第 39 卷 第 2 期 江西师范大学学报(自然科学版) Vol. 39 No. 2
2015 年 3 月 Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science) Mar. 2015

文章编号:1000-5862(2015)02-0189-05

基于 LASSO 方法的结构突变理论研究综述

李 强[1,2],王黎明[1*]
(1. 上海财经大学统计与管理学院,上海 200433;2. 泰山学院数学与统计学院,山东 泰安 271021)

摘要:结构突变是统计学、经济学、信号处理和生物信息学等学科领域中的研究热点之一. Z. Harchaoui 等提出了基于 LASSO 的结构突变点检测方法,是近几年结构突变问题的最新研究方法. 为了在国内推行该方法,系统介绍了国外基于 LASSO 方法的几种变点模型中的变点检测问题,其核心是把变点检测问题转化成模型选择问题来解决,并阐述了相应的算法. 最后探讨该方法在不同学科领域的应用和前景展望.

关键词:结构突变;LASSO;模型选择;坐标下降算法
中图分类号:O 212.1 **文献标志码**:A **DOI**:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2015.02.14

0 引言

变点问题始于 E. S. Page[1] 在 Biometrika 上发表的一篇关于连续抽样检验的文章. 如今,变点问题是统计学、经济学、信号处理和生物信息学等领域中的研究热点问题之一. 国内外一批统计学者和经济学者投入到这一研究领域,给出了许多成熟而且有用的结果. 文献[2-5]是对经典的变点问题研究的总结和归纳. 文献[6]详述了近 30 年来变点问题的研究方法. 近年来,P. Perron 等对变点问题的发展做出了重要贡献,国内的陈希孺[7-10]、缪柏其、王静龙、白仲林等在变点研究方面也取得了卓有成效的成果.

变点问题可以表述为:观察 1 个按时间顺序发生的随机过程,探讨其随机元素的分布或分布参数是否存在某个变化,或者说确认所观察到的随机过程前后是同质还是异质. 而“变点”是指某个时点,在此时点上样本的分布或数字特征突然发生变化. 变点问题主要研究:(i)检测未知变化的个数和时刻;(ii)产生变点的机理分析;(iii)变点模型的应用,其中首要问题是检测和估计外生的变结构点发生的个数和时刻(位置).

目前,变点检测研究已广泛应用于质量控制、经济学、金融学、反恐怖安检等领域. 本文系统回顾与评述近几年国外基于 LASSO 及其相关方法的变点问题研究状况,展望这一方向的研究前景.

1 LASSO 简述

模型和变量选择是现代统计学最重要的问题之一. R. Tibshirani[11] 提出了 1 种新的变量选择方法——LASSO(Least Absolute Shrinkage and Selection Operator)方法. B. Efron[12] 等提出了解决 LASSO 问题的 LARS 算法.

LASSO 估计是 1 种压缩估计,它用模型系数的绝对值函数作为惩罚来压缩模型系数,使一些回归系数变小,甚至使一些绝对值较小的系数直接压缩为 0,从而达到进行变量选择的目的;它是一种处理具有共线性数据的有偏估计. LASSO 可以在参数估计的同时实现变量的选择,该方法保留了子集收缩的优点,克服了传统方法在模型选择上的不足,因此在统计学领域得到了极大重视,有许多学者相继提出了针对 LASSO 的改进技术,主要有 SCAD[13]、Fused LASSO[14]、Group LASSO[15]、Elastic Net[16],Adaptive LASSO[17] 等.

2 基于 LASSO 的变点检测方法

结构突变问题按照检测方法分为参数检测与非参数检测. 早期变点问题的研究内容主要是关于分布中参数的变点以及变点的统计推断,利用似然比方法、非参数方法或其他方法,给出变点的检测和估

收稿日期:2014-12-05
基金项目:全国统计科学研究重点课题(2011LZ035),山东省自然科学基金(ZR2014AL006)和上海财经大学研究生创新基金(CXJJ-2014-445)资助项目.
通信作者:王黎明(1962-),男,山东青州人,教授,博士生导师,主要从事应用数理统计和数量金融研究.

计,研究估计量的渐近分布和收敛速度.处理变点问题的经典方法主要有极大似然法、最小二乘法、似然比法、信息准则法、局部比较法、累积和方法、非参数方法、半参数方法和贝叶斯方法等.

变点检测的非参数方法不直接分析原始变量值,而是基于序列的秩或 U-统计量进行分析.非参数方法是缺乏广泛有效的方法,检验的势一般不高,而且其变点检验过程常常基于经验特征函数,极限分布比较复杂,临界值的计算非常困难.由于计算机模拟技术的迅速发展,将贝叶斯方法引入到变点问题研究中,在理论和实践中给出了有效识别和估计变点的方法,但贝叶斯变点检测方法缺乏有效的理论支撑,尤其是在大样本性质方面.

Z. Harchaoui 等[18-19]提出了基于 LASSO 的变点检测方法,随后一些学者在统计学期刊《The Annals of Statistics》、JASA 与信号处理领域杂志《Signal Processing》等重要学术期刊上探讨了基于 LASSO 方法各种变点模型中的变点检测问题,其核心思想都是把变点检测问题转化成模型选择问题来处理.与传统方法中先检验变点个数再估计推断变点时刻(位置)不同,基于 LASSO 的变点检测方法能够同时估计变点个数和变点时刻.

2.1 逐段常数信号序列模型

文献[18-19]研究了在信号处理、语音分割和图像去噪等领域中 1 维逐段常数信号的均值变点估计,其模型为

$$Y_t = u_t + \varepsilon_t (t = 1,2,\cdots,n), \tag{1}$$

其中 $u_t = u_k^*, t_{k-1}^* \leqslant t \leqslant t_k^* - 1, k = 1,2,\cdots,K^* + 1$,$\{\varepsilon_t\}_{0 \leqslant t \leqslant n}$ 是独立同分布且服从亚高斯分布的零均值方差有限的随机变量序列,并约定 $t_0^* = 1, t_{K^*+1}^* = n + 1$.

求解问题(1)实质上是解优化问题

$$\begin{aligned} &\operatorname*{Min}_{u \in \mathbf{R}^n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - u_i)^2 \\ &\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n-1} I\{u_{i+1} - u_i\} = K^*, \end{aligned} \tag{2}$$

放松约束条件(2)得

$$\begin{aligned} &\operatorname*{Min}_{u \in \mathbf{R}^n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - u_i)^2 \\ &\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n-1} | u_{i+1} - u_i | \leqslant K^* J_{\max}^*, \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $J_{\max}^* = \max\limits_{1 \leqslant k \leqslant K^*} | u_{k+1}^* - u_k^* |$.

令

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n)^{\mathrm{T}} = (u_1, u_2 - u_1, \cdots, u_n - u_{n-1})^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}_{n \times n},$$

从而(3)式可以表示为

$$\begin{aligned} &\operatorname*{Min}_{\beta \in \mathbf{R}^n} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [Y_i - (\boldsymbol{X\beta})_i]^2 \\ &\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} | \beta_i | \leqslant K^* J_{\max}^*. \end{aligned} \tag{4}$$

因此,Z. Harchaoui 等把带 ℓ_1 惩罚的最小二乘变点估计问题转化成了基于 LASSO 方法的线性回归中的变量选择问题,并给出了相应的 LARS 算法,计算时间复杂度从最小二乘估计的 $O(Kn^2)$ 下降到了 $O(Kn\log(n))$.

文献[20]进一步研究了问题(4),把 1 维信号推广到多维信号情形,研究了 1 族信号的共同变点的估计,把变点的估计问题转化成了基于 Group LASSO 方法的变量选择问题,并分别给出了基于分块坐标下降算法[21](Block Coordinate Descent Algorithm)的精确解算法和基于 Group LARS 的近似解算法.与经典多维信号分割研究的信号维数 p 固定、信号长度 n 增加($n \to \infty$)的估计不同,文献[20]研究了当信号长度 n 固定、信号维数 p 增加($p \to \infty$)时单变点与多变点假设下 2 种算法所得估计的相合性,该情形在基因组学研究中有着非常广泛的应用.

2.2 时变自回归变点模型

文献[22-23]分别研究了时变自回归系数逐段常数的自回归过程中变点的 Group LASSO 估计方法.文献[22]的 $(K+1)$-状态模型为

$$Y_t = \sum_{l=1}^{p} \beta_{l,t} Y_{t-l} + \varepsilon_t (t = 1,2,\cdots,n), \tag{5}$$

其中 $\{Y_t\}_{t=-p}^{n}$ 是 p 阶自回归过程的 1 个实现,$\{\varepsilon_n\}$ 为零均值噪声,其方差 $\sigma^2 = E(\varepsilon_n^2) < \infty$,$\boldsymbol{\beta}_j = (\beta_{j,1}, \cdots, \beta_{j,p})^{\mathrm{T}}, j = 1,2,\cdots,K+1$,自回归系数逐段常数 $\boldsymbol{\beta}_j = \boldsymbol{\beta}_k, t_k \leqslant j \leqslant t_{k+1} - 1, k = 0,1,\cdots,K$,$K$ 为变点个数,t_k 为第 k 个变点时刻,约定:$t_0 = 1, t_{K+1} - 1 = n$.

文献[23]的结构突变自回归模型为

$$Y_t = \sum_{j=1}^{m+1} [\boldsymbol{\beta}_j^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Y}_{t-1} + \varepsilon_t] I(t_{j-1} \leqslant t < t_j), \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{Y}_{t-1} = (Y_{t-1}, Y_{t-2}, \cdots, Y_{t-p})^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{\beta}_j = (\beta_{j,1}, \cdots, \beta_{j,p})^{\mathrm{T}}, j = 1,2,\cdots,K+1$.

令

$$\boldsymbol{Y} = (Y_1, \cdots, Y_n)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \cdots, \varepsilon_n)^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{Y}_0^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{Y}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{Y}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_2^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{0}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{Y}_{n-1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_{n-1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_{n-1}^{\mathrm{T}} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{n-1}^{\mathrm{T}}\end{pmatrix}_{n\times np},$$

$$\boldsymbol{\theta}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\theta}_1\\ \boldsymbol{\theta}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{\theta}_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{\beta}_1\\ \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{\beta}_2-\boldsymbol{\beta}_1\\ \vdots\\ \boldsymbol{\beta}_{K+1}-\boldsymbol{\beta}_K\\ \boldsymbol{0}\end{pmatrix}_{np\times 1},$$

$$\boldsymbol{\theta}_1=\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\theta}_i=\begin{cases}\boldsymbol{\beta}_{j+1}-\boldsymbol{\beta}_j, & i=t_j,\\ \boldsymbol{0}, & i\neq t_j,\end{cases}$$

$i=2,\cdots,n$,则(6)式可以表示为

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\theta}+\boldsymbol{\varepsilon}.$$

因此,结合(5)式和(6)式可以把问题转化成 Group LASSO 问题,即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\arg\min_{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{n}\|\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\theta}\|^2+\lambda\sum_{i=1}^{n}\|\boldsymbol{\theta}_i\|,$$

故文献[22-23]把带 ℓ_2 惩罚的最小二乘变点估计问题转化成群组变量的稀疏回归问题.

文献[22]运用分块坐标下降法给出了问题的精确解. 对于 Group LASSO 问题中调整参数 λ 的选取,该文给出了参数 λ 的下界 λ^*,并探讨了 Group LASSO 稀疏解的唯一性条件. 由于 LASSO 方法得到的变点个数估计是过估计的,文献[22]考虑在惩罚函数上选取文献[13]提出的 SCAD 惩罚,使估计满足 Oracle 性质. 随机模拟数据和实际数据都表明,Group SCAD 估计比 Group LASSO 估计表现更好,但是文献[22]没有给出变点和自回归系数估计的大样本性质.

文献[23]给出了 Group LASSO 估计,由于 LASSO 方法得到的变点个数估计是过估计的,该文提出 2 步估计,即对 1 步 Group LASSO 估计再采用信息准则,尤其是向后删除法筛选出恰当的变点估计. 对于 1 步 Group LASSO 估计的算法实现,与文献[22]不同,文献[23]认为分块坐标下降法的收敛性无法保证,所以给出了 Group LARS 近似解算法,而且得到了变点个数、变点时刻和自回归系数估计的相合性定理.

2.3　线性回归变点模型

带变点的线性回归模型为

$$Y_i=f_\theta(X_i)+\varepsilon_i,$$

$$f_\theta(X_i)=X'_i\varphi_1 I_{i<l_1}+X'_i\varphi_2 I_{l_1\leqslant i<l_2}+\cdots+X'_i\varphi_{K+1}I_{i>l_K},i=1,2,\cdots,n,\tag{7}$$

其中 $\varphi_j\in\mathbf{R}^p,j=1,2,\cdots,K+1$.

文献[24]研究了模型(7)的变点估计,分别给出了 LASSO 和 Adaptive LASSO 估计,探讨了变点估计的收敛速度与回归系数估计的大样本性质,并证明了 Adaptive LASSO 回归系数估计的 Oracle 性质.

文献[25]也研究了模型(7)的变点问题,把变点检测问题转化成了 Group Fused LASSO 变量选择问题来处理,给出了基于 Group Fused LASSO 方法的惩罚最小二乘变点个数和变点时刻的估计,证明了文献[25]提出的方法能够以概率趋于 1 正确确定未知变点个数且估计的变点时刻充分接近真值,并给出了回归系数和变点估计的渐进分布.

文献[26]研究了模型(7)的基于 Sparse Group LASSO 方法的惩罚最小二乘变点个数和变点时刻的估计,证明了估计的渐近相合性,而且该文的方法得到的估计具有很好的稀疏性,模型更易于解释.

2.4　分位数回归变点模型

文献[27]较详细地阐述了分位数回归模型中的变点估计和变量选择,其中研究了分位数回归模型中基于 LASSO、SCAD、Adaptive LASSO 的变点估计和变量选择方法,以及对于非平稳时间序列经由逐段分位数自回归基于最小描述长度(MDL)准则的变点个数和变点时刻的估计.

文献[28-29]研究了分位数回归模型中基于 Adaptive LASSO 方法的变点估计,给出了变点和分位数回归系数估计的收敛速度,该方法得到的回归系数估计的稀疏性没有受到变点估计的影响.

2.5　面板数据变点模型

文献[30]研究了同质线性面板数据模型中基于 Adaptive Group Fused LASSO 方法的共同变点的估计. 该文考虑了 2 种方法: 一种是不含内生回归变量的 1 阶差分模型的惩罚最小二乘法,另一种是含内生回归变量的 1 阶差分模型的惩罚广义矩估计法,并证明了 2 种方法下变点个数和变点时刻估计的相合性.

3　方法应用

3.1　在信号处理、语音分割等领域中的应用

基于 LASSO 的变点检测方法在信号处理、语音分割及图像去噪等领域中得到了广泛应用. 文献[22]研究了语音分割中的变点检测问题; 文献[23]研究了火山喷发地震波中的变点检测问题; 文献

[18] 研究了核磁共振测量值中的变点,根据核磁共振测量值中的变点可以预测岩石物理参数尤其是岩石层理.

3.2 在经济金融领域中的应用

近 30 年来,在宏观经济数据、经济指数数据、金融时间序列,如总产出增长率、失业、汇率和股票收益上,发现存在结构突变现象. 许多的经济事件(如经济转型、金融自由化、汇率改革、新货币政策、金融危机、资源价格冲击等)都将导致研究的经济现象发生结构突变.

基于 LASSO 的变点检测方法在经济金融领域得到了很好的应用. 文献 [23] 研究了标准普尔 500 指数对数日指数收益序列中的变点. 该文选取 2004 年 1 月 2 日至 2011 年 4 月 29 日数据,对数日指数收益序列可以用 ARCH 过程模拟,而 ARCH 过程的平方可以视为 AR 过程,因此对数日指数收益序列的平方可以用 AR 过程模拟. 运用提出的时变自回归系数逐段常数的 AR 过程中变点的 Group LASSO 估计方法,得到 3 个变点时刻: 2007 年 7 月 10 日,2008 年 9 月 15 日和 2009 年 4 月 7 日,并给出了合理的实证解释. 文献 [31] 研究了类似的资产价格波动中的变点问题.

3.3 在生物信息等领域中的应用

文献 [23] 研究了脑电图(EEG)数据中的变点; 文献 [20,32] 研究了阵列比较基因组杂交(aCGH)数据中的突变热点(hot spot)检测问题.

将基于 LASSO 的变点检测方法应用于工业质量控制、网络入侵检测等领域都是具有重要应用价值的热点问题.

4 总结与展望

前面综述的基于 LASSO 方法的变点问题研究在背景上具有较强的行业针对性. 随着变点问题应用的愈加广泛,针对更一般问题的 LASSO 变点研究必将引起更多学者的重视,其转化过程可能会比较复杂.

文献 [30] 研究的面板模型为同质面板数据模型,不存在横截面相依性,且变点为共同变点,可考虑把该方法推广到存在横截面相依性的面板数据模型和异质面板数据模型中,变点可以为非共同变点.

在现有基于 LASSO 方法的变点检测研究文献中,损失函数一般选取平方损失. 文献 [33-34] 提出了基于绝对值损失(LAD)准则的变点估计. 一般认为基于 LAD 的估计会更加稳健,尤其是模型中含变点和数据含异常值. 基于 LAD-LASSO 方法的变点检测研究将是一个重要而有意义的课题,其估计大样本性质的推导将是一个难点.

现有基于 LASSO 方法的变点检测研究均为固定样本的离线检测(off-line detection)问题,可以尝试推广到随机样本的在线变点检测(on-line detection)问题.

在我国,变点问题研究及其应用已经取得了大量丰富而且有意义的研究成果. 但基于 LASSO 方法的变点检测研究在国内期刊中鲜见报道,鉴于该方法的优点,相信它从理论到应用都将取得丰富的研究成果.

5 参考文献

[1] Page E S. Continuous inspection schemes [J]. Biometrika,1954,42(1/2):100-115.

[2] Basseville M,Nikiforov V. Detection of abrupt changes: theory and application [M]. New Jersey: Prentice-Hall,1993.

[3] Brodsky B E,Darkhovsky B S. Nonparametric methods in change point problems [M]. Dordrecht: Kluwer,1993.

[4] Csorgo M,Horvath L. Limit theory in change point analysis [M]. New York: Wiley,1997.

[5] Chen Jie,Gupta A K. Parametric statistical change point analysis [M]. Boston: Springer,2000.

[6] Perron P. Dealing with structural breaks [M]. London: Palgrave Macmillan,2006: 278-352.

[7] 陈希孺. 变点统计分析简介(I) [J]. 数理统计与管理,1991,10(1):55-58.

[8] 陈希孺. 变点统计分析简介(II) [J]. 数理统计与管理,1991,10(2):52-59.

[9] 陈希孺. 变点统计分析简介(III) [J]. 数理统计与管理,1991,10(3):52-59.

[10] 陈希孺. 变点统计分析简介(IV) [J]. 数理统计与管理,1991,10(4):54-58.

[11] Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the Lasso [J]. Journal of the Royal Statistical Society,1996,58B(1):267-288.

[12] Efron B,Hastie T,Johnstone I,et al. Least angle regression [J]. The Annals of Statistics,2004,32(2):407-451.

[13] Fan Jianqing,Li Runze. Variable selection via nonconcave penalized likelihood and its oracle properties [J]. Journal of the American Statistical Association,2001,96(456):1348-1360.

[14] Tibshirani R,Saunders M,Rosset S,et al. Sparsity and smoothness via the fused Lasso [J]. Journal of the Royal Statistical Society,Series B,2005,67(1):91-108.

[15] Yuan Ming, Lin Yi. Model selection and estimation in regression with grouped variables [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2006, 68B(1): 49-67.

[16] Zou Hui, Hastie T. Regularization and variable selection via the elastic net [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2005, 67B(2): 301-320.

[17] Zou Hui. The adaptive Lasso and its oracle properties [J]. Journal of the American Statistical Association, 2006, 101(476): 1418-1429.

[18] Harchaoui Z, Levy-Leduc C. Catching change points with Lasso [C] // Platt J C, Koller D, Singer Y, et al. Advances in Neural Information Processing System, Vancouver: MIT Press, 2008: 161-168.

[19] Harchaoui Z, Levy-Leduc C. Multiple change point estimation with a total variation penalty [J]. Journal of the American Statistical Association, 2010, 105(492): 1480-1493.

[20] Bleakley K, Vert J-P. The group fused Lasso for multiple change-point detection [EB/OL]. http: // arxiv. org/pdf/1106. 4199v1. pdf, 2011-06-21.

[21] Friedman J, Hastie T, Hofling H, et al. Pathwise coordinate optimization [J]. The Annals of Applied Statistics, 2007, 1(2): 302-332.

[22] Angelosante D, Giannakis G B. Group lassoing change-points in piecewise-constant AR processes [J]. Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 1(70): 1-16.

[23] Chan N H, Yau C Y, Zhang Rongmao. Group lasso for structural break time series [J]. Journal of the American Statistical Association, 2014, 109(506): 590-599.

[24] Ciuperca G. Model selection by lasso methods in a change-point model [J]. Statistical Papers, 2014, 55(4): 349-374.

[25] Qian Junhui, Su Liangjun. Shrinkage estimation of regression models with multiple structural changes [EB/OL]. http: // www. mysmu. edu/fac-ulty/ljsu/Publications/structure_change20130629. pdf, 2013-06-29.

[26] Zhang Bingwen, Geng Jun, Lai Lifeng. Detecting changes in regression models via sparse group Lasso [EB/OL]. http: // users. wpi. edu/ ~ bzhang/icassp_v1. pdf, 2013-12-26.

[27] Zhong Ming. Break point estimation and variable selection in quantile regressions [D]. Davis: University of California, 2012.

[28] Ciuperca G. Quantile regression in high dimension with breaking [J]. Journal of Statistical Theory and Applications, 2013, 12(3): 288-305.

[29] Ciuperca G. Adaptive Lasso model selection in a multiphase quantile regression [EB/ OL]. http: // arxiv. org/pdf/1309. 1262v2. pdf, 2014-03-12.

[30] Qian Junhui, Su Liangjun. Shrinkage estimation of common breaks in panel data models via adaptive group fused Lasso [EB/OL]. http: // www. mysmu. edu/faculty/ljsu/Publicatio-ns/Panel_structure_change20140130. pdf, 2014-01-30.

[31] Laville M, Teyssiere G. Adaptive detection of multiple change-points in asset price volatility, Long Memory in Economics [M]. Heidelberg: Springer, 2007: 129-156.

[32] Tibshirani R, Wang Peng. Spatial smoothing and hot spot detection for CGH data using the fused Lasso [J]. Biostatistics, 2008, 9(1): 18-29.

[33] Bai Jushan. Least absolute deviation estimation of a shift [J]. Econometric Theory, 1995, 11(3): 403-436.

[34] Bai Jushan. Estimation of multiple-regime regressions with least absolutes deviation [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 1998, 74(1): 103-134.

The Review on Structural Break Theory Based on LASSO Method

LI Qiang[1,2], WANG Liming[1*]

(1. School of Statistics and Management, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China;
2. School of Mathematics and Statistics, Taishan University, Tai'an Shandong 271021, China)

Abstract: Structural break problem is one of the hot topics in statistics, economics, signal processing and bioinformatics and other fields. Harchaoui and Levy-Leduc (2008) initiatively proposed structural break point detection method based on LASSO method, which is a new method in dealing with structural break problems. The paper systematically introduces the change point detection problem based on LASSO method in several change point models. The core is transforming the change point detection problem into model selection problem. The corresponding algorithms are introduced. Finally, the applications and perspective of this new method in some fields are put forward.

Key words: structural break; LASSO; model selection; coordinate decent algorithm

（责任编辑: 曾剑锋）