

文章编号: 1000-5862(2015)03-0315-04

# 双模噪声背景下多阈值小波包在信号消噪中的应用

孙万麟<sup>1</sup>, 山拜·达拉拜<sup>2</sup>

(1. 昌吉学院物理系, 新疆 昌吉 831100; 2. 新疆大学信息科学与工程学院, 新疆 乌鲁木齐 830046)

**摘要:** 针对一类非高斯噪声——双模噪声信号进行消噪时, 传统小波变换和小波包变换在选取恰当阈值准则及阈值量化时存在困难, 通过详细分析双模噪声信号结构及频率分布特征, 在将小波包分解频带按照频率顺序排列且通过比较最底层子空间节点能量大小的基础上, 提出一种将频带进行多分段的多阈值小波包消噪方法. 实验结果表明: 在双模噪声且信噪比相同情况下, 该方法比传统的多尺度小波软阈值、小波包自适应阈值消噪效果都优越, 是一种非常有效的信号消噪方法.

**关键词:** 小波包; 多阈值; 双模噪声

**中图分类号:** TP 391.9 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2015.03.17

## 0 引言

为了从非高斯噪声背景中有效地提取出有用信号, 学者们研究了许多消噪方法, 尤其是近年来不断走向成熟和发展的小波分析方法, 因其优良的时频局域化特性而受到许多学者的青睐. 但是, 从小波包中按最小熵原则选择最优基来重构原信号会存在某些缺陷. 因为含噪信号的噪声成分能量一般分布于整个频率轴, 而小波包分解是将信号分解在各个不同的独立频带内, 若直接采用某一或某几个频带的分解系数进行信号重构, 无疑会降低幅值, 并常常伴随频谱混叠现象, 因而消噪效果并不是很理想. 为了弥补小波包的这种缺陷以及提高小波包检测性能, 许多学者对小波包阈值进行了优化研究. 本文在大量文献研究基础之上, 假定在一类特殊的非高斯噪声——双模噪声背景下<sup>[1]</sup>, 提出一种按照频率顺序和通过比较子空间频带能量大小进行分段的多阈值小波包消噪方法, 仿真证实了该方法消噪效果较好.

## 1 双模噪声

双模噪声<sup>[1]</sup>是2种噪声的叠加, 包含了高斯噪声和部分非高斯噪声的特征, 属于非高斯噪声. 常用数学模型有3种, 本文仅研究其中1种, 数学模型: 高斯噪声  $g(t)$  叠加随机均匀相位震荡过程  $B\cos\theta$ ,

其概率密度函数为

$$p_1(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{8\pi}\sigma} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{(x - B\cos\theta)^2}{-2\sigma^2}\right) d\theta,$$

其中  $\sigma^2$  为高斯分量方差.

## 2 小波包分析

### 2.1 小波包算法

(i) 小波包分解算法:

$$d_l^{j, 2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k h_{0k(l-2l)} d_k^{j+1, n},$$

$$d_l^{j, 2n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k h_{1k(l-2l)} d_k^{j+1, n};$$

(ii) 小波包重构算法:

$$d_l^{j+1, n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_k |h_{0k(l-2k)} d_k^{j, 2n} + h_{1k(l-2k)} d_k^{j, 2n+1}|.$$

### 2.2 小波包阈值消噪

对含噪信号进行消噪本质上为抑制信号中的无用部分, 增强信号中有用部分的过程<sup>[2-3]</sup>. 一般地, 1维信号小波包消噪可按照如下方法进行: (i) 分解信号小波包. 选择1个小波并确定需分解的层数, 再对信号进行小波包分解; (ii) 确定最优小波包基. 对于给定的熵标准, 计算最优树(根据自己不同目的进行有效的选择使用); (iii) 量化小波包分解系数的阈值. 对于每一个小波包分解系数, 选择1个恰当

收稿日期: 2014-11-17

基金项目: 新疆维吾尔自治区高校科研计划课题(XJEDU2014S068) 和昌吉学院科研重点课题(2013YJZD002) 资助项目.

作者简介: 孙万麟(1982-), 女, 甘肃白银人, 讲师, 主要从事信号、图像处理及信息技术的研究.

的阈值并对系数进行阈值量化,这一步选择是否恰当非常关键,它直接关系到对信号进行消噪处理的质量;(iv) 重构信号小波包. 根据最底层的小波包分解系数和经过量化处理的系数,对小波包重构.

常用小波包消噪的阈值准则有 4 种,分别是自适应阈值准则(Rigrsure)、启发式阈值准则(Heursure)、固定形式阈值准则(Sqtwolog)和极大极小阈值准则(Minimaxi). 因为各自阈值选择规则不同,所以消噪效果也不尽同. 当有用信号只有少量的高频系数位于噪声范围之内时,Minimaxi 和 Rigrsure 阈值准则更加保守、方便,仅将部分系数值设为 0,不容易丢失真实信号成分;Heursure 和 Sqtwolog 阈值准则可以有效消除噪声,但是也可能将有用信号的高频部分当做噪声滤除了. 因此,如果仅仅采用一种阈值准则对所有分解频段的小波包系数进行阈值处理,肯定是得不到较满意的消噪效果. 这就是本文提出将多种阈值同时作用的小波包消噪原因所在.

### 3 消噪方法

#### 3.1 小波包分解频率顺序

按照小波包分解理论,对于 1 维离散信号做小波包分解,其低频部分和高频部分同时进行分解,具

有更加精确的局部分析能力. 以 3 层小波包分解为例,说明小波包分解高频带及低频带系数的分布,其分解结构如图 1 所示.

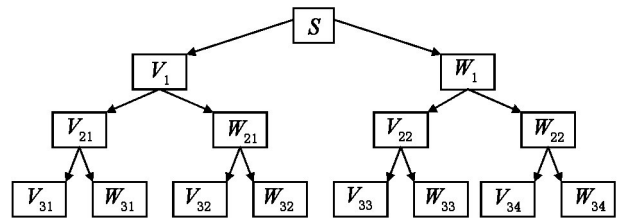


图 1 小波包分解结构示意图

在图 1 中,  $S$  为原始信号;  $V_{ij}$  为第  $i$  层第  $j$  个低频带分解系数;  $W_{ij}$  为第  $i$  层第  $j$  个高频带分解系数.

假如对于采样频率为  $\omega$  的夹杂双模噪声信号作 3 层小波包分解<sup>[4-10]</sup>,其分解节点及对应频率如图 2 所示.

由图 1、图 2 对照可知,小波包每分解 1 层,低频分解部分按频率从低到高排列,而高频部分却按频率从高到低排列. 针对噪声分布和频率顺序紧密相关的特性,故需要频率顺序而不是自然顺序,但小波包分解得到的频带不是按照频率由低到高的顺序连续排列,而存在频率混淆问题,所以本文按照图 2 分解规律进行适当调整,使分解频带按照频率由低到高连续排列,这样会使小波包变换具有更高的检测精度.

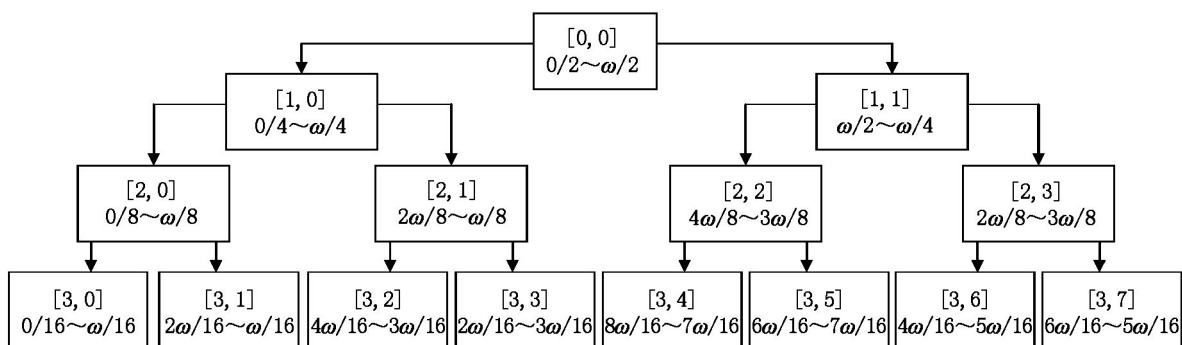


图 2 3 层小波包分解节点及对应频率

#### 3.2 多分段多阈值小波包消噪

参考相关文献<sup>[11-13]</sup>,本文提出的多分段多阈值小波包消噪流程为:首先对 2 类信号,即确定信号(不含噪声)和含双模噪声的确定信号(含噪信号)分别做 3 层小波包分解,则最底层(即第 3 层)就有 8 个等宽度的节点,然后根据各个节点的小波包系数分别计算其节点能量,并将各个节点能量进行归一化处理,紧接着对 2 类节点能量归一化向量逐个进行比较,依据含噪信号会对各频带内有用信号能量产生较大影响,再将小波包分解节点所对应频带

分为有用信号集中频段、过渡频段和无用信号集中频段(也就是人们常说的噪声频段),然后不同频段再选用较适宜的阈值准则进行处理,最后将各频段处理后的系数进行重构,从而实现有效消噪的目的.

#### 3.3 仿真及其分析

假定以幅值为 2、采样点数为 1 000 的正弦信号作为确定信号,叠加噪声为双模噪声,是由高斯噪声叠加随机均匀相位震荡过程  $B\cos\theta(t)$ ,其中高斯噪声均值为 0、方差为 1,均匀相位振荡过程为  $2\cos\theta(t)$ . 按照本文消噪流程,采用 Matlab7.5 软件

仿真并计算,得到 2 类信号节点能量归一化向量值  $E_n(n=0,1,\cdots,7)$ ,如表 1 所示.

表 1 2 类信号节点能量归一化向量值

归一化向量值	无噪信号	含噪信号
$E_0$	0.563 6	0.582 8
$E_1$	0.371 0	0.372 6
$E_2$	0.013 2	0.011 4
$E_3$	0.047 7	0.042 0
$E_4$	0.000 2	0
$E_5$	0.000 2	0.000 1
$E_6$	0.001 7	0.000 9
$E_7$	0.001 6	0.001 0

依据小波包分解频带的能量越高,表示对应该频段中有用信号的成分越大;能量越低,则表明该频段中含有噪声的成分较大.由表 1 以及结合图 1 频率顺序可知,对于不含双模噪声的确定信号,即无噪信号:(3,0)与(3,1)节点能量较大,则把(3,0)与(3,1)节点频带称为有用信号集中频段;(3,4)与(3,5)节点能量非常小,则把(3,4)与(3,5)节点频带称为无用信号集中频段;把剩余 4 个节点频带称为过渡频段.而把双模噪声叠加到确定信号中,比较表 1 中 2 列数据,可以发现各个节点能量都有所变化,除(3,0)与(3,1)节点能量有点增大,其余节点能量都有不同程度地减小,尤其可见,噪声是不均匀分布在所有频带范围内,并且主要分布在过渡频带范围内.根据 4 种常见阈值准则的消噪特点以及多次试验反复比较,选用 Rigrsure 准则处理有用信号集中频段;选用 Minimaxi 准则处理过渡频段;选用 Heursure 准则处理无用信息集中频段.

下面将含双模噪声信号分别采用传统的多尺度小波软阈值、小波包自适应阈值和本文多分段多阈值小波包 3 种方法进行消噪,消噪结果如图 3~图 7 所示.

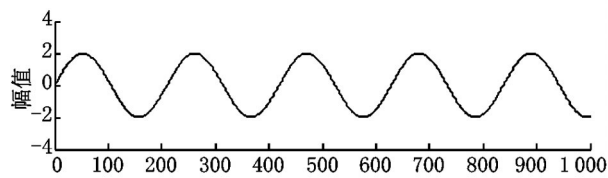


图 3 确定信号

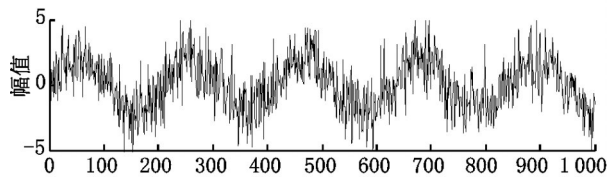


图 4 含噪信号

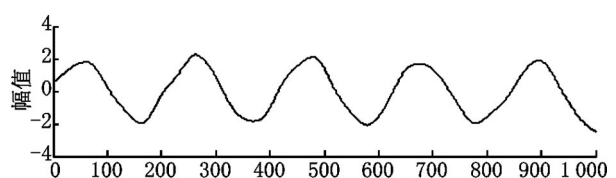


图 5 本文多分段多阈值小波包消噪后的输出信号

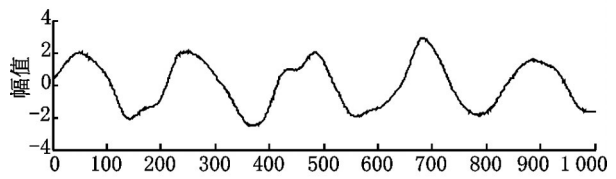


图 6 小波包自适应阈值消噪后的输出信号

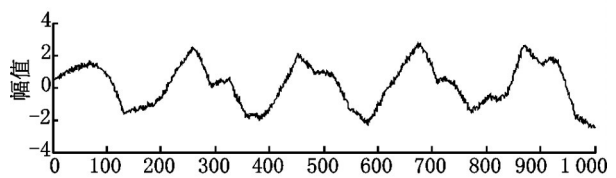


图 7 多尺度小波软阈值消噪后的输出信号

图 5 为采用本文多分段多阈值小波包消噪后的输出信号,与图 6、图 7 采用传统的小波包自适应阈值、多尺度小波软阈值消噪后的输出信号相比,其输出信号更接近确定信号,而且在波形、相关性及光滑性方面都有很大改善.再分别计算 3 种消噪后输出信号的信噪比:图 5 消噪输出波形的信噪比  $SNR=87.997\ 5$ ;图 6 消噪输出波形的信噪比  $SNR=56.765\ 2$ ;图 7 消噪输出波形的信噪比  $SNR=28.688\ 1$ .已知图 4 含噪信号的信噪比  $SNR=0.233\ 6$ ,则通过比较信噪比可知,采用本文消噪方法比传统的小波包自适应阈值、多尺度小波软阈值消噪后输出信号的信噪比大得多,从而证实本文多分段多阈值小波包消噪方法能够有效消除确定信号中含有的双模噪声,消噪效果好.

## 4 结论

通过理论分析及仿真表明,本文提出的多分段多阈值小波包能够有效消除一类模型相对简单的非高斯噪声——双模噪声,但对于结构比较复杂的非高斯噪声,比如电报噪声、多模噪声<sup>[14]</sup>等,本文消噪方法是否有效,还有待于进一步深入研究.

## 5 参考文献

[1] 黄玉划,山拜·达拉拜.双模噪声中信号的检测[J].电路与系统学报,2002(1):37-40.

- [2] 向前, 林春生, 龚沈光. 基于小波包变换的非高斯噪声信号结构分析 [J]. 电子与信息学报, 2004, 26(1): 60-64.
- [3] 张汝波, 林佳仕, 李学耀. 基于小波系数统计的非高斯噪声背景下语音流检测 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(4): 487-490.
- [4] 孙万麟, 杨莲红, 山拜·达拉拜. 一种双模噪声模型的统计特性及其去噪研究 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2010, 34(5): 506-510.
- [5] Francois Chapeau Blondeau, David Rousseau. Constructive action of additive noise in optimal detection [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2005, 15(9): 2985-2994.
- [6] Biswaranjan Behera, Qaiser Jahan. Wavelet packets and wavelet frame packets on local fields of positive characteristic [J]. J Math Anal Appl, 2012, 395: 1-14.
- [7] Leh-Sung Law, Jong Hyun Kim, Willey Y H Liew et al. An approach based on wavelet packet decomposition and Hilbert-Huang transform (WPD-HHT) for spindle bearings condition monitoring [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 33: 197-211.
- [8] 郭建平, 王玉, 王文英. 小波包分析在摩擦焊超声检测信号消噪中的应用 [J]. 机械设计与制造, 2006(8): 106-107.
- [9] 石良武, 谭利娜. 一种基于感兴趣区域的小波域降噪技术 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2010(1): 64-68.
- [10] 林蓉. 小波包变换用于非高斯噪声下的信号检测 [D]. 成都: 电子科技大学, 2005.
- [11] 邹庆云, 王国秋, 王真伟. 由最优双正交小波变换矩阵决定的小波基 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2010(1): 69-73.
- [12] 谭文才, 张秋菊. 小波包多阈值去噪的一种改进方法 [J]. 江南大学学报: 自然科学版, 2012, 11(2): 178-181.
- [13] 章浙涛, 朱建军, 匡翠林, 等. 小波包多阈值去噪法及其在形变分析中的应用 [J]. 测绘学报, 2014, 43(1): 13-20.
- [14] 孙万麟, 山拜·达拉拜. 多模噪声及其消噪研究 [J]. 湖南师范大学学报: 自然科学版, 2012, 35(2): 20-23.

## The Signal De-Noiseing Based on Multi-Threshold Wavelet Packet under Dual-Mode Noise

SUN Wanlin<sup>1</sup>, SENBAI Dalabaev<sup>2</sup>

(1. The Department of Physics, Changji College, Changji Xinjiang 831100, China;

2. School of Information Science and Engineering, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830046, China)

**Abstract:** For a class of non-Gaussian noise-dual-mode noise de-noising, traditional wavelet transform and wavelet packet transform had difficulty in selecting the appropriate threshold criteria and thresholds to quantify. Through detailed analysis of the structure and frequency distribution characteristics of the dual-mode noise signal and based on wavelet packet decomposition frequency band according to the order and comparing the lowest level of energy sub-space node, a band of multi segment and multi threshold wavelet packet de-noising method has been proposed. Simulation results show that in the background of the dual-mode noise and signal to noise ratio under the same situation, this method which is a very effective method of signal de-noising is better than the traditional multi-scale wavelet soft threshold and wavelet packet adaptive threshold de-noising effect.

**Key words:** wavelet packet; multi-threshold; dual-mode noise

(责任编辑: 冉小晓)