[5] Harrison P G, Pitel E. Sojourn times in single-server queues with negative customers [J]. J Appl Prob, 1993, 30(4): 943-963.

[6] 周文慧，邓永录. 具有负顾客到达的 $M/G/1$ 可修排队系统 [J]. 运筹学学报, 2006, 10(2): 28-36.

[7] 伍慧玲，尹小玲. 有单移除策略的 $M/G/1$ 重试可修排队系统 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2005, 44(S1): 133-137.

[8] 尹小玲，邓永录，招雁鸿. 带有负顾客且正顾客有流失的 $M/G/1$ 休假排队系统 [C] // 中国运筹学会可靠性学会第 7 届学术会议论文集. 北京: 清华大学出版社, 2005: 123-128.

[9] 唐学德，朱翼隽，冯艳刚. 具有 2 种服务的负顾客 $M^x/(G_1/G_2)/1$ 排队系统 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2007, 31(5): 500-503.

[10] 尹小玲. 带负顾客的非空竭服务休假排队系统的稳态分析 [J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2008, 47(2): 1-4.

[11] 刘再明，吴锦标. 具有负顾客和抢占反馈的 $M/G/1$ 随机休假排队系统 [J]. 应用数学, 2010, 23(2): 244-251.

[12] 高显彩，单雪红，朱翼隽. 带负顾客，反馈，服务台可修的 $M/G/1$ 重试排队系统 [J]. 应用数学学报, 2012, 35(5): 935-943.

[13] Adams R A. Sobolev space [M]. New York: Academic Press, 1975.

[14] Gupur G, Li Xuezhi, Zhu Guangtian. Functional analysis method in queueing theory [M]. Hertfordshire: Research Information Ltd, 2001.

[15] Engel K J, Nagel R. One-parameter semigroups for linear evolution equations [M]. New York: Springer-Verlag, 2000.

Existence and Uniqueness of Nonnegative Solution of the Queue with Negative Customers and Vacation on Non-Exhaustive Service

ALIM Mijit

(Xinjiang Radio & TV University, Urumqi Xijiang 830049, China)

Abstract: The queuing system with negative customers and vacation on non-exhaustive service is discussed. First the mathematical model of the queuing system is converted into an abstract Cauchy problem in a Banach space, then the existence and uniqueness of the nonnegative solution of this queuing model is obtained by using the Hille-Yosida theorem and the Phillips theorem in functional analysis.

Key words: $M/G/1$ queue; C_0-semigroup; dispersive operator

(责任编辑: 王金莲)