

文章编号: 1000-5862(2016)02-0162-06

基于流固耦合的直接虚拟区域法离散 δ 函数研究

吴世枫^{1,2}, 简弃非²

(1. 广东技术师范学院计算机科学系 广东 广州 510665; 2. 华南理工大学机械与汽车工程学院 广东 广州 510006)

摘要: 研究直接虚拟区域法中欧拉点和拉格朗日点上速度、虚拟力等物理量的交换函数在流固耦合计算中的应用. 通过直接虚拟区域法中运用不同类型和收敛阶的离散 δ 函数, 对颗粒在液体中自由沉降的流固耦合问题进行分析, 得出了选择直接虚拟区域法中离散 δ 函数的原则. 根据欧拉网格特点选择 $\delta_h^1(r)$ 函数和拉格朗日网格特点选择 $\delta_h^2(r)$ 函数, 率先提出了 $\delta_h^1(r) \neq \delta_h^2(r)$ 的新构造方法, 使直接虚拟区域法能更加精确和高效地模拟出颗粒在流体中自由沉降这一重要问题, 并通过了数值试验论证.

关键词: 流固耦合; 直接虚拟区域法; 离散 δ 函数; 颗粒沉降

中图分类号: O 35 文献标志码: A DOI: 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2016.02.10

0 引言

粒子悬浮流通常指固体颗粒在流体中的流动, 属于一种典型的固液2相流, 它广泛出现在自然界和工业应用中, 如江河中的泥沙沉积、地质灾害的泥石流、流化床中的气固流动等, 以及粉尘洁净、造纸过程和食品加工等实际应用领域中^[1-5]. 以 R. Glowinski^[1-3]为代表的虚拟区域法是求解此类问题的一种有效方法. 虚拟区域法的应用十分广泛, 是一种直接求解流固耦合问题的有效方法, 在航空、航天、造船、水利等工程技术领域中都得到广泛应用. 通过假设流体充满颗粒占据的空间, 这样把一个几何复杂区域(可能随时间变化)内的问题扩展到一个相对大的、但几何简单的区域(虚拟区域)中, 控制流体流动的 N-S 方程和控制颗粒运动的刚体运动方程通过无滑移边界条件及作用在颗粒上的力和力矩耦合在一起进行求解, 而刚体运动的限制通过一个拉格朗日乘子来施加. 这一方法的优点是: 1) 作用在颗粒上的力和力矩不再需要显式计算; 2) 由于计算区域不随时间变化, 可以应用固定的结构化网格, 而不同基于移动的非结构化网格的直接模拟方法, 每一个时间步都需要重画网格和投影, 从而大大节约了计算时间; 3) 由于扩展的计算区域一般都是几何简单的, 这样可以采用规则的网格和快速求解算法.

最近十多年来, 人们开始越来越多地研究和发展虚拟区域法. 文献[5-6]发展一种结合浸入边界法^[7]优点的直接虚拟区域法. 文献[8-9]对直接虚拟区域法进一步进行了研究和发展. 直接虚拟区域法对于拉格朗日点上的物理量和欧拉点上的物理量之间相互转化不是通过几何插值来实现, 而是通过 δ 函数来进行的. 直接虚拟区域法通过离散 δ 函数传递流体相(欧拉点)和固体相(拉格朗日点)的相互作用, 因此这个离散 δ 函数质量和选择就成为影响整个算法质量中的一个非常重要的因素. 另外, 在浸入边界法中, 也是通过离散 δ 函数传递流体和固体的相互作用. 鉴于离散 δ 函数对于直接虚拟区域法和浸入边界法的重要性, 有部分学者^[10-12]对离散 δ 函数在浸入边界法中的应用进行了研究, 并得到了一些重要的结论. 但是到目前为止, 很少有人对离散 δ 函数在直接虚拟区域法中的应用进行研究, 并选择和构造最合适于直接虚拟区域法的离散 δ 函数, 使虚拟区域法在求解流固耦合问题上更加精确和高效.

浸入边界法^[7]或直接虚拟区域法^[6]中通常的离散函数构造如下: 先构造1维的离散 δ 函数, 通过1维的离散 δ 函数相乘, 得到高维的离散函数. 流体相(欧拉点)和固体相(拉格朗日点)的相互传递函数, 通常的算法中只采用同一个离散 δ 函数. 对于这种构造方法, 就有可能由于欧拉网格和拉格朗日网

收稿日期: 2015-11-02

基金项目: 国家自然科学基金(50930005), 广东省科技计划(2014KQNCX175, 2013B090600022)和广州市科技计划(201508010045)资助项目.

作者简介: 吴世枫(1980-), 男, 福建三明市人, 博士, 主要从事计算流体力学和多相流的研究.

格的不同特点产生较大的数值误差和更低的效率. 采用传统的离散 δ 函数,计算的水动力有时候会产生非物理的振荡^[10],有时候数值误差比较大^[12]. 本文根据直接虚拟区域法的本身特点,通过研究运用不同类型、不同收敛阶的离散 δ 函数,得出选择和构造离散 δ 函数的方法和原则,并且首次提出了根据欧拉网格和拉格朗日网格不同特点采用不同离散 δ 函数的构造方法,更加高效精确地模拟出颗粒在流体中自由沉降这一重要问题,并通过数值试验论证本文原则和构造方法的正确性.

1 直接虚拟区域法

虚拟区域法既是一种数学建模方法又是一种数值方法. 通过假设流体也充满颗粒占据的空间,把一个几何复杂区域内的问题扩展到一个相对大的、但几何简单的区域(虚拟区域)中,控制流体流动 N-S 方程和控制颗粒运动的刚体运动方程通过无滑移边界条件及作用在颗粒上的力和力矩耦合在一起进行求解,而刚体运动的限制通过一个拉格朗日力来施加. 虚拟区域法计算区域见图 1.

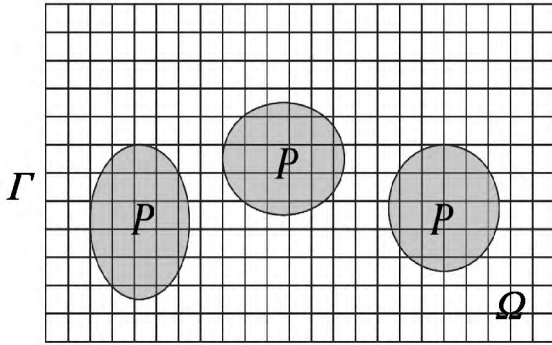


图1 虚拟区域法计算区域图

假设流体是不可压流体,密度和压力为常数,固体颗粒在流体中运动的直接虚拟区域法无量纲数学模型方程可写成^[5-6]

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = \frac{\nabla^2 u}{\text{Re}} - \nabla p + \lambda & \text{在 } \Omega = \Omega_f + P \text{ 内,} \\ \nabla \cdot u = 0 & \text{在 } \Omega \text{ 内,} \\ u = U + \omega \times r & \text{在 } P \text{ 内,} \\ (\rho_r - 1) V_p^* \left(\frac{dU}{dt} - \text{Fr} \frac{g}{g} \right) = - \int_P \lambda dx & \text{在 } P \text{ 内,} \\ (\rho_r - 1) \frac{d(J^* \cdot \omega)}{dt} = - \int_P r \times \lambda dx & \text{在 } P \text{ 内,} \end{cases} \quad (1)$$

其中 u 为虚拟流体速度, p 为虚拟流体压强, Re 为 Reynolds 数, λ 为固体作用在虚拟流体上的虚拟力,

Ω 为整个求解区域, Ω_f 为纯流体区域, P 为固体区域, U 为固体颗粒线速度, ω 为固体颗粒角速度, r 为固体颗粒转动的半径, ρ_r 为固体颗粒密度和流体颗粒密度比, V_p^* 为固体颗粒无量纲体积, Fr 为 Froude 数, J^* 为固体颗粒旋转矩.

无量纲流固耦合控制方程(1)是虚拟区域法的强形式,方程中显含分布的虚拟体力 λ ,属于直接力方法. 对于单个2维颗粒在不可压流体中自由沉降,流体相采用均匀直角坐标交错网格,时间相采用向后 Euler 离散,对流相采用 QUICK 格式,粘性相采用中心格式,同时采用 SIMPLE 方法求解(1)中流体相动量方程为

$$a_{i,j} u_{i,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* - \frac{p_{i,j}^* - p_{i-1,j}^*}{\delta x} \Delta V_u + b_{i,j} + \lambda_{xi,j}^*, \quad (2)$$

$$a_{i,j} v_{i,j}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* - \frac{p_{i,j}^* - p_{i,j-1}^*}{\delta y} \Delta V_v + b_{i,j} + \lambda_{yi,j}^*. \quad (3)$$

SIMPLE 方法求解流体相压力修正方程为

$$a_{i,j} p_{i,j}' = a_{i-1,j} p_{i-1,j}' + a_{i+1,j} p_{i+1,j}' + a_{i,j-1} p_{i,j-1}' + a_{i,j+1} p_{i,j+1}' + b_{i,j}'. \quad (4)$$

压力和速度更新方程为

$$\begin{aligned} p_{i,j} &= p_{i,j}^* + p_{i,j}', \\ u_{i,j} &= u_{i,j}^* + d_{i,j} (p_{i-1,j}' - p_{i,j}'), \\ v_{i,j} &= v_{i,j}^* + d_{i,j} (p_{i,j-1}' - p_{i,j}'). \end{aligned} \quad (5)$$

虚拟体积力作为未知的力 λ 引入到控制方程当中,和未知的速度、压力同时间步. 这种虚拟力和流场同步迭代的过程,相当于采用了真正隐式力的方法进行计算,使得力的计算和流场计算在同一个时刻达到收敛,从而保证计算的稳定性和时间精度. 根据 SIMPLE 的速度和压力更新式,虚拟力 λ 的更新为

$$\lambda = \lambda^* + \frac{U^{n+1} + \omega^{n+1} \times r - I(u^*)}{\Delta t}, \quad (6)$$

其中 $I(u^*)$ 是将流体速度从欧拉点传递到拉格朗日点的插值算子, u^* 表示上一次迭代的流体速度. 刚体相(6)中,固体速度 U^{n+1} , ω^{n+1} 可以由下方方程得出.

$$\rho_r V_p^* \frac{U^{n+1}}{\Delta t} = (\rho_r - 1) V_p^* \left(\frac{U^n}{\Delta t} + \text{Fr} \frac{g}{g} \right) + \int_P \left(\frac{u^*}{\Delta t} - \lambda^n \right) dx, \quad (7)$$

$$\rho_r \frac{(J^* \cdot \omega^{n+1})}{\Delta t} = (\rho_r - 1) \left[\frac{J^* \cdot \omega^n}{\Delta t} - \omega^n \times (J^* \cdot \omega^n) \right] + \int_P r \times \left(\frac{u^*}{\Delta t} - \lambda^n \right) dx, \quad (8)$$

最后, 令 $\lambda^{n+1} = \lambda^*$ 并且更新流体速度 u^{n+1} , 且

$$u^{n+1} = u^* + \Delta t D(\lambda^{n+1} - \lambda^n), \quad (9)$$

其中 D 是将虚拟体积力从拉格朗日点传递到欧拉点的分配算子。

2 离散 δ 函数的选择和构建

直接虚拟区域法 (1) ~ (9) 中流体速度 u 和压力 p 是定义在欧拉点上的物理量, 而颗粒速度 U^{n+1} , ω^{n+1} 和虚拟力 λ 是定义在拉格朗日点上的物理量. 圆形颗粒拉格朗日点和流体欧拉点布置方法见图 2. 直接虚拟区域法通过方程 (6) 把欧拉点上的速度映射到拉格朗日点上, 又通过方程 (9) 将拉格朗日点的虚拟力分配到欧拉点上. 文献中一般常用几何插值法来实现欧拉点和拉格朗日点上物理量相互作用.

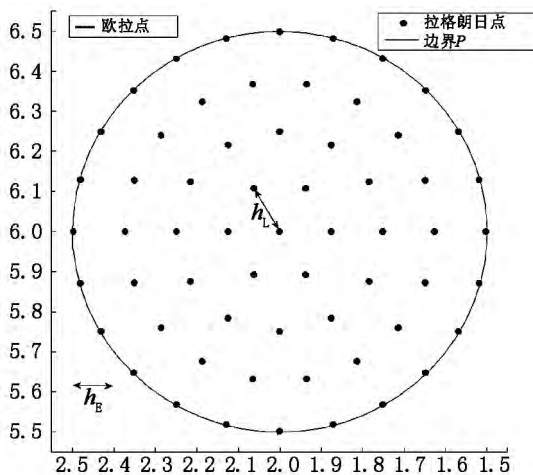


图2 圆形颗粒拉格朗日点和流体欧拉点网格布置方法举例图

本文结合浸入边界法的特点, 运用离散 δ 函数实现欧拉点上物理量和拉格朗日点上物理量相互转化

$$I = f_{E \rightarrow L}: f_L(X_L) = \sum_i f_E(x_i) \delta_h^1(x_i - X_L),$$

$$D = f_{L \rightarrow E}: f_E(x_i) = \sum_l f_L(X_l) \delta_h^2(x_i - X_l) \Delta V_l^*,$$

这里 $f_E(x_i)$ 代表欧拉点 (x_i) 上的物理量, $f_L(X_L)$ 代表拉格朗日点 (X_L) 上的物理量, ΔV_l^* 表示拉格朗日点的控制体体积和欧拉点的控制体体积之比, $\delta_h^1(x_i - X_L)$ 为离散 δ 函数, h 表示欧拉网格的大小. 对于 2 维问题, 很多方法^[5-9] 都采用如下最简单构造方法来构造离散 δ 函数

$$\delta_h^1(r) = \delta_h^2(r) = \delta_h(r_x) \cdot \delta_h(r_y), \quad (10)$$

其中 $\delta_h(r)$ 为 1 维的离散 δ 函数, 文献 [6, 10-11] 中有不同的形式, 最常见有下面几种:

(i) 1 阶帽子函数

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1; \end{cases} \quad (11)$$

(ii) 光滑化的帽子 δ_ε 函数^[10]

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} 3/4 - |x|^2, & |x| \leq 0.5, \\ 9/8 - 3|x|/2 + |x|^2/2, & 0.5 \leq |x| \leq 1.5, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases} \quad (12)$$

(iii) \cos 的 δ_ε 函数

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} (1 - \cos(\pi x))/2, & |x| \leq 1, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases} \quad (13)$$

(iv) 4 点 \cosine 的 δ_ε 函数

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} (1 + \cos(\pi x/2))/4, & |x| \leq 2, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases} \quad (14)$$

(v) 3 点 2 阶常用的 δ_ε 函数^[11]

$$\delta_\varepsilon(x) = \begin{cases} (1 + \sqrt{-3|x|^2 + 1})/3, & |x| \leq 0.5, \\ (5 - 3|x| - \sqrt{-3(1 - |x|)^2 + 1})/6, & 0.5 \leq |x| \leq 1.5, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (15)$$

文献 [5-8] 中的直接虚拟区域法都是采用 (10) 和 (11) 式的形式来构造离散 δ 函数, 对于刚性颗粒最外层的拉格朗日点要求不能布置在颗粒边界上, 而是要求最外层点必须远离颗粒边界 $h_L/3$ 处, 这是文献 [5] 在直接虚拟算法中一个明显缺陷和算法产生误差的一个重要原因. 同时到目前为止, 较少的学者研究过将 (12) ~ (15) 式的离散 δ 函数运用于直接虚拟区域法. 由文献 [13] 中定理 1 ~ 定理 3 可知, 按照 $\delta(r) = \delta_h(r_x) \cdot \delta_h(r_y)$ 形式构造出来的离散 δ 函数, 只有应用于直角坐标网格点上函数映射到任意网格点上函数, 才能达到和 1 维 $\delta_h(r)$ 相同的收敛阶, 不然就会产生较大误差而降阶. 但是直接虚拟区域法中拉格朗日点不断变化且是非结构的, 当拉格朗日点的虚拟力分配到欧拉点上时, 由方程 (10) 所构造出来的离散 δ 函数将产生较大误差并降阶. 本文对直接虚拟区域法离散 δ 函数构造改为

$$\delta_h^1(r) \neq \delta_h^2(r),$$

其中 $\delta_h^1(r)$ 作用在结构的欧拉点上, 可采用高阶的 (12) ~ (15) 的 δ 函数, 而作用在拉格朗日点上 $\delta_h^2(r)$ 则采用稳定性最好的帽子函数 (11) 式. 根据这种全新的构造方法, 直接虚拟区域法既能充分利用高阶的离散 δ 函数优点, 又能避免离散 δ 函数在拉格朗日点产生较大误差的弱点, 从而使得直接虚拟区域法求解流固耦合问题更加精确和高效.

3 数值实验

为了验证新的离散 δ 函数构造方法,取不同离散 δ 函数(11)~(15),对单个圆形刚性颗粒在不可压流体中自由沉降的标准模型来验证.该试验具有精确解.因此常用来检验计算方法是否正确.在小雷诺数时,对于圆形颗粒在管道中的自由沉降问题,其阻力 F_d 和颗粒运动的速度 U_T 有解析的关系式

$$F_d = 4\pi K\mu U_T,$$

这里 K 是一个和颗粒直径 D 与管道宽度 W 比值 $W^* = W/D$ 有关的函数^[14]

$$K = 1 / [\ln W^* - 0.9157 + 1.7244 / (W^*)^2 - 1.7302 / (W^*)^4 + 2.4056 / (W^*)^6 - 4.5913 / (W^*)^8].$$

颗粒最终的沉降速度为 U_c ,

$$U_c = \frac{D^2}{16K\mu}(\rho_s - \rho_f)g,$$

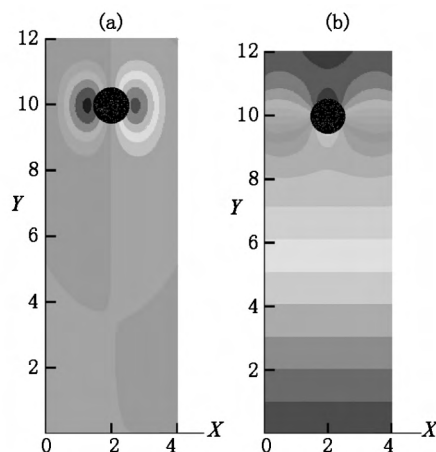
以 U_c 为参考速度,无量纲化后刚体颗粒最终的沉降速度为1.当特征长度为颗粒直径 D 时,Re数和密度比 ρ_r 作为独立的无量纲控制参数,Froude数依赖于Re和 ρ_r ,可写成如下形式

$$Fr = \frac{16K}{(\rho_r - 1)Re}.$$

本文对颗粒在管道中自由沉降运动的流体部分采用结构化交错网格且 $\Delta x = \Delta y$,其中 u 和 p 在不同的控制体网格中.为使拉格朗日点在固体颗粒上布置均匀,且物理量更精确地分配到欧拉点,这里采用一个点布置在圆心,将该圆分为 N_a 个小圆环,每一个圆环上均匀布置 $N_b = 6i$ ($i = 1, \dots, N_a$) 个点,其中 i 表示从最里面一个圆环到最外面一个圆环的个数(见图2)。

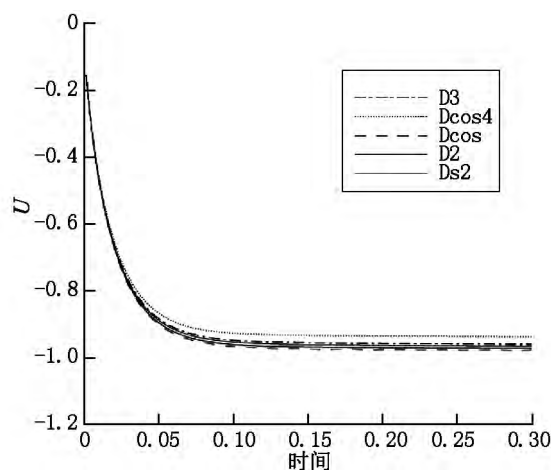
当 $Re = 0.1$, $W/D = 4$, $h = \Delta x = \Delta y = 1/32$, $\Delta t = 0.0005$, $\rho_r = 1.2$, $h_L = 1.33$ h时,运用新构造的算法对圆形颗粒在流体中自由沉降的问题进行了数值试验.图3给出了当 $t = 0.06$ 时,圆形颗粒在流体中自由沉降的颗粒位置和流场的状态图.图4给出了在 $\delta_h^1 = \delta_h^2$ 条件下,直接虚拟区域法取不同离散 δ 函数,圆形颗粒沉降速度随着时间发展的数值模拟变化过程。

从图4可以看出:1)使用离散 δ 函数(11)式的直接虚拟区域法求解圆形颗粒最终的数值沉降速度最接近于实际值1.使用(13)式的 δ 函数,大小最接近真实沉降速度,但是沉降速度有非物理的上下小幅震动.而使用(14)式的 δ 函数,由于(14)式 δ 函



(a) 颗粒和流体的流线, (b) 颗粒和流体的压力

图3 当 $t = 0.06$ 时的颗粒位置和流体的流场状态图



D2表示取(11)式,Ds2表示取(12)式,Dcos表示取(13)式,Dcos4表示取(14)式和D3表示取(15)式中的 δ 函数。

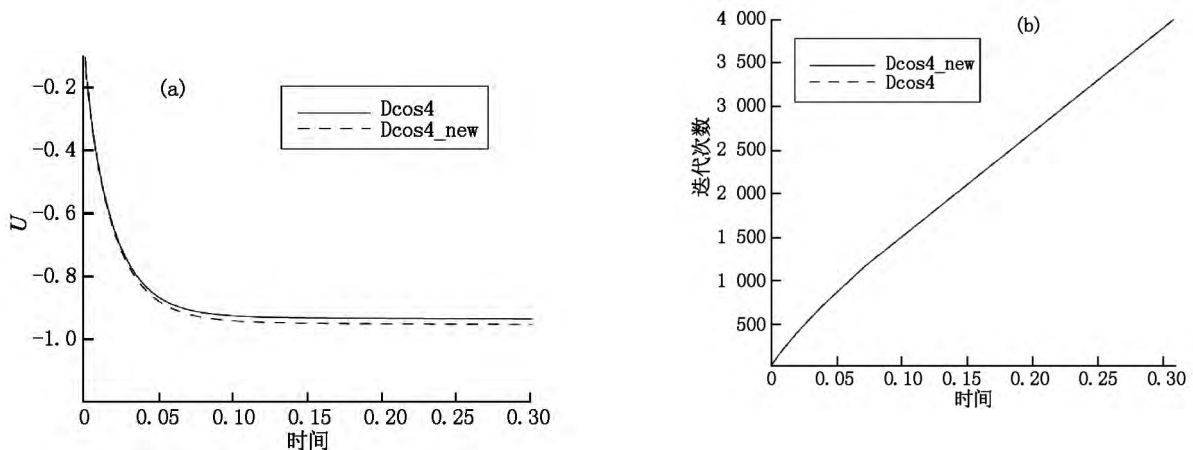
图4 直接虚拟区域法取不同的离散 δ 函数,颗粒沉降速度随着时间发展变化图

数跨越一个欧拉网格点的大小,根据第2节分析可知:当从拉格朗日点物理量映射到欧拉点的物理量时,由于拉格朗日点是运动的非结构网格,会引起较为明显的误差;2)采用2点 δ 函数,如(11)式和(13)式,从拉格朗日点上物理量映射到欧拉点上物理量过程中相对误差较小,颗粒最终数值沉降速度最接近于真实沉降速度;3)直接虚拟区域法采用跨越越多欧拉网格的 δ 函数,即使这个 δ 函数本身是高阶,颗粒最终的数值沉降速度和实际沉降速度误差越大,即 δ 函数采用4点 δ 函数(14)式的最终沉降速度的误差比采用3点 δ 函数(15)式误差大.从这些数值结果可以得出:采用(10)式构造的高阶离散 δ 函数对于直接虚拟区域法,并不意味着直接虚拟区域法有更好的求解精度,尤其是跨越网格数越多的离散 δ 函数,直接虚拟区域法求解精度越差.这个和高阶离散 δ 函数应用于浸入边界法有更好效果是不

同的.这也说明拉格朗日点处离散 δ 函数的选择和构造方式对方程求解有重要的影响.从以上分析可得:如果直接虚拟区域法中欧拉点和拉格朗日点选择相同的离散 δ 函数,应选择稳定性较好的帽子函数(12)式,并且高阶离散 δ 函数不能使直接虚拟区域法获得高阶和更高精度.

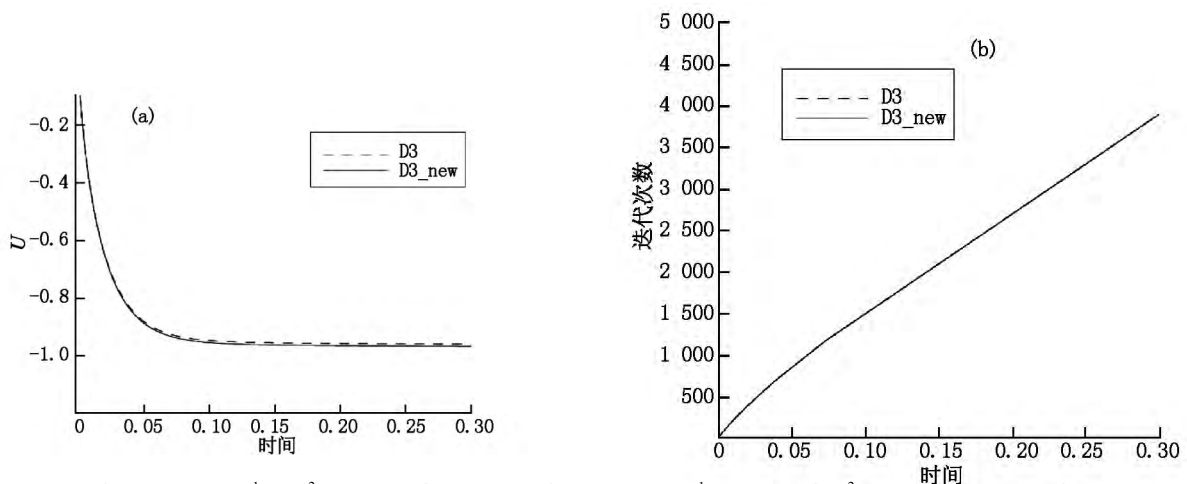
根据本文率先提出的针对拉格朗日点的物理量和欧拉点的物理量相互转化过程中的变换函数 I 和分配函数 D ,按照欧拉网格和拉格朗日网格不同的

节点布置方式采用不同的 δ 函数的策略,能获得更准确和高效的数值解.对于 I 变换的 δ^1 函数分别采用(14)式或者(15)式,即充分利用 δ^1 函数的高阶性质,而对 D 分配算子的 δ^2 函数采用稳定性较好的(11)式.图5和图6给出了直接虚拟区域法取不同离散 δ 函数,圆形颗粒沉降速度随着时间发展的数值模拟变化过程和直接虚拟区域法中 SIMPLE 方法总的迭代次数.



Dcos4 表示 δ 函数取 $\delta^1 = \delta^2 = (14)$ 式, Dcos4_new 表示 δ 函数取 $\delta^1 = (14)$ 式 $\delta^2 = (11)$ 式的数值结果.

图5 对于不同的 δ 函数((a)为颗粒沉降速度,(b)为 SIMPLE 方法总的迭代次数)随着时间发展变化图



D3 表示 δ 函数取 $\delta^1 = \delta^2 = (15)$ 式, D3_new 表示 δ 函数取 $\delta^1 = (15)$ 式 $\delta^2 = (11)$ 式的数值结果.

图6 对于不同的 δ 函数((a)为颗粒沉降速度,(b)为 SIMPLE 方法总的迭代次数)随着时间发展变化图

从图5和图6中可以看出,采用本文 $\delta_h^1(r) \neq \delta_h^2(r)$ 的新构造方法,圆形颗粒最终的沉降速度更接近于真实值,并且直接虚拟区域法中 SIMPLE 总迭代次数也相对较小.同时可以看到:采用跨越网格数越多的 δ 函数,直接虚拟区域法的精度和效率改进的效果越加明显,即对采用4点 δ 函数(14)式,比采用3点的 δ 函数(15)式,直接虚拟区域法的精度和效率改进的效果更加明显.这说明本文提出的构造方法是一种比较简单而有效的提高直接虚拟区域法模拟精度和效率的方法,特别是对高阶跨网格数

多的 δ 函数,直接虚拟区域法改进精度和效率越好.

4 结论

本文使用直接虚拟区域法对强耦合求解颗粒在不可压流体中的自由沉降问题进行了研究,通过对直接虚拟区域法中所使用的不同类型、不同收敛阶离散 δ 函数进行了详细的研究和比较,率先提出一种新的离散 δ 函数构造方法,能够使虚拟区域法更加精确和高效求解自由沉降这一重要问题,并根据

数值试验验证了本文的构造方法.

研究结果表明: 1) 在直接虚拟区域法求解流固耦合问题时, 欧拉点和拉格朗日点之间物理量转化 δ 函数起了非常重要的作用, 且对直接虚拟区域法数值求解的最终结果有重要影响; 2) 为了更加快速准确运用直接虚拟区域法求解流固耦合问题, 对于从欧拉点的物理量映射到拉格朗日点, 采用浸入边界法中常用的高阶离散 δ 函数来进行映射; 3) 而将拉格朗日网格上的物理量映射到欧拉点时, 根据拉格朗日网格的布置方式, 选择稳定性最好的帽子 δ 函数; 4) 对这2个映射的过程采用不同的离散 δ 函数, 将使得数值结果更加准确和高效, 最终数值试验结果也验证了本文的结论.

5 参考文献

- [1] Glowinski R, Pan T W, Pe'riaux J. A fictitious domain method for Dirichlet problems and applications [J]. Comp Meth Appl Mech Eng, 1994, 111(3/4): 283-303.
- [2] Glowinski R, Pan T W, Hesla T I, et al. A distributed lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows [J]. Int J Multiphase Flow, 1999, 25(5): 755-794.
- [3] Glowinski R, Pan T W, Hesla T I, et al. A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies: application to particulate flow [J]. J Comput Phys, 2001, 169(2): 363-426.
- [4] 简弃非, 吴昊. 基于遗传算法优化的 BP 神经网络的 PEMFC 动态特性仿真研究 [J]. 江西师范大学学报: 自然科学版, 2015, 39(3): 221-229.
- [5] Yu Zhaosheng, Shao Xueming. A direct-forcing fictitious domain method for particulate flows [J]. Journal of Computational Physics, 2007, 227(1): 292-314.
- [6] Shi Yang, Yu Zhaosheng, Shao Xueming. Combination of the direct-forcing fictitious domain method and the sharp interface method for the three-dimensional dielectrophoresis of particles [J]. Powder Technology, 2011, 210(1): 52-59.
- [7] Peskin C S. Numerical analysis of blood flow in the heart [J]. J Comput Phys, 1997, 25(3): 220-252.
- [8] Wu Shifeng, Yuan Li. An improved fictitious domain method for simulating sedimenting rigid particle in a viscous fluid [J]. Communications in Computer and Information Science, 2014, 405: 450-459.
- [9] Wu Shifeng, Yuan Li. A hybrid FD-DEM solver for rigid particles in viscous fluid [J]. Computers & Fluids, 2015, 118: 159-166.
- [10] Yang Xiaolei, Zhang Xing, Li Zhilin, et al. A smoothing technique for discrete delta functions with application to immersed boundary method in moving boundary simulations [J]. Journal of Computational Physics, 2009, 228(20): 7821-7836.
- [11] Peskin C S. The immersed boundary method [J]. Acta Numerica, 2001, 11: 479-517.
- [12] Tornberg A K, Engquist B. Numerical approximations of singular source terms in differential equations [J]. Journal of Computations Physics, 2004, 200(2): 462-488.
- [13] 吕涛, 石济民, 林振宝. 区域分解算法-偏微分方程数值解新技术 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [14] Happel J, Brenner H. Low reynolds number hydrodynamics [M]. New York: Prentice-Hall, 1965.

The Discrete Delta Function Study of Direct Fictitious Domain Method Based on Fluid-Structure Interaction

WU Shifeng^{1,2}, JIAN Qifei²

(1. Department of Computer Science, Guangdong Polytechnic Normal University, Guangzhou Guangdong 510665, China;

2. College of Mechanical & Automobile Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: The exchange functions of physical quantities such as velocity, virtual force at the Euler point and Lagrange point are applied to the fluid-structure interaction in direct fictitious domain method in this paper. By using different types and convergence order of the discrete δ functions, fluid-structure interaction problems of sedimentation of a circular particle in liquid are analyzed, and the new method of the discrete δ function is obtained. According to the Euler characteristics of grids, select $\delta_h^1(r)$ function and Lagrange grids select $\delta_h^2(r)$ function, a new construction method of $\delta_h^1(r) \neq \delta_h^2(r)$ is proposed, which makes the direct fictitious domain method more accurate and more efficient simulation of particle's sedimentation in liquid, and through the numerical experiments demonstrate.

Key words: fluid-structure interaction; direct fictitious domain method; discrete delta function; free settling of particles

(责任编辑: 王金莲)