第39卷 第4期
2015年7月

江西师范大学学报(自然科学版)
Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science)

Vol. 39 No. 4
Jul. 2015

文章编号:1000-5862(2015)04-0355-05

方差相关保费原理下风险保费的非参数估计

温利民[1,2],张林娜[1],张 美[1],方 婧[1]

(1. 江西师范大学数学与信息科学学院,江西 南昌 330022;
2. 江西财经大学信息管理学院,江西 南昌 330013)

摘要: 基于方差相关保费原理研究了聚合风险模型中方差相关保费的非参数估计,并证明了估计的相合性以及渐近正态性,最后,通过数值模拟的方法验证了估计的大样本性质,给出风险保费的渐近置信区间.

关键词: 方差相关保费原理;非参数估计;相合性;置信区间

中图分类号: O 211.9 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2015.04.05

0 引言

保费是指被保险人参加保险时,根据其投保时所制定的保险费率,向保险人交付的费用. 当保险财产遭受灾害和意外事故造成全部或部分损失,或人身保险中人身发生意外时,保险人均要支付保险金. 保费由保险金额、保险费率和保险期限共同决定. 保费定价是精算师对保险产品制定一个合理价格的过程,从精算的角度来看,保费定价就是要给出一个合理的保费,它不仅足以应付理赔,而且保证保险公司有一个预定的收益. 对于商业保险来说,保费计算原理是要在风险和保费之间建立一种对应关系,使风险较小的被保险人缴纳较少的保费,使风险较大的被保险人缴纳相对较多的保费,从而达到对被保险人的公平对待.

精算师根据不同的保险情况选择不同的保费原理,V. R. Young[1] 提出了11种保费原理,而K. S. Tan等[2] 提出了17种保费原理,关于保费原理的研究可参见文献[3-4]. 然而在保险公司的实际操作中,最常用的保费原理为期望值保费原理、指数保费原理、方差保费原理、标准差保费原理等. Y. Chi等[5] 认为方差保费原理与标准差保费原理在精算学中扮演重要角色,除净保费原理以外,方差保费原理和标准差保费原理是保险实际中应用最为广泛的保费. M. Kaluszka[6] 通过假设方差保费和标准差保费的一类凸原则,研究最优再保险问题. K. S. Tan等[2] 研究了标准差保费和方差保费原理下的最优再保险策略.

注意到方差相关保费原理是融合了方差原理和标准差原理的一种推广的保费原理,M. Guerra等[7] 首次提出并在该原理下讨论了最优再保险策略. 随后,一些学者对方差相关保费原理进行研究[8-9]. 本文将建立聚合风险模型,研究方差相关保费原理下风险保费的非参数估计.

1 聚合风险模型下的方差相关保费原理

非寿险保险一般都是短期保险,短期保险合同是按相应保单在短期限内发生的索赔水平确定保费,弥补一次风险的短期保险合同,风险是一个单独的保单或一组特定的保单. 设随机变量 S 表示保险人在这一年里对这项风险所支付的索赔总额,随机变量 S 的模型包括聚合风险模型和个体风险模型. 本文主要研究聚合风险模型. 如果用 X_j 表示该风险在该保单期内的第 j 次索赔额,而 N 表示在这个保单期内的索赔次数,则该保单期内的总索赔为

$$S = \sum_{j=1}^{N} X_j,$$

称该模型为聚合风险模型. 一般地,在聚合风险模型中常假设索赔次数 N 和索赔额过程 $\{X_j, j \geqslant 1\}$ 满足如下条件:

(C_1) 索赔额 $\{X_j, j = 1,2,\cdots\}$ 与索赔次数 N 相

收稿日期:2014-12-25

基金项目:国家自然科学基金(71361015),中国博士后基金面上课题(2013M540534)和中国博士后特别课题(2014T70615)资助项目.

作者简介:温利民(1979-),男,江西石城人,副教授,博士,主要从事数理统计及保险精算研究.

互独立;

(C_2) 索赔次数 N 服从 Poisson 分布,即 $P(N=k)=\theta^k e^{-\theta}/k!$, $k=0,1,2,\cdots$;

(C_3) 索赔额 $X_j(j=1,2,\cdots)$ 独立同分布,具有概率分布函数 $F_X(x)$,密度函数 $f(x)$,矩母函数 $M_X(t)=E(e^{X_1 t})$ 以及矩 $p_k=E(X^k)$, $k=1,2,\cdots$.

聚合风险模型是非寿险精算中的一种重要的数理模型. 瑞典精算师 Filip Lundberg 在 1903 年发表的博士论文中开创了破产理论的研究,首次提出了聚合风险模型. 随着保险精算的发展,该模型受到了越来越多的学者和保险从业人员的关注,在精算学中有重要的应用. 关于聚合风险模型的研究可以参见文献[10-12].

在非寿险中,精算师的重要任务之一就是对保单制定 1 个合适的保费. 将所有可保风险随机变量的集合记为χ. 对某个聚合风险 $S=\sum_{j=1}^{N}X_j\in\chi$,保费定价是指对风险 S 分配 1 个固定的价格 $H(S)$.

定义 1 设 $S\in\chi$ 是取值非负的风险随机变量,其分布函数为 $F_S(s)$,保费原理就是给风险 S 分配 1 个实值泛函 $H(\cdot)$,记为 $S\to H(S)$.

在精算学中,常用的保费原理有

(i) 净保费原理: $H[X]=E[X]$,该原理也称为等价原理,它只适用于风险中性的保险人;

(ii) 期望值保费原理: $H[X]=(1+\alpha)E[X]$,这里附加保费为$\alpha E[X]$,其中$\alpha>0$是参数. 它适用于生命保险,很少用于财产保险和偶然性保险;

(iii) 指数保费原理: $H[X]=\log(M_X(\alpha))/\alpha$,这里的参数 $\alpha>0$ 为风险厌恶系数. 指数保费原理由于其简单的数学形式以及作为风险测度,满足保费原理的性质,在实际中应用很广泛;

(iv) 方差保费原理: $H[X]=E[X]+\alpha\mathrm{Var}(X)$,这里附加保费与方差成正比,其中 $\alpha>0$ 仍是参数. 它经常适用于财产保险和偶然性保险;

(v) 标准差保费原理: $H[X]=E[X]+\alpha\sigma(X)$,其中 $\alpha>0$ 为参数,$\sigma(x)$ 为标准差,H. Bühlmann[13] 提到的标准差保费最常用于财产保险和意外保险.

与上述保费原理不同,文献[7]提出 1 种新的保费原理——方差相关保费原理,其具体表述如下.

定义 2 对风险 S,定义 S 的方差相关保费为

$$H(S)=E(S)+g(\mathrm{Var}(S)),\tag{1}$$

其中 $g(x)$ 为 $[0,+\infty]\to[0,+\infty]$ 的单调递增连续函数且 $g(0)=0$.

注意到,在方差相关保费原理中,当 $g(x)=\omega x$(ω 为正的参数)时,该原理为方差保费原理,记为 $V(S)$. 而当 $g(x)=\beta\sqrt{x}$(β 为正的参数)时,该原理为标准差保费原理,记为 $\pi(S)$. 方差保费原理在实际应用中常被用来作为商业保险保费计算原理,因为该原理不仅体现保费随风险变化的原则,而且易于操作. 所谓方差保费原理实际上就是净保费加上附加保费,附加保费就是损失赔付方差的比例. 文献[13]详细介绍了方差保费原理. 与方差保费原理类似,标准差保费原理是净保费加上附加保费,但附加保费是损失赔付标准差的比例.

而方差相关保费原理是融合了方差保费原理和标准差保费原理的一种推广的保费原理. 方差相关保费原理的应用非常广泛,本文主要研究聚合风险模型下的方差相关保费原理的非参数估计及大样本性质.

2 方差相关保费原理下风险保费的非参数估计

2.1 方差相关保费原理下风险保费

在保险的实际运用中,由于风险是未知的且取值是随机的. 因此,风险对应的保费 $H(S)$ 是未知的,称之为风险保费. 但是,保险公司在长期的经营中可能已经对风险 S 有了若干年的索赔记录 $S_1,S_2,\cdots,S_n$,在统计中称之为样本. 根据样本的信息,可以对风险保费 $H(S)$ 进行估计.

对于方差相关保费原理的风险保费,容易验证满足如下的性质. 其证明过程参见文献[14].

引理 1 由(1)式给出的风险保费满足独立性、正的安全负荷、合理风险附加、转移不变性和连续性等.

记 $m_k=E(S^k)$ 和 $M_S(t)$ 分别表示聚合风险模型总索赔 S 的 k 阶矩和矩母函数.

命题 1 在模型假设(C_1)~(C_3)下,总索赔S 的矩母函数为

$$M_S(t)=E[e^{tS}]=\exp(\theta(M_X(t)-1)),$$

且总索赔 S 的前 4 阶原点矩为

$$m_1=\theta p_1,m_2=\theta p_2+\theta^2(p_1)^2,m_3=\theta p_3+3\theta^2p_1p_2+\theta^3(M'_X(0))^3,m_4=\theta p_4+3\theta^2(p_2)^2+4\theta^2p_1p_3+6\theta^3(p_1)^2p_2+\theta^4(p_1)^4.$$

根据命题 1,容易得到风险保费更简洁的形式.

命题 2 在模型假设(C_1)~(C_3)下,基于方差相关保费原理的聚合风险 S 对应的风险保费为

$$H(S)=\theta p_1+g(\theta p_2).$$

2.2 聚合风险模型下风险保费的非参数估计

设 $S_i=\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}$ 表示第 i 年的总索赔额，满足聚合风险模型的假设 $(C_1)\sim(C_3)$，各年之间的索赔都是独立的，则 $S_1,S_2,\cdots,S_n$ 可看成 S 的 1 个统计样本。若用 S 的经验分布函数估计其分布函数，则容易得到风险保费 $H(S)$ 的非参数估计为

$$\hat{H}(S)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_i+g\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(S_i)^2-\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_i\right)^2\right)\to H(S),\text{a.s.},$$

这证明了估计的强相合性。

当 $g(x)=\omega x$ 时，方差保费 $V(S)$ 的非参数估计为

$$\hat{V}(S)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}+\omega\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}\right)^2-\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}\right)^2\right),$$

可以得到如下推论。

推论 1　当 $n\to\infty$ 时，$\hat{V}(S)$ 是方差保费 $V(S)$ 的强相合估计，即 $\hat{V}(S)\to V(S)$，a.s.。

当 $g(x)=\beta\sqrt{x}$ 时，标准差保费 $\pi(S)$ 的 1 个非参数估计为

$$\hat{\pi}(S)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}+\beta\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}\right)^2-\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}\right)^2},$$

有如下推论。

推论 2　当 $n\to\infty$ 时，$\hat{\pi}(S)$ 是标准差保费 $\pi(S)$ 的强相合估计，即 $\hat{\pi}(S)\to\pi(S)$，a.s.。

另一方面，考察估计 $\hat{H}(S)$ 的渐近正态性，有如下命题。

命题 3　当 $n\to\infty$ 时，$\hat{H}(S)$ 是 $H(S)$ 的渐近正态估计，即

$$\sqrt{n}(\hat{H}(S)-H(S))\xrightarrow{L}N(0,\sigma^2),$$

其中渐近方差为

$$\sigma^2=(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))^2\theta p_2+2\partial g/\partial(\mu_\psi)(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))(\theta p_3+3\theta^2p_1p_2^2-\theta^2p_1p_2)+\partial g/\partial(\mu_\psi)[\theta p_4+3\theta^2p_2^2+4\theta^2p_1^2p_3+6\theta^3p_1^2p_2+\theta^4p_1^4-(\theta p_2+\theta^2p_1^2)^2],$$

这里 $\mu_\varphi=M'_S(0)$，$\mu_\psi=M''_S(0)$。

证　记

$\Phi_i=S_i$，$\Psi_i=S_i^2$，$\mu_\varphi=E(\Phi_i)$，$\mu_\psi=E(\Psi_i)$，$\sigma_\varphi^2=\mathrm{Var}(\Phi_i)$，$\sigma_\psi^2=\mathrm{Var}(\Psi_i)$，$C_{\varphi\psi}=\mathrm{Cov}(\Phi,\Psi)$。

根据命题 1 知，

$\mu_\varphi=\theta p_1$，$\sigma_\varphi^2=\theta p_2$，$\mu_\psi=M''_S(0)$，$\sigma_\psi^4=M_S^{(4)}(0)-(M''_S(0))^2$，$C_{\varphi\psi}=M_S^{(3)}(0)-\theta p_1M''_S(0)$，

从而 (Φ_i,Ψ_i) $(i=1,2,\cdots,n)$ 可以看成是 (Φ,Ψ) 的样本。由独立同分布的中心极限定理得

$$\sqrt{n}\left(\begin{pmatrix}\overline{\Phi}\\ \overline{\Psi}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\mu_\varphi\\ \mu_\psi\end{pmatrix}\right)\xrightarrow{L}N\left(0,\begin{pmatrix}\sigma_\varphi^2 & C_{\varphi\psi}\\ C_{\varphi\psi} & \sigma_\psi^2\end{pmatrix}\right).$$

令 $f(\varphi,\psi)=\varphi+\omega(\psi-\varphi^2)$，$f(\varphi,\psi)$ 的偏导数在 (μ_φ,μ_ψ) 邻域内连续。注意到，

$$h(\overline{\Phi},\overline{\Psi})=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_i+g\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_i^2-\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}S_i\right)^2\right)=\hat{H}(S),$$

$$h(\mu_\varphi,\mu_\psi)=E(S)+g(\mathrm{Var}(S))=H(S),$$

则由 Cramer 定理[15-16]有

$$\sqrt{n}(\hat{H}(S)-H(S))\xrightarrow{L}N\left(0,(\partial h/\partial(\mu_\varphi),\partial h/\partial(\mu_\psi))\begin{pmatrix}\sigma_\varphi^2 & C_{\varphi\psi}\\ C_{\varphi\psi} & \sigma_\psi^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\partial h/\partial(\mu_\varphi)\\ \partial h/\partial(\mu_\psi)\end{pmatrix}\right),$$

其中 $\partial h/\partial(\mu_\varphi)=1-2\mu_\varphi\partial g/\partial(\mu_\varphi)$，$\partial h/\partial(\mu_\psi)=\partial g/\partial(\mu_\psi)$。

由此得到

$$(\partial h/\partial(\mu_\varphi),\partial h/\partial(\mu_\psi))\begin{pmatrix}\sigma_\varphi^2 & C_{\varphi\psi}\\ C_{\varphi\psi} & \sigma_\psi^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\partial h/\partial(\mu_\varphi)\\ \partial h/\partial(\mu_\psi)\end{pmatrix}=$$
$$(1-2\mu_\varphi\partial g/\partial(\mu_\varphi))^2\sigma_\varphi^2+2C_{\varphi\psi}\partial g/\partial(\mu_\psi)(1-2\mu_\varphi\partial g/\partial(\mu_\varphi))+(\partial g/\partial(\mu_\psi))^2\sigma_\psi^2=$$
$$(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))^2\theta p_2+2\partial g/\partial(\mu_\psi)\cdot(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))(M_S^{(3)}(0)-\theta p_1M''_S(0))+(\partial g/\partial(\mu_\psi))^2(M_S^{(4)}(0)-(M''_S(0))^2)=$$
$$(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))^2\theta p_2+2\partial g/\partial(\mu_\psi)\cdot(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))\cdot[\theta M_X^{(3)}(0)+3\theta^2M'_X(0)M''_X(0)-\theta^2p_1M_X^2(0)]+(\partial g/\partial(\mu_\psi)))^2[\theta M_X^{(4)}(0)+3\theta^2(M''_X(0))^2+4\theta^2M'_X(0)M_X^3(0)+6\theta^3(M''_X(0))^2M_X^2(0)+\theta^4(M'_X(0))^4-(\theta M_X^2(0)+\theta^2(M'_X(0))^2)^2]=$$
$$(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))^2\theta p_2+2\partial g/\partial(\mu_\psi)\cdot(1-2\theta p_1\partial g/\partial(\mu_\varphi))(\theta p_3+3\theta^2p_1p_2^2-\theta^2p_1p_2)+(\partial g/\partial(\mu_\psi))^2[\theta p_4+3\theta^2p_2^2+4\theta^2p_1^2p_3+6\theta^3p_1^2p_2+\theta^4p_1^4-(\theta p_2+\theta^2p_1^2)^2],$$

即$\sqrt{n}(\hat{H}(S)-H(S))\xrightarrow{L}N(0,\sigma^2)$.

推论 3 当 $n\to\infty$ 时,$\hat{H}_{Var}(S)-H_{Var}(S)$ 是渐近正态的,即

$$\sqrt{n}(\hat{H}_{Var}(S)-H_{Var}(S))\xrightarrow{L}N(0,\sigma^2_{Var}),$$

其中渐近方差为

$$\sigma^2_{Var}=(1-2\omega\theta p_1)^2\theta p_2+2\omega(1-2\omega\theta p_1)[\theta p_3+3\theta^2p_1p_2^2-\theta^2p_1p_2]+\omega^2[\theta p_4+3\theta^2p_2^2+4\theta^2p_1^2p_3+6\theta^3p_1^2p_2+\theta^4p_1^4-(\theta p_2+\theta^2p_1^2)^2].$$

推论 4 当 $n\to\infty$ 时,$\hat{\pi}(S)-\pi(S)$ 是渐近正态的,即

$$\sqrt{n}(\hat{\pi}(S)-\pi(S))\xrightarrow{L}N(0,\sigma^2_{std}),$$

其中渐近方差为

$$\sigma^2_{std}=(1-\beta\theta p_1(\theta p_2)^{-1/2})^2\theta p_2+\beta(\theta p_2)^{-1/2}-\beta^2\theta^3p_1p_2(\theta p_3+2\theta p_1p_2)+\beta^2\theta^2p_2(p_4+2\theta p_2^2+4\theta p_1p_3+4\theta^2p_1^2p_2)/4.$$

3 数值模拟

将利用数值模拟的方法验证聚合风险下方差保费估计 $\hat{H}_{Var}(S)$ 和标准差保费估计 $\hat{\pi}(S)$ 的相合性,并构造置信区间,验证其渐近正态性.假定 $X_i(i=1,2,\cdots)$ 独立同分布且服从指数分布,密度函数为 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x},x>0$.因此有

$$\theta p_1=\theta/\lambda,\theta p_2=2\theta/\lambda^2,M''_X(0)=2/\lambda^2,$$
$$M_X^{(3)}(0)=6/\lambda^3,M_X^{(4)}(0)=24/\lambda^4.$$

在模拟中,取 $\omega=0.2,\beta=0.2,\lambda=2,\theta=1$,则方差保费与标准差保费分别为

$$V(S)=\theta p_1+\omega\theta p_2=0.6,$$
$$\pi(S)=\theta p_1+\beta\sqrt{\theta p_2}=0.64,$$

渐近方差分别为

$$\sigma^2_{Var}=(1-2\omega\theta p_1)^2\theta p_2+2\omega(1-2\omega\theta p_1)[\theta p_3+3\theta^2p_1p_2^2-\theta^2p_1p_2]+\omega^2[\theta p_4+3\theta^2p_2^2+4\theta^2p_1^2p_3+6\theta^3p_1^2p_2+\theta^4p_1^4-(\theta p_2+\theta^2p_1^2)^2]=2\theta(1-2\omega\theta/\lambda)^2/\lambda^2+2\omega(1-2\omega\theta/\lambda)(4\theta^2+6\theta)/\lambda^3+\omega^2(24\theta+36\theta^2+12\theta^3+\theta^4)/\lambda^4-(\theta^4+4\theta^2+4\theta^3)/\lambda^4,$$

$$\sigma^2_{std}=(1-\beta\theta p_1(\theta p_2)^{-1/2})^2\theta p_2+\beta(\theta p_2)^{-1/2}-\beta^2\theta^3p_1p_2(\theta p_3+2\theta p_1p_2)+\beta^2\theta^2p_2(p_4+2\theta p_2^2+4\theta p_1p_3+4\theta^2p_1^2p_2)/4=2\theta(1-\beta\theta\sqrt{2\theta}/\lambda^2)^2/\lambda^2+((2\beta\theta/\lambda^2)^{-1/2}-\beta^2\theta/\sqrt{2\theta})(6\theta+4\theta^2)/\lambda^3+\beta^2(24+32\theta+8\theta^2)/(4\sqrt{2}\lambda^3).$$

分别取 $n=10,30,50,200,500,800,1\,000$ 进行模拟,每次模拟重复 5 000 次,计算得到估计的均方误差及置信区间如表 1 所示.

取定不同的 α,在给定的 n 下得到方差保费和标准差保费的 $1-\alpha/2$ 置信度的置信区间如表 2 所示.

表 1 聚合风险模型下方差保费和标准差保费的经验估计的相合性模拟

样本容量 n	10	30	50	200	500	800	1 000
方差保费的均方误差	0.079 8	0.029 1	0.017 6	0.004 4	0.001 4	0.001 1	0.000 8
标准差保费的均方误差	0.044 7	0.022 0	0.008 3	0.002 5	0.002 1	0.001 1	0.000 4

表 2 不同置信水平 α 下的近似置信区间

置信水平 α	$n=30$		$n=200$		1 000	
	0.05	0.01	0.05	0.01	0.05	0.01
方差保费的置信区间	(0.28,0.91)	(0.18,1.01)	(0.48,0.72)	(0.44,0.76)	(0.54,0.65)	(0.53,0.67)
标准差保费的置信区间	(0.45,0.64)	(0.54,0.79)	(0.51,0.70)	(0.53,0.78)	(0.56,0.75)	(0.51,0.76)

4 参考文献

[1] Young V R. Premium principles [M]// Teugels J L, Sundt B. Encyclopedia of actuarial science. New York: Wiley, 2004: 1322-1331.

[2] Tan K S, Weng Chengguo, Zhang Yi. VaR and CTE criteria for optimal quota-share and stop-loss reinsurance [J]. North American Actuarial Journal, 2009, 13(4): 459-482.

[3] 温利民. 信度估计的理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.

[4] 余君, 章溢, 温利民. Stein 损失函数下的保费估计 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2014, 38(2): 171-175.

[5] Chi Y, Tan K S. Optimal reinsurance with general premium principles [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2013, 52(2): 180-189.

[6] Kaluszka M. Optimal reinsurance under convex principles of premium calculation [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2005, 36(3): 375-398.

[7] Guerra M, Centeno M L. Optimal reinsurance for variance related premium calculation principles [J]. Astin Bulletin, 2010, 40(1): 97-121.

[8] Chi Y. Optimal reinsurance under variance related premium principles [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2012, 51(2): 310-321.

[9] 庄小红，温利民，章溢. 方差相关保费原理下具有免赔额的保费估计 [J]. 统计与决策, 2014(14): 15-17.

[10] Martel-Escobar M, Hernández-Bastida A, Vázquez-Polo F J. On the independence between risk profiles in the compound collective risk actuarial model [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2012, 82(8): 1419-1431.

[11] 方婧，章溢，温利民. 聚合风险模型下的信度估计 [J]，江西师范大学学报：自然科学版, 2012, 36(6): 607-611.

[12] 施久玉. 一类聚合风险模型 [J]. 运筹与管理, 2005, 13(6): 53-60.

[13] Bühlmann H. Mathematical methods in risk theory [M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 1970.

[14] Denuit M, Dhaene J, Goovaerts M, et al. Actuarial theory for dependent risks: Measures, orders and models [M]. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

[15] 茆诗松，王静龙，濮晓龙. 高等数理统计 [M]. 北京：高等教育出版社, 1998.

[16] Freguson T S. A course in large sample theory [M]. New York: Chapman & Hall, 1996.

The Nonparametric Estimation of Risk Premium under Variance Related Premium Principle

WEN Limin[1,2], ZHANG Linna[1], ZHANG Mei[1], FANG Jing[1]

(1. Department of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China;
2. Department of Information and Management, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang Jiangxi 330013, China)

Abstract: Based on variance related premium principle, the nonparametric estimation of the variance related premium principle in the aggregate risk models is studied, and the consistency and asymptotic normality of the estimator are proved. Finally, the large sample properties of the estimation through numerical simulation are verified and the asymptotic confidence intervals of the risk premium are given.

Key words: variance related premium principle; nonparametric estimation; consistency; confidence interval

(责任编辑：曾剑锋)