第 39 卷 第 2 期 江西师范大学学报(自然科学版) Vol. 39 No. 2
2015 年 3 月 Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science) Mar. 2015

文章编号:1000-5862(2014)06-0218-04

强阻尼波动方程的非协调元超收敛分析

乔保民[1],庞进丽[2]
(1. 商丘师范学院数学与信息科学学院,河南 商丘 476000;
2. 商丘职业技术学院基础部,河南 商丘 476000)

摘要:利用导数转移方法和构造插值算子技巧,讨论了强阻尼波动方程在各向异性条件下的 1 个非协调元逼近,给出了强阻尼波动方程在半离散格式下精确解与近似解之间的误差估计和超逼近特性. 最后,利用插值后处理方法得到了方程的整体超收敛结果.

关键词:强阻尼;波动方程;各向异性;非协调元;误差估计;超逼近;超收敛
中图分类号:O 242.21 文献标志码:A DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2015.02.20

0 引言

20 世纪 80 年代初,G. F. Webb[1] 首先研究了带有强阻尼项的 1 类非线性波动方程的初值问题:

$$\begin{cases} u_{tt} - k\Delta u_t - \Delta u = f(u), (X,t) \in \Omega \times (0,T], \\ u(X,t) = u_t(X,t) = 0, (X,t) \in \partial\Omega \times (0,T], \\ u(X,0) = \psi(X), \quad X \in \Omega \\ u_t(X,0) = \varphi(X), \quad X \in \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

其中常数 $k(>0)$ 为阻尼系数,$X = (x,y)$,Ω 为 $\mathbf{R}^2$ 上有界闭区域,$\partial\Omega$ 为 Ω 的光滑边界. 该方程的基本模型是方程 $u_{tt} - k\Delta u_t - \Delta u = -|u|^{p-1}u$.

问题(1)是一类重要的发展方程,这类方程具有深刻的实际背景,它在量子力学方面有着丰富的物理意义[2]. 文献[3]研究了这类方程解的存在性与唯一性;文献[4]研究了其广义解的存在性. 有限元方法是求解这类偏微分方程最有效的方法之一,它已被广泛应用于其它实际问题中[5-18]. 然而,传统的有限元方法都是基于网格剖分的正则性假设或一致性假设进行研究的,即 $\forall K \in J_h, h_K/\rho_K \leqslant C$ 或 $h/\hat{h} \leqslant C$,其中 J_h 是 Ω 的 1 个凸剖分簇,$h = \max_{K \in J_h} h_K$,$\hat{h} = \min_{K \in J_h} h_K$,$h_K$ 和 ρ_K 分别表示一般单元 K 的最大直径和最大内切圆直径. 文中的 C 均表示与 h 无关的常数,在不同的地方可以表示不同的数值. 在实际应用中,对于定义在窄边区域上的问题,如果对区域采用传统的正则剖分方法,一般会大大增加整体自由度,并且使得整个计算量非常大. 另一方面,由于方程的解在其定义域上变化的不均匀性(表现为在某一地方变化平缓,而其他某一地方变化较为剧烈),因此,正则性网格往往不能较好地体现解的这种变化性质. 解决这一问题的有效方法之一就是对网格进行各向异性剖分,其优点是可以减少自由度而得到同样的收敛效果[5]. 文献[6-8]利用各向异性剖分对 2 阶椭圆方程、抛物方程及 Stokes 方程进行了研究,但是这些都是针对线性问题进行讨论的,而对于非线性问题的研究目前还不多见.

本文在半离散格式和各向异性条件下,讨论一类具有强阻尼非线性波动方程的有限元逼近,给出了方程解的超逼近特性和误差估计,并利用插值技巧得到了方程的整体超收敛结果.

1 单元构造

不妨假设,Ω 是 $\mathbf{R}^2$ 上的 1 个有界凸多边形闭区域,其 2 个边界分别与坐标 x-轴、y-轴平行. J_h 为 Ω 的 1 个单元矩形剖分族,$\forall K \in J_h$,(x_K, y_K) 表示单元 K 的中心,沿 x-轴方向和 y-轴方向的 2 条边的边长分别记为 $2h_x$ 和 $2h_y$,单元 K 的 4 个顶点分别记为 $Z_1(x_K - h_x, y_K - h_y)$,$Z_2(x_K + h_x, y_K - h_y)$,$Z_3(x_K + h_x, y_K + h_y)$,$Z_4(x_K - h_x, y_K + h_y)$,$l_i = \overline{Z_i Z_{i+1}}\ (\mathrm{mod}\ 4)$ $(i = 1,2,3,4)$ 分别表示单元 K 的 4 条边. h_K, ρ_K 分别是一般单元 K 的最大直径和最大内切圆直径,记 $h = \max_{K \in J_h} h_K$,$\hat{h} = \min_{K \in J_h} h_K$.

收稿日期:2014-06-20
基金项目:国家自然科学基金(11972119),河南省自然科学基金(122300410425)和河南教育厅自然科学基金(2010A110014)资助项目.
作者简介:乔保民(1963-),男,河南宁陵人,副教授,主要从事有限元理论及应用的研究.

在 K 上定义如下有限元(K,P_K,Σ_K)：

$$\Sigma_K = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\},$$

$$P_K = \mathrm{span}\{1, x, y, \varphi(x), \varphi(y)\},$$

其中 $v_i = \int_{l_i} v\mathrm{d}s / |l_i| (i = 1,2,3,4)$，$v_5 = \int_K v\mathrm{d}x\mathrm{d}y / |K|$，$\varphi(t) = (3t^2 - 1)/2$.

有限元空间定义为

$$V^h = \{v^h; v^h|_K \in P_K, \forall K \in J_h, \int_F [v^h]\mathrm{d}s = 0, F \subset \partial K\},$$

这里 $[v^h]$ 表示 v^h 跨过边界 F 的跳跃度，当 $F \subset \partial\Omega$ 时，$[v^h] = v^h$.

记 $\|\cdot\|_{s,r}$ 为 Sobolev 空间 $W^{s,r}(\Omega)$ 的范数，其内积为 $(u,v) = \int uv\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$H^s(\Omega) = W^{s,2}(\Omega)$，$\|\cdot\|_s = \|\cdot\|_{s,2}$，$0 \leqslant s < \infty$.

在空间 V^h 上定义 $\|\cdot\|_h = (\sum_{K\in J_h} |\cdot|_{1,K}^2)^{1/2}$，其中 $|\cdot|_{1,K} = \int \nabla v \nabla v\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. 容易验证 $\|\cdot\|_h$ 为空间 V^h 上的范数. 显然 $V^h \not\subseteq H_0^1(\Omega)$.

插值算子 $I_h: H^1(\Omega) \to V^h$ 定义如下：

$$I_h|_K = I_K, I_K: \begin{cases} \int_{l_i} (I_K v - v)\mathrm{d}s = 0, i = 1,2,3,4, \\ \int_K (I_K v - v)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0. \end{cases}$$

引理 1 (i) $\forall u \in H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega)$，$\|u - I_h u\|_0 + h\|u - I_h u\|_h \leqslant Ch^2 |u|_2$；

(ii) $\forall v \in V^h$，$(\nabla(u - I_h u), \nabla v)_h = (\nabla(u_t - I_h u_t), \nabla v)_h = 0$.

2 方程的有限元逼近

假设问题(1)中的函数 $f(u,X)$ 满足下列条件：

(A1) 具有所有阶偏导数且偏导数有界；

(A2) 对变量 u 满足 Lipschitz 连续条件且有界.

问题(1)的变分形式为：$\forall t \geqslant 0$，求 $u(t) \in H_0^1(\Omega)$，使得 $\forall v \in H_0^1(\Omega)$，

$$\begin{cases} (u_{tt}, v) + (k\nabla u_t, \nabla v) + (\nabla u, \nabla v) = (f(u), v), \\ u_t(0) = \psi(X), \\ u(0) = \varphi(X), \end{cases} \tag{2}$$

其中 $(u,v) = \int_\Omega uv\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$u_t(0) = u_t(X,0)$，$u(0) = u(X,0)$.

于是(2)式有限元半离散格式为：求 $u^h \in V^h$，使得 $\forall v \in V^h$，

$$\begin{cases} (u_{tt}^h, v) + (k\nabla u_t^h, \nabla v)_h + (\nabla u^h, \nabla v)_h = (f(u^h), v), \\ u_t^h(0) = I_h\varphi(X), \\ u^h(0) = I_h\psi(X), \end{cases} \tag{3}$$

其中 $(\cdot,\cdot)_h = \sum_K (\cdot,\cdot)$.

引理 2 问题(3)的解存在且唯一.

证 设 $\{v_i\}$ 是 V^h 的 1 组基，令

$$u^h(X,t) = \sum_{i=1}^N \xi_l(t) v_l,$$

代入(3)式，整理得

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}\xi'' + \boldsymbol{B}\xi' + \boldsymbol{E}\xi = \boldsymbol{D}(\xi), \\ \xi'_j(0) = \alpha_j, \\ \xi_j(0) = \beta_j, \end{cases}$$

其中，$\boldsymbol{A} = \{a_{i,j}\}_{n\times n}$，$a_{i,j} = (v_i, v_j)$，$\boldsymbol{B} = \{b_{i,j}\}_{n\times n}$，$b_{i,j} = \sum_K (\nabla v_i, \nabla v_j)$，$\boldsymbol{E} = \{e_{i,j}\}_{n\times n}$，$e_{i,j} = \sum_K (\nabla v_i, \nabla v_j)$，$\boldsymbol{D}(\xi) = \{d_j(\xi)\}_{n\times 1}$，$d_j(\xi) = (f(\sum_{l=1}^N \xi_l(t) v_l), v_j)$. α_i, β_i 由 $I_h\varphi(X)$，$I_h\psi(X)$ 确定，由于 $\boldsymbol{A}$ 是对称正定矩阵，函数 $f(u,X)$ 对变量 u 满足 Lipschitz 连续条件且有界，由微分方程的 Caratheordory 定理可知，当 $t > 0$ 时，方程组(3)的解存在且唯一.

引理 3 若 $u \in H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega)$，则在各向异性下，$\forall v \in V^h$，

$$\left|\sum_K \int_{\partial K} \frac{\partial u}{\partial n} v\mathrm{d}s\right| \leqslant Ch|u|_2 \|v\|_h, \tag{4}$$

进一步地，若 $u \in H_0^1(\Omega) \cap H^3(\Omega)$，则有

$$\left|\sum_K \int_{\partial K} \frac{\partial u}{\partial n} v\mathrm{d}s\right| \leqslant Ch^2|u|_3 \|v\|_h. \tag{5}$$

引理 4 $\forall v \in V^h$，$\|v\|_0 \leqslant \|v\|_h$.

3 收敛性分析

定理 1 设 u 是问题(2)的解，且 $u \in H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega)$，$u^h \in V^h$ 是问题(3)的有限元解，则

$$\|u - u^h\|_h \leqslant Ch[|u|_2 + (\int_0^t (|u_{tt}|_2^2 + |u_t|_2^2 + |u|^2)\mathrm{d}\tau)^{1/2}],$$

$$\|u_t - u_t^h\|_0 \leqslant Ch[|u_t|_2 + (\int_0^t (|u_{tt}|_2^2 + |u_t|_2^2 + |u|^2)\mathrm{d}\tau)^{1/2}].$$

证 $\forall v \in V^h$，由方程组(2)和方程组(3)得误差方程

$$(u_{tt}^h - u_{tt}, v) + (k(\nabla u_t^h - \nabla u_t), \nabla v)_h + (\nabla u^h - \nabla u, \nabla v)_h = (f(u^h) - f(u), v) + \sum_K \int_{\partial K} \frac{\partial u_t}{\partial n} v\mathrm{d}s + \sum_K \int_{\partial K} \frac{\partial u}{\partial n} v\mathrm{d}s, \tag{6}$$

记 $w = u - I_h u$，$\theta = u^h - I_h u$，那么(6)式转化为

$$(\theta_{tt}, v) + (k\nabla\theta_t, \nabla v)_h + (\nabla\theta, \nabla v)_h =$$

$$(w_{tt}, v) + (f(u^h) - f(u), v) +$$

$$\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}v\mathrm{d}s+\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}v\mathrm{d}s. \tag{7}$$

取 $v=\theta_t$，则方程(7)转化为

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\|\theta_t\|_0^2+\|\theta\|_h^2)+k\|\theta_t\|_h^2=$$

$$(w_{tt},\theta_t)+(f(u^h)-f(u),\theta_t)+$$

$$\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s+\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s. \tag{8}$$

(8)式两边对 t 从 0 到 t 积分，并注意到 $\theta(0)=\theta_t(0)=0$，从而有

$$\frac{1}{2}(\|\theta_t\|_0^2+\|\theta\|_h^2)+k\int_0^t\|\theta_t\|_h^2\mathrm{d}\tau=$$

$$\int_0^t(w_{tt},\theta_t)\mathrm{d}\tau+\int_0^t(f(u^h)-f(u),\theta_t)\mathrm{d}\tau+$$

$$\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau+\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau=\sum_{i=1}^4 G_i,$$

其中 $G_1=\int_0^t(w_{tt},\theta_t)\mathrm{d}\tau$，$G_2=\int_0^t(f(u^h)-f(u),\theta_t)\mathrm{d}\tau$，$G_3=\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau$，$G_4=\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}\cdot\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau$.

利用引理1、(4)式和引理4，对 $G_i(i=1,2,\cdots,4)$ 逐项进行估计，

$$G_1=\int_0^t(w_{tt},\theta_t)\mathrm{d}\tau\leqslant\int_0^t\|w_{tt}\|_0\|\theta_t\|_0\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$Ch^4\int_0^t|u_{tt}|_2^2d\tau+C\int_0^t\|\theta_t\|_0^2\mathrm{d}\tau,$$

$$G_2=\int_0^t(f(u^h)-f(u),\theta_t)\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$C\int_0^t(\|\theta\|_0^2+\|w\|_0^2+\|\theta_t\|_0^2)\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$C\int_0^t(\|\theta\|_0^2+\|\theta_t\|_0^2)\mathrm{d}\tau+Ch^4\int_0^t|u|_2^2\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$C\int_0^t(\|\theta\|_h^2+\|\theta_t\|_0^2)\mathrm{d}\tau+Ch^4\int_0^t|u|_2^2\mathrm{d}\tau,$$

$$G_3+G_4=\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau+$$

$$\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau\leqslant Ch\int_0^t(|u_t|_2+|u|_2)\|\theta_t\|_h\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$Ch^2\int_0^t(|u_t|_2^2+|u|_2^2)\mathrm{d}\tau+\varepsilon\int_0^t\|\theta_t\|_h^2\mathrm{d}\tau.$$

取 $\varepsilon=k$，整理得

$$\|\theta_t\|_0^2+\|\theta\|_h^2\leqslant Ch^2\int_0^t(|u_{tt}|_2^2+|u_t|_2^2+$$

$$|u|_2^2)\mathrm{d}\tau+C\int_0^t(\|\theta_t\|_0^2+\|\theta\|_h^2)\mathrm{d}\tau.$$

利用 Gronwall 不等式，则有

$$\|\theta_t\|_0\leqslant Ch\left[\int_0^t(|u_{tt}|_2^2+|u_t|_2^2+|u|_2^2)\mathrm{d}\tau\right]^{1/2},$$

$$\|\theta\|_h\leqslant Ch\left[\int_0^t(|u_{tt}|_2^2+|u_t|_2^2+|u|_2^2)\mathrm{d}\tau\right]^{1/2}.$$

由引理1和三角不等式，定理1得证.

定理2 设 u 是问题(2)的解，且 $u\in H_0^1(\Omega)\cap H^3(\Omega)$，$u^h\in V^h$ 是问题(3)的有限元解，I_hu 是 u 的有限元插值，则

$$\|u^h-I_hu\|_h\leqslant Ch^2\left[\int_0^t(|u_{tt}|_2^2+|u_t|_3^2+|u|_3^2+|u|_2^2)\mathrm{d}\tau\right]^{1/2}. \tag{9}$$

证 利用引理3中的不等式(5)，对定理1中的 G_3+G_4 进行重新估计，有

$$G_3+G_4=\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u_t}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau+$$

$$\int_0^t(\sum_K\int_{\partial K}\frac{\partial u}{\partial n}\theta_t\mathrm{d}s)\mathrm{d}\tau\leqslant Ch^2\int_0^t(|u_t|_3+|u|_3)\|\theta\|_h\mathrm{d}\tau\leqslant$$

$$Ch^4\int_0^t(|u_t|_3^2+|u|_3^2)\mathrm{d}\tau+\varepsilon\int_0^t\|\theta\|_h^2\mathrm{d}\tau.$$

类似于定理1中的证明方法，得到

$$\|\theta\|_h\leqslant Ch^2\left[\int_0^t(|u_{tt}|_2^2+|u_t|_3^2+|u|_3^2+|u|_2^2)\mathrm{d}\tau\right]^{1/2}.$$

4 超收敛分析

为了得到问题(1)的整体超收敛结果，把4个相邻小单元 K_1、K_2、K_3、K_4 合并成为1个大单元 $\tilde K$(见图1).

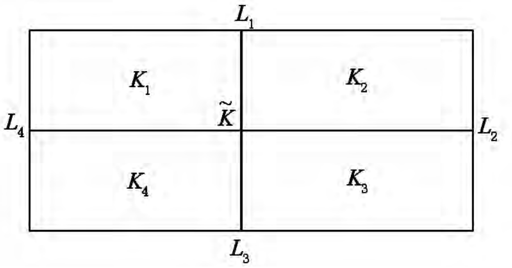

图1 大单元 $\tilde K$

在 $\tilde K$ 上，构造如下插值后处理算子 I_{2h}：$\forall\omega\in C(\tilde K)$，$I_{2h}\omega\big|_{\tilde K}\in P_2(\tilde K)$，

$$\begin{cases}I_{2h}:H^1(\tilde K)\to P_2(\tilde K),\\ \int_{L_i}(I_{2h}u-u)\mathrm{d}s=0,i=1,2,3,4,\\ \int_{K_1\cup K_3}(I_{2h}u-u)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0,\\ \int_{K_2\cup K_4}(I_{2h}u-u)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0,\end{cases}$$

这里，$P_2(\tilde K)$ 为 $\tilde K$ 上次数不超过2的多项式空间，$C(\tilde K)$ 为 $\tilde K$ 上连续函数空间.

引理5[8] $\forall u\in H^3(\Omega)$，插值算子 I_{2h} 满足

$$I_{2h}I_hu=I_{2h}u,\ \|I_{2h}u-u\|_h\leqslant Ch^2|u|_3,$$

$\| I_{2h}v \|_h \leqslant C \| v \|_h, \forall v \in V^h$.

在(9)式和引理5的基础上,得到如下的整体超收敛结果.

定理3 $\forall u \in H_0^1(\Omega) \cap H^3(\Omega)$,有

$$\| I_{2h}u^h - u \|_h \leqslant Ch^2\{ |u|_3 + [\int_0^t (|u_{tt}|_2^2 + |u_t|_3^2 + |u|_3^2 + |u|_2^2) d\tau]^{1/2}\}.$$

证 由定理2和引理5,可得

$$\| I_{2h}u^h - u \|_h \leqslant \| I_{2h}u^h - I_{2h}I_hu \|_h + \| I_{2h}I_hu - u \|_h \leqslant \| I_{2h}(u^h - I_hu) \|_h + Ch^2 |u|_3 \leqslant C \| u^h - I_hu \|_h + Ch^2 |u|_3 \leqslant Ch^2\{ |u|_3 + [\int_0^t (|u_{tt}|_2^2 + |u_t|_3^2 + |u|_3^2 + |u|_2^2) d\tau]^{1/2}\}.$$

5 参考文献

[1] Webb G F. Existence and asymptotic behavior for a strongly damped nonlinear wave equation [J]. Canada J Math,1980,32(3):631-643.

[2] Ghidaglia J M, Marzocchia A. Long time behavior of strongly damped nonlinear wave equations, global attractors and their dimension [J]. SIAM J Math Anal,1991,22(5):879-895.

[3] Ang D D, Dinh A P N. On the strongly damped wave equations [J]. SIAM J Math Anal,1988,19(2):1409-1418.

[4] 郑镇汗,赵红星. 一类强阻尼非线性波动方程的广义解[J]. 纯粹数学与应用数学,2009,25(1):93-98.

[5] Thomee V, Xu Jinchao, Zhang Naiying. Superconvergence of the gradient in piecewise linear finite element approximation to a parabolic problem [J]. SIAM J Math Anal,1989,26(3):553-573.

[6] Shi Dongyang, Mao Shipeng, Chen Shaochun. An anisotropic nonconforming finite with some superconvergence results [J]. Journal of Computational Mathematics,2005,23(3):261-274.

[7] Shi Dongyang, Zhang Yiran. A nonconforming anisotropic finite element approximation with moving grids for stokes problem [J]. Journal of Computational Mathematics,2006,24(5):561-578.

[8] Shi Dongyang, Wang Haihong. An anisotropic nonconforming finite element method for approximating a class of nonlinear sobolev equation [J]. Journal of Computational Mathematics,2009,27(2/3):299-341.

[9] 乔保民. 半线性双曲方程的一个非协调有限元超收敛分析[J]. 江西师范大学学报:自然科学版,2011,35(2):131-134.

[10] Wang Ming. L^∞ error estimates of nonconforming finite for the biharmonic equation [J]. J Com Math,1993,11(3):261-274.

[11] Shi Dongyang, Mao Shipeng, Liang Hui. Anisotropic biquadratic finite with superclose results [J]. J Sys Sci Complexity,2006,19(4):566-576.

[12] 乔保民. 一类非线性为双曲方程Adini元的超收敛性分析[J]. 吉林大学学报:理学版,2011,49(4):638-642.

[13] 乔保民,梁洪亮. 一类非线性广义神经传播方程Adini元的超收敛性分析[J]. 山东大学学报:理学版,2011,46(8):42-46.

[14] 梁洪亮,乔保民. 一类非线性拟双曲线方程Hermite型有限元分析[J]. 河南科技大学学报,2011,32(6):84-90.

[15] 梁洪亮,赵树理. 一类非线性广义Sine-Gordon方程的有限元超收敛分析[J]. 四川师范大学学报:自然科学版,2012,35(5):610-614.

[16] 郭志林,陆凤玲. 一类非线性广义神经传播方程非协调元超收敛分析[J]. 湖南师范大学自然科学学报,2011,34(6):1-5.

[17] 任金城. Schrodinger方程各向异性有限元超收敛分析[J]. 四川师范大学学报:自然科学版,2011,34(2):193-196.

[18] 徐远,孔令华,王兰,等. 带有限尼项的4阶非线性薛定谔方程的显式辛格式[J]. 江西师范大学学报:自然科学版,2013,37(3):244-248.

The Superconvergence Analysis for Nonconforming Finite Element to the Nonlinear Wave Equations with Strongly Damped

QIAO Baomin[1], PANG Jinli[2]

(1. School of Mathematics & Information Science, Shangqiu Normal University, Shangqiu Henan 476000, China;
2. Deartment of Basic, Shangqiu Polytechnic, Shangqiu Henan 476000, China)

Abstract: A nonconforming finite element is applied to the strongly damped nonlinear wave equations with semidiscretization on anisotropic meshes, the error estimates and result of superclose are obtained by using some novel approaches and technique. Finally, based on the interpolated post-processing technique, the global super-convergence is derived.

Key words: strong damping; wave equation; anisotropic; nonconforming; error estimate; superclose; superconvergence

(责任编辑:曾剑锋)