第 39 卷 第 6 期　　江西师范大学学报(自然科学版)　　Vol. 39 No. 6
2015 年 11 月　　Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science)　　Nov. 2015

文章编号:1000-5862(2015)06-0584-04

给定直径的单圈图的极小匹配能量

吴倩倩,李红海*

(江西师范大学数学与信息科学学院,江西 南昌　330022)

摘要:图的匹配能量定义为该图的匹配多项式的零点的绝对值之和. 设 $U(n,d)$ 为 n 阶且直径为 d 的连通单圈图的集合,刻画了 $U(n,d)$ 中取到极小匹配能量的极图.

关键词:匹配能量;单圈图;直径

中图分类号:O 157.5　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2015.06.08

0　引言

本文所考虑的图皆为有限无向简单图. 图的匹配指的是互不邻接的边的集合,用 $m(G,k)$ 表示图 G 的 k-匹配的数目,同时定义 $m(G,0)=1$. 2012 年 I. Gutman 等[1]引进了图 G 的匹配能量,记为 $M(G)$,定义为

$$M(G)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{x^2}\ln\Big[\sum_{k\geqslant 0}m(G,k)x^{2k}\Big]\mathrm{d}x. \quad (1)$$

方程(1)中等式右边的积分关于系数 $m(G,k)$ 是递增的. 这意味着若图 G 与 G' 关于 $\forall k\geqslant 1$ 满足 $m(G,k)\leqslant m(G',k)$,则 $M(G)\leqslant M(G')$. 如果 $\forall k\geqslant 1$,满足 $m(G,k)\leqslant m(G',k)$ 且存在至少有 1 个 k 使得 $m(G,k)<m(G',k)$,则 $M(G)<M(G')$. 这促使引进 1 个偏序关系 $\succcurlyeq$,文献[1]将该偏序关系定义为 $G\succcurlyeq H\Leftrightarrow m(G,k)\geqslant m(H,k)$,对于任意非负整数 k. 若 $\forall k\geqslant 1$,满足 $m(G,k)\geqslant m(H,k)$,则根据偏序关系定义,记为 $G\succcurlyeq H$. 如果 $\forall k\geqslant 1$,满足 $m(G,k)\geqslant m(H,k)$ 且存在某个 k 使得 $m(G,k)>m(H,k)$,则根据偏序关系定义,记为 $G\succ H$. 由此易见,$G\succcurlyeq H\Rightarrow M(G)\geqslant M(H)$ 且 $G\succ H\Rightarrow M(G)>M(H)$.

在文献[1]中引进了匹配能量的概念之后,文献[2]刻画了给定连通度和色数的极大连通图. 进一步地,文献[3]决定了连通双圈图的极图,文献[4]刻画了某些极图,文献[5]决定了 3 圈图的极大匹配能量. 文献[6]刻画了给定参数的图的极值匹配能量,文献[7]刻画了给定直径的单圈图和双圈图的匹配能量,修正了有关单圈图的部分结论,刻画了在给定直径的单圈图中达到最小匹配能量的极图.

设 $U(n,d)$ 表示 n 阶且直径为 d 的连通单圈图的集合,其中 $2\leqslant d\leqslant n-2$. 文献[8]刻画了给定直径的单圈图的极小能量. 本文刻画了 $U(n,d)$ 中图的极小匹配能量. 当 $d=2$ 时,易见 $U(n,2)=S'_n$,其中 S'_n 是在星图 S_n 的 2 个悬挂点联边得到的. 因此,接下来在讨论 $U(n,d)$ 中的极图时总假设 $3\leqslant d\leqslant n-2$.

1　引理

通常,分别用 P_n 与 S_n 表示 n 阶路与星图. 给定图 G 与 G 中的 1 条边 uv,用 $G-uv$(或 $G-v$)表示图 G 中删去边 uv(或点 v 及与点 v 关联的边)所得到的图.

引理 1[1]　若 u,v 是 G 的邻接点,则对于任意整数 k,有

$$m(G,k)=m(G-uv,k)+m(G-u-v,k-1),$$
$$m(G,k)=m(G-u,k)+\sum_{v\sim u}m(G-u-v,k-1),$$

其中 $\sum_{v\sim u}$ 表示在所有与 u 邻接的点上求和.

由此易得下面的结果.

引理 2　设 G 是 1 个简单图,且 H 是 G 中的子图(或 H 为 G 中的真子图,即 $E(G)\supset E(H)$,且 $E(G)\neq E(H)$),则 $G\succcurlyeq H$(或 $G\succ H$).

引理 3[9]　若 $G_1\succcurlyeq G_2$,则 $G_1\cup H\succcurlyeq G_2\cup H$,其

收稿日期:2015-04-15

基金项目:国家自然科学基金(11201198),江西省自然科学基金(20132BAB201013,20142BAB211013)和江西师范大学青年英才基金资助项目.

通信作者:李红海(1979-),男,河北邢台人,副教授,博士,主要从事图论的研究.

中 H 为任意 1 个图.

引理 4 [10]　$P_n \succ P_2 \cup P_{n-2} \succ P_4 \cup P_{n-4} \succ \cdots \succ P_3 \cup P_{n-3} \succ P_1 \cup P_{n-1}$.

设 $T(n,d)$ 为 n 阶且直径为 d 的树的集合,其中 $2 \leqslant d \leqslant n-2$. 定义 $T_{n,d}$ 为路 P_d 的 1 个端点连接 $n-d$ 条悬挂边所构成的图. 注意到 $T_{n,d} \in T(n,d)$.

引理 5 [8]　设 $T \in T(n,d)$ 且 $T \neq T_{n,d}$,则 $P_n \succ T \succ T_{n,d} \succ S_n$.

引理 6 [8]　若 $d > d_0 \geqslant 3$,则 $T_{n,d} \succ T_{n,d_0}$.

引理 7 [11]　若 u 是图 G 中的任意 1 个点,且 $P(n,k,G,u)$ 表示路 $v_1v_2\cdots v_n$ 中的点 v_k 与图 G 中的点 u 融合所得的图,则对于 $n=4k+i, i \in \{-1,0,1,2\}, k \geqslant 1$,

$P(n,1,G,u) \succ P(n,3,G,u) \succ \cdots \succ P(n,2k+1,G,u) \succ P(n,2k,G,u) \succ P(n,2k-2,G,u) \succ \cdots \succ P(n,2,G,u)$.

对于图 G 和图 G 中的任意 2 个点 u,v,用 $d_G(u,v)$ 表示 G 中 u,v 两点之间的距离,d_v 表示 v 的顶点度. 设 $v(G)$ 与 $d(G)$ 分别表示 G 的阶与直径. 若 $G \in U(n,d)$,则 G 中的唯一 1 个圈用 $C(G)$ 表示,且 G 中长为 d 的路称为 G 中的直径,用 $P(G)$ 表示在 G 中任意选择的 1 条直径路.

用 $U_{n,d}$ 表示在图 $T_{n-1,d}$ 上添加 1 个新的顶点,以及这个顶点与最大度点和与最大度点距离为 2 的点之间联边的图,如图 1 所示.

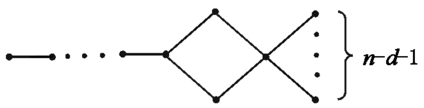

图 1　$U_{n,d}$

引理 8　对于任意图 $G \in U(n,n-2)$ 且 $n \geqslant 6$,有 $G \succcurlyeq U_{n,n-2}$,等式成立当且仅当 $G \cong U_{n,n-2}$.

证　不失一般性,设 $V(G)=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$ 且 $P(G)=v_1v_2\cdots v_{n-1}$ 是 G 中的 1 条直径路. 考虑点 v_n,由于 G 为单圈图,则 v_n 与 $P(G)$ 上的 2 个点 u,v 邻接. 同时,由于 G 的直径为 $n-2$,因此 $d_{P(G)}(u,v) \leqslant 2$,若 $u=v_s$ 对于某个 $s(1 \leqslant s \leqslant n-2)$ 成立,则 $v=v_{s+1}$ 或 $v=v_{s+2}$.

(i) $v=v_{s+1}$. 为了方便,用 G_s 表示 G. 对于边 v_sv_{s+1} 应用引理 1,则 $\forall i$,有

$$m(G_s,i)=m(P_n,i)+m(P_{s-1}\cup P_{n-s-2},i-1) \geqslant m(P_n,i)+m(P_1\cup P_{n-4},i-1)=m(G_{n-3},i)=m(T_{n,n-2},i)+m(P_2\cup P_{n-4},i-1) \geqslant m(T_{n,n-2},i)+m(P_3\cup P_{n-5},i-1)=m(U_{n,n-2},i),$$

其中第 2 个等式和第 3 个等式分别是在 G_{n-3} 的边 $v_{n-3}v_{n-2}$ 和 $v_{n-3}v_n$ 上应用引理 1 得到的. 注意到第 1 个不等式等号成立当且仅当 $s=2$ 或 $s=n-3$,第 2 个不等式等号成立当且仅当 $n=7$. 因此,当 $n=7$ 时,可得极图 $G_4=G_2=U_{7,5}$,当 $n>7$ 时,注意到第 2 个不等式严格成立. 综上,故 $\forall s(1 \leqslant s \leqslant n-2)$,$G_s \succ U_{n,n-2}$.

(ii) $v=v_{s+2}$. 对于图 G 中的点 v_n 应用引理 1,则 $\forall i$,有

$$m(G,i)=m(P_{n-1},i)+m(P_{s-1}\cup P_{n-s-1},i-1)+m(P_{s+1}\cup P_{n-s-3},i-1) \geqslant m(P_{n-1},i)+m(P_1\cup P_{n-3},i-1)+m(P_3\cup P_{n-5},i-1)=m(U_{n,n-2},i),$$

其中等式成立当且仅当 $\{P_{s-1}\cup P_{n-s-1},P_{s+1}\cup P_{n-s-3}\}=\{P_1\cup P_{n-3},P_3\cup P_{n-5}\}$,即 $G \cong U_{n,n-2}$.

综合所述,引理 8 得证.

2　主要结果

定理 1　对于任意图 $G \in U(n,d)$,其中 $n \geqslant 6$ 且 $3<d \leqslant n-2$,有 $M(G) \geqslant M(U_{n,d})$,等式成立当且仅当 $G \cong U_{n,d}$.

证　应用引理 1 于 $U_{n,d}$ 中合适的边或点,于是易得,$\forall i$,有

$$m(U_{n,d},i)=m(U_{n-1,d},i)+m(T_{d,d-2},i-1)= \tag{2}$$

$$m(T_{n,d},i)+m(P_{d-3}\cup S_{n-d+1},i-1). \tag{3}$$

首先,$\forall i, m(C_n,i)=m(P_n,i)+m(P_{n-2},i-1)$. 由引理 6 得 $P_n \succ T_{n,d}$,由 $3<d \leqslant n-2$,引理 4 与引理 5 可得 $P_{n-2} \succ P_{d-3}\cup P_{n-d+1} \succ P_{d-3}\cup S_{n-d+1}$. 所以由引理 1 与方程(3)得,$\forall i$,有

$$m(C_n,i)=m(P_n,i)+m(P_{n-2},i-1) \geqslant m(T_{n,d},i)+m(P_{d-3}\cup S_{n-d+1},i-1)=m(U_{n,d},i),$$

并且至少存在 1 个 i,使得该不等式严格成立. 这意味着 $M(C_n)>M(U_{n,d})$. 因此,可以假设 $G \neq C_n$ 且 G 的围长小于 n. 不失一般性,设 $P(G)=v_1v_2\cdots v_{d+1}$ 为 G 中 1 条直径路,则 v_1 或 v_{d+1} 必有 1 个为悬挂点.

通过对 G 中的点与直径之差(即 $n-d$)进行归纳. 当 $n-d=2$ 时,由引理 8 可知结论成立. 只需证当 $n-d \geqslant 3$ 时,以下 2 种情况结论成立.

情形 1　图 G 中至少存在 1 条悬挂边 uv,使得 $uv \cap P(G)=\varnothing$. 假设 $d_u=1$. 注意 $G-u \in U(n-1,d)$,且 $P_{d+1}=P(G) \subseteq G-u-v$,显然,$P_{d+1} \succ P_d \succ T_{d,d-2}$. 由于 $n-1-d<n-d$,通过归纳假设,有 $G-u \succcurlyeq U_{n-1,d}$. 应用引理 1 且同时通过方程(2),

可得$G > U_{n,d}$.

情形2　G 中所有悬挂边与 $P(G)$ 相交.

(a) 圈 $C(G)$ 的1条边 uv,使得 $uv \cap P(G) = \varnothing$,则有 $G - uv \supseteq T(n,d)$ 且 $G - u - v \supseteq T(n-2,d)$. 若 $G - uv \in T(n,d_1)$,$d_1 \geqslant d$,$G - u - v \in T(n-2,d_2)$,$d_2 \geqslant d$,则通过引理5与引理6,有 $G - uv \geqslant T_{n,d_1} \geqslant T_{n,d}$ 且 $G - u - v \geqslant T_{n-2,d_2} \geqslant T_{n-2,d}$. 进一步地,由引理5知 $T_{n-d+1,3} > S_{n-d+1}$. 删除 $T_{n-2,d}$ 中1条恰当的边 e,使得 $T_{n-2,d} - e = P_{d-3} \cup T_{n-d+1,3} > P_{d-3} \cup S_{n-d+1}$,其中后一个偏序关系由引理3获得. 因此,由方程(3)得 $G > U_{n,d}$.

(b) 圈 $C(G)$ 中的所有的边均与 $P(G)$ 相交. 在这个情况中,设 $P(G) \cap C(G) = v_s v_{s+1} \cdots v_{s+r}$ 且 $C(G)/P(G) = v$,则 $C(G) = v v_s v_{s+1} \cdots v_{s+r} v$. 由于 $d_{P(G)}(v_s, v_{s+r}) = r \leqslant d_G(v_s, v_{s+r}) = 2$,因此,$r = 1$ 或 $r = 2$.

当 $r = 1$ 时,由于 $v(G) - d(G) \geqslant 3$,因此至少存在1个悬挂点 u,不同于 v_1,v_{d+1}. 不失一般性,假设 $uv_l \in E(G)$,使得 $l \leqslant s$. 注意 $G - u \in U(n-1,d)$ 且 $P_{l-1} \cup P_{d-l+2} \subseteq G - u - v_l$,其中当 $l < s$ 时,$P_{d-l+2} = v_{l+1} \cdots v_s v v_{s+1} \cdots v_{d+1}$,当 $l = s$ 时,$P_{d-l+2} = v v_{s+1} v_{s+2} \cdots v_{d+1}$. 显然,由 $3 < d \leqslant n-2$,引理4与引理5得 $P_{l-1} \cup P_{d-l+2} \geqslant P_1 \cup P_d > T_{d,d-2}$. 由于 $n - 1 - d < n - d$,通过归纳假设,有 $G - u \geqslant U_{n-1,d}$. 应用引理1与方程(2),有 $G > U_{n,d}$,且 $G \neq U_{n,d}$.

当 $r = 2$ 时,$P(G) \cap C(G) = v_s v_{s+1} v_{s+2}$ 且 $C(G) = v v_s v_{s+1} v_{s+2} v$. 假设有1条悬挂边 uw,使得 $w \in \{v_s, v_{s+1}, v_{s+2}\}$. 若 $w = v_{s+1}$,则 $G - u \in U(n-1,d)$ 且 $P_{d+1} \subseteq G - u - v_{s+1}$. 显然,$P_{d+1} > T_{d,d-2}$. 在这种情况下,通过引理1与方程(2)有 $G > U_{n,d}$ 且 $G \neq U_{n,d}$. 若 $w = v_s$($w = v_{s+2}$ 的证明类似),则 $G - u \in U(n-1,d)$ 且 $P_{s-1} \cup T_{d-s+2,d-s} \subseteq G - u - v_s$. 注意,$\forall i$,有,

$$m(P_{s-1} \cup T_{d-s+2,d-s}, i) = m(P_{s-1} \cup P_{d-s+1}, i) + m(P_{s-1} \cup P_{d-s-1}, i-1) \geqslant m(P_{d-1}, i) + m(P_{d-3}, i-1) = m(T_{d,d-2}, i),$$

由引理1与方程(2)得,$\forall i$,有

$$m(G,i) = m(G-u,i) + m(G-u-v_s, i-1) \geqslant m(U_{n-1,d}, i) + m(P_{s-1} \cup T_{d-s+2,d-s}, i-1) \geqslant m(U_{n-1,d}, i) + m(T_{d,d-2}, i-1) = m(U_{n,d}, i),$$

其中等式成立当且仅当 $s = 2$ 且 $P_{s-1} \cup T_{d-s+2,d-s} = G - u - v_s$,这可以推出 $G \cong U_{n,d}$.

否则,G 上的所有悬挂点与 $C(G)$ 不交. 选择1条悬挂边 uv_l,不失一般性,假设 $l < s$($l > s + 2$ 证明类似),则 $G - u - v_l$ 包含路 P_{l-1} 与子图 $G' \in U(n', d')$ 的并,其中 $d' \geqslant d - l$,$n' \geqslant d' + 2$,且 $n' + l - 1 \leqslant n - 2$. 由于 $n' - d' \leqslant n - l - 1 - (d - l) = n - d - 1$,则通过归纳有 $G' \geqslant U_{n',d'}$. 显然 $U_{n',d'} \geqslant U_{d-l+2,d-l} > T_{d-l+2,d-l}$. 通过之前的证明,已经有 $P_{l-1} \cup T_{d-l+2,d-l} > T_{d,d-2}$. 再通过引理1与方程(2),定理1得证.

用 $U_{n,3}^1$ 表示在图 $T_{n-1,3}$ 上添加1个新的顶点,以及这个顶点与最大度点和唯一的度为2的点之间联边的图,如图2所示.

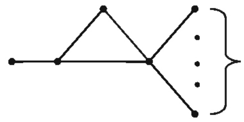

图2　$U_{n,3}^1$

定理2　对于任意图 $G \in U(n,3)$ 且 $n \geqslant 5$,有 $M(G) \geqslant M(U_{n,3}^1)$,等式成立当且仅当 $G \cong U_{n,3}^1$.

证　对于任意图 $G \in U(n,3)$,假设 $P(G) = v_1 v_2 v_3 v_4$ 是 G 中的1条直径路. 为了证明该定理,对 G 的阶 $v(G)$ 进行归纳.

(i) 当 $v(G) = 5$ 时,G 中考虑点 v_5 与 $P(G)$ 上的2个点 u,v 邻接,形成1个单圈. 若对于某个 s($1 \leqslant s \leqslant 3$),则 $v = v_{s+1}$ 或 $v = v_{s+2}$.

若 $v = v_{s+1}$. 对于 G 中的边 $v_s v_{s+1}$ 应用引理1,则 $\forall i$,有

$$m(G,i) = m(P_5, i) + m(P_{s-1} \cup P_{3-s}, i-1) \geqslant m(P_5, i) + m(P_1 \cup P_1, i-1) = m(U_{5,3}^1, i),$$

其中等式成立当且仅当 $s = 2$,即 $G \cong U_{5,3}^1$.

若 $v = v_{s+2}$. 显然,在这种情况下 $G \cong U_{5,3}$. 对于边 $v_s v_5$ 应用引理1,则 $\forall i$,有

$$m(G,i) = m(P_5, i) + m(P_1 \cup P_2, i-1) \geqslant m(P_5, i) + m(P_1 \cup P_1, i-1) = m(U_{5,3}^1, i),$$

注意,至少有1个 i 使得该不等式严格成立. 因此,$G > U_{5,3}^1$.

(ii) 现假设 $v(G) \geqslant 6$,有以下2种情况.

应用引理1于 $U_{n,3}^1$ 中合适的边或点,则 $\forall i$,有

$$m(U_{n,3}^1, i) = m(U_{n-1,3}^1, i) + m(P_3, i-1) = m(T_{n,3}, i) + m(S_{n-3}, i-1). \quad (4)$$

情形1　图 G 中至少存在1条悬挂边 uv,使得 $uv \cap P(G) = \varnothing$,假设 $d_u = 1$. 注意 $G - u \in U(n-1,3)$,且 $P_4 = P(G) \subseteq G - u - v$,显然,$P_4 > P_3$. 由于 $n - 1 < n$,则通过归纳假设,有 $G - u \geqslant U_{n-1,3}^1$. 同时应用引理1与方程(4),可得 $G > U_{n,3}^1$.

情形2　图 G 中的所有悬挂边与 $P(G)$ 中的某

些点关联.

(a) 圈 $C(G)$ 中有 1 条边 uv,使得 $uv \cap P(G) = \varnothing$. 注意 $G - uv \supseteq T(n,3)$ 且 $G - u - v \supseteq T(n-2,3)$. 若 $G - uv \in T(n,d_1)$,$d_1 \geqslant 3$,$G - u - v \in T(n-2,d_2)$,$d_2 \geqslant 3$,则通过引理 5 与引理 6,$G - uv \succcurlyeq T_{n,d_1} \succcurlyeq T_{n,3}$ 且 $G - u - v \succcurlyeq T_{n-2,d_2} \succcurlyeq T_{n-2,3}$. 删除 $T_{n-2,3}$ 中 1 条恰当的边 e,有 $T_{n-2,3} - e = P_1 \cup S_{n-3}$,由引理 2 得 $T_{n-2,3} \succ P_1 \cup S_{n-3}$,则由方程(5)得 $G \succ U_{n,3}^1$.

(b) $C(G)$ 中的所有边均与 $P(G)$ 相交. 在这种情况下,假设 $P(G) \cap C(G) = v_s v_{s+1} \cdots v_{s+r}$ 且 $C(G)/P(G) = v$,则 $C(G) = v v_s v_{s+1} \cdots v_{s+r} v$. 由于 $d = 3$,则 $r = 1$ 或 $r = 2$.

当 $r = 1$ 时,由于 $v(G) \geqslant 6$,则至少存在 1 个不同于 v_1,v_4 的悬挂点 u. 假设 $uv_l \in E(G)$,使得 $1 < l \leqslant s \leqslant 3$. 注意 $G - u \in U(n-1,3)$,且 $P_{l-1} \cup P_{5-l} \subseteq G - u - v_l$. 其中,当 $1 < l < s \leqslant 3$ 时,只有 1 种情况,即 $l = 2$ 且 $s = 3$,$P_{5-l} = P_3 = v_3 v v_4$. 当 $1 < l = s \leqslant 3$ 时,$P_{d-l+2} = v v_{s+1} v_{s+2} \cdots v_{d+1}$. 显然,$P_{l-1} \cup P_{5-l} \succcurlyeq P_1 \cup P_3$. 由引理 1 与方程(4),得 $G \succcurlyeq U_{n,3}^1$,等式成立当且仅当 $s = l = 2$ 且 $P_{l-1} \cup P_{5-l} = G - u - v_l$.

当 $r = 2$ 时,假设 $P(G) \cap C(G) = v_s v_{s+1} v_{s+2}$ 且 $C(G) = v v_s v_{s+1} v_{s+2} v$,因此 $s = 1$ 或 $s = 2$. 在这种情况下 $G \neq U_{n,3}^1$,不妨设 $s = 2$($s = 1$ 的证明类似).

假设有 1 条悬挂边 uw,使得 $w \in \{v_s, v_{s+1}, v_{s+2}\}$. 若 $w = v_{s+1} = v_3$,则有 $G - u \in U(n-1,3)$ 且 $P_4 \subseteq G - u - v_{s+1}$. 显然,$P_4 \succ P_3$,则通过引理 1 与方程(4),有 $G \succ U_{n,d}$. 若 $w = v_s = v_2$($w \neq v_4$,否则 $d = 4$),则 $G - u \in U(n-1,3)$ 且 $P_3 \subseteq G - u - v_s$. 通过引理 1 与方程(4),有 $G \succ U_{n,3}^1$.

综上所述,定理 2 得证.

3　参考文献

[1] Gutman I, Wagner S. The matching energy of a graph [J]. Discrete Appl Match, 2012, 160(15): 2177-2187.

[2] Li Shuli, Yan Weigen. The matching energy of graphs with given parameters [J]. Discrete Appl Math, 2014, 162(1): 415-420.

[3] Ji Shengjin, Li Xueliang, Shi Yongtang. Extremal matching energy of bicyclic graphs [J]. MATCH Commun Math Comput Chem, 2013, 70(2): 697-706.

[4] Ji Shengjin, Ma Hongping. The extremal matching energy of graphs [J]. Ars Combinatoria, 2014, 115: 343-355.

[5] Chen Lin, Shi Yongtang. Maximal matching energy of tricyclic graphs [J]. MATCH Commun Math Comput Chem, 2015, 73(1): 105-119.

[6] Li Honghai, Zhou Yunxia, Su Li. Graphs with extremal matching energies and prescribed parameters [J]. MATCH Commun Math Comput Chem, 2014, 72(1): 239-248.

[7] Chen Lin, Liu Jinfeng, Shi Yongtang. Matching energy of unicyclic and bicyclic graphs with a given diameter [J]. Complexity, 2014, 20(2): 1-28.

[8] Li Feng, Zhou Bo. Minimal energy of unicyclic graphs of a given diameter [J]. J Math Chem, 2008, 43(2): 476-484.

[9] Gutman I, Cvetkovic D. Finding tricyclic graphs with a maximal number of matchings-another example of computer aided research in graph theory [J]. Publications de l'Institut Mathématique, Nouvelle Série, 1984, 35(1): 33-40.

[10] Li Xueliang, Shi Yongtang, Gutman I. Graph energy [M]. New York: Springer, 2012.

[11] Gutman I, Zhang Fuji. On the ordering of graphs with respect to their matching numbers [J]. Discrete Appl Math, 1986, 15(1): 25-33.

The Minimal Matching Energy of Unicyclic Graphs of a Given Diameter

WU Qianqian, LI Honghai*

(College of Mathematics and Informatics, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: The matching energy of a graph was defined as the sum of the absolute values of zeros of its matching polynomial. Let $U(n,d)$ be the set of connected unicyclic graphs of order n and diameter d, the graph from $U(n,d)$ minimizing the matching energy is completely characterized.

Key words: matching energy; unicyclic graph; diameter

(责任编辑:曾剑锋)