文章编号:1000-5862(2017)01-0015-05

有同事效应的多对一匹配博弈的核

李建荣
(华南师范大学数学科学学院,广东 广州　510631)

摘要:有同事效应的多对一匹配博弈的核不一定存在.在群替代偏好下,用联盟分割的方法证明了核匹配一定存在.对偏好的假设源自于某些现实问题的考虑,因此,所得结论具有一定的现实意义.

关键词:匹配博弈;核;群替代性;共同性
中图分类号:O 225;F 224.32　　文献标志码:A　　DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2017.01.03

0　引言

多对一匹配博弈的研究始于 1962 年[1],近年来经济学家们致力于研究核匹配的存在性及核的代数与几何特征.传统的多对一匹配博弈关于核的研究建立在无同事效应的框架结构下[1-3],但这一假设日益受到经济学家的质疑,因为在现实生活中,许多市场存在同事效应.

迄今为止,关于有同事效应的多对一匹配博弈的研究文献较少.B. Dutta 等[4]是最先研究同事效应的,建立了 DM 模型,DM 模型介于传统模型和本文的模型之间,因为 DM 模型假定部分参与人的偏好具有同事效应,而本文的模型设定所有参与人的偏好都具有同事效应;DM 模型在群替代偏好和共同偏好的假设下得出核是非空的.P. Revilla 等[5]在一些更强的假设条件下推广了 DM 模型.本文与上述 2 篇文献的不同之处在于:(i)给出了群替代性的准确定义;(ii)在一般性的框架结构下,无需更强更多的假设条件,推广了 DM 模型,而且证明过程比 DM 模型简单直接;(iii)证明方法使用了工人集合的一个联盟结构(coalition structure).

F. Echenique 等[6-8]构造了寻找核匹配的算法,而本文研究的是核匹配的存在条件.M. Pycia[9]是在分割法则(division rule)和两两联合(pairwise-aligment)偏好下研究核匹配,这与本文没有共同之处.李建荣[10]研究了 F-字典偏好下的稳定匹配,这与本文内容也不相同.

1　预备知识

市场由 n 个企业和 m 个工人组成,分别用 2 个不相交的集合 F 和 W 来表示,$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$,$W=\{w_1,w_2,\cdots,w_m\}$.每一个企业可以雇佣多个工人,每一个工人最多只到一个企业工作.

每一个企业 f 在集合 $2^W\cup\{f\}$ 上有一个完备的、严格的、具有传递性的偏好 P_f;对任意 2 组工人 S 和 S',用 SP_fS' 表示 f 偏好 S 于 S',SR_fS' 表示 f 对 S 的偏好不少于对 S' 的偏好;若 $SP_f\{f\}$,则称 S 是 f 的一个可接收的对象,否则称 S 对 f 是不可接受的;特别地,鉴于没有发生匹配也是可接受的,称 $\{f\}$ 是可接受的.称 (f,S) 为一个匹配联盟,其中 $S\subseteq W$.类似地,每一个工人 w_i 在集合 $\{S\subseteq W^i: SP^W_{w_i}\varnothing\}$ 上有一个完备的、严格的、具有传递性的偏好 $P^W_{w_i}$,其中 $W^i=\{S\subseteq W: w_i\in S\}$ 是所有包含 w_i 的工人集合,在匹配联盟集合 $\{(f,S)\mid f\in F,S\in W^i\}\cup\{w_i\}$ 上定义一个偏好 P_{w_i}.同事效应通过工人 w 的偏好 P_w 引入到模型中.

注意到,没有对 w 的偏好 P_w 做假定.每一个工人有 2 个不同的偏好,虽然它们定义在不同的集合上,但它们之间应该具有某些联系.因此,将给出它们之间一些合乎理性的假定,从而研究核的存在性.

用 $P=[P_{f_1},\cdots,P_{f_n},P_{w_1},\cdots,P_{w_n},P^W_{w_1},\cdots,P^W_{w_n}]$ 表示市场所有参与者的偏好集合,称其为偏好束.用 $(F,W;P)$ 表示所研究的市场.

定义 1　一个匹配 μ 是从集合 $F\cup W$ 到 $F\cup W$ 的一个映射,满足对所有的 $f\in F$ 和 $w\in W$,有

收稿日期:2016-10-20
基金项目:国家自然科学基金(71301056)资助项目.
作者简介:李建荣(1974-),女,河南南阳人,副教授,博士,主要从事博弈理论及其应用的研究.E-mail:jrli77@163.com

(i) $\mu(w) \in F \cup \{w\}$;

(ii) $\mu(f) \subseteq W \cup \{f\}$;

(iii) $\mu(w) = f$ 当且仅当 $w \in \mu(f)$.

若 $\mu(k) = \{k\}$,则称 $k(\in F \cup W)$ 未发生匹配,否则发生了匹配.

给定匹配 μ,如果工人 w 在 μ 下发生了匹配,用 $f = \mu(w)$ 表示 w 的匹配对象,则 $\mu(f) = \mu^2(w)$ 表示 f 的匹配对象,也是 w 在匹配 μ 下同事的集合,所以有时用 $\mu^2(w)$ 来表示 $\mu(f)$.

对于 2 个不同的匹配 μ,μ',定义

$\mu R_f \mu' \Leftrightarrow \mu(f) R_f \mu'(f)$,

$\mu R_w \mu' \Leftrightarrow (\mu(w), \mu^2(w)) R_f (\mu'(w), \mu'^2(w))$,

若 w 在匹配 μ 下未发生匹配,则 $(\mu(w), \mu^2(w)) = \{w\}$. 于是,企业 f 在工人集合上的偏好 P_f 对应了他在匹配集合上的偏好,工人 w 在匹配联盟上的偏好 P_w 对应了他在匹配集合上的偏好.

如果对所有的 $f \in F$,$w \in W$,$\mu(f) R_f \{f\}$ 和 $(\mu(w), \mu^2(w)) R_w \{w\}$ 成立,则称 μ 是个体理性的.

给定一组工人 $S \subseteq W$,用 $C_f(S)$ 表示 f 在 S 中的选择集,即 $C_f(S) \subseteq S$ 且对任一 $S' \subseteq S$,都有 $C_f(S) R_f S'$. 当偏好是严格的时,选择集是唯一的. 若 $C_f(S) = S$,则称 S 是 f 的一个选择集. 自然地,假定一个企业 f 的所有可接受集都是 f 的选择集,即若 $S P_f \varnothing$,则 $C_f(S) = S$①.

给定一个匹配 μ,如果存在一个匹配 μ' 和一个联盟 A,A 可能由 1 个企业和 1 组工人组成,也可能由 1 个企业或 1 个工人组成,使得对 A 中的企业 f 和所有工人 w,有

(i) $\mu'(w) \in A$;

(ii) $\mu'(f) \subseteq A$;

(iii) 对任一 $k \in A$,有 $\mu' R_k \mu$,且至少存在一个 $k \in A$ 满足 $\mu' P_k \mu$,

则称 μ 被联盟 A 阻碍.

定义 2 若一个匹配 μ 不被任何联盟阻碍,则称 μ 是核匹配. 用 $C(P)$ 表示所有核匹配的集合.

定义 3 [11] 给定一组工人 S 及 S 中的 2 个工人 w 和 w',若 $w \in C_f(S)$,则 $w \in C_f(S - w')$,称企业 f 的偏好具有替代性.

替代偏好排除了工人个体之间存在互补性,下面给出群替代性偏好以排除工人联盟之间的互补性.

考虑工人集合 W 的一个联盟结构 $\hat{W} = \{S_1, S_2, \cdots, S_k\}$,其中 $S_1, S_2, \cdots, S_k$ 是 W 的子集,$W = \bigcup_{i=1}^{k} S_i$ 且 $S_i \cap S_j = \varnothing, i \neq j$. $\hat{S} \subseteq \hat{W}$,即 $\exists M \subseteq \{1, 2, \cdots, k\}$,有 $\hat{S} = \{S_i \in \hat{W}: i \in M\}$;在不引起混淆的情况下,有时也称 $S = \bigcup_{i \in M} S_i$ 是 $\hat{W}$ 的一个子集.

给定 $\hat{W}$ 的一个子集 $\hat{S}$,用 $C_f(\hat{S})$ 表示 f 在 $\hat{S}$ 中的选择集,即 $C_f(\hat{S}) \subseteq \hat{S}$ 且对任一 $\hat{S}' \subseteq \hat{S}$,都有 $C_f(\hat{S}) R_f \hat{S}'$. 于是,当把联盟结构中的每一个元素看作一个独立的个体时,企业在联盟结构上的选择集具有与企业在工人集合上的选择集同样的意义.

定义 4 任给一组工人 S 及 S 的任意一个联盟结构 $\hat{S} = \{S_1, S_2, \cdots, S_k\}$,对 $\hat{S}$ 的任意 2 个不同的元素 S_l 和 S_h,若 $S_l \in C_f(\hat{S})$,则 $S_l \in C_f(\hat{S} \backslash S_h)$,称企业 f 的偏好具有群替代性.

2 工人集合 W 的一个联盟结构

在一个稀薄的市场中,工人们彼此了解,他们会形成不同的联盟,从而对全体工人的集合形成一个分割;团队的全体成员能够共同工作是他们的首要考虑. 基于这一现象,给出工人集合的一个合理分割和工人偏好的一个理性假设.

在市场中,每一个工人 w 在所有他可能的同事集合上有一个严格的偏好 P_w^W,面对一组工人 S,用 $C_w(S)$ 表示 w 在 S 中的选择集,即 $C_w(S) \subseteq S$,且对任一 $S' \subseteq S$,$C_w(S) R_w^W S'$. 为了叙述简便,称 w 在 W 中的选择集为 w 的选择集. $C_S(W) = \bigcup_{w \in S} C_w(W)$ 表示工人联盟 S 在 W 中的选择集,若一个联盟 S 是他自己的选择集,即 $C_S(W) = S$,则称 S 是一个完美联盟.

显然,每一个工人都希望能与自己选择集中的工人同事. 但问题是,w' 在 w 的选择集中并不意味 w 在 w' 的选择集中,所以有可能是 w 对 w' 感兴趣,而 w' 对 w 却不感兴趣,而且若这样的情况发生,则 w 的选择集就不稳健,因为 w' 对这个联盟不感兴趣. 为了解决这一问题,需要扩大 w 的选择集,要找一个包含 w 的选择集的工人联盟 S,使得 S 中每一个工人的选择集都包含在 S 中,即 $C_S(W) = S$,也就是要找一个包含 w 的完美联盟. 因为小是美的,越小越稳健,所以要找一个包含 w 的最小完美联盟.

若 w' 在 w 的选择集中,则称 w' 与 w 相关,记作

---

① 这一假定是自然的和理性的,面对一组工人,一个企业当然选择他的选择集. 如果一组匹配工人是可接受的,但却不是选择集,那么这个匹配一定不是稳定匹配. 由于本文研究匹配的稳定性,故作出这一理性假设.

$w'Rw$. 假定相关具有传递性,用 $N(w) = \{w' \in W: w'Rw\}$ 为所有与 w 相关的工人集合.

定理1 对任意一个工人 w,$N(w)$ 是包含 w 的最小完美联盟.

证 首先证明 $N(w)$ 是包含 w 的完美联盟,即 $C_{N(w)}(W) = N(w)$.

显然,$N(w)$ 包含 w. 因为 $C_{N(w)}(W) = \bigcup_{w' \in N(w)} C_{w'}(W)$,对所有的 $w' \in N(w)$ 有 $w' \in C_{w'}(W)$,所以 $N(w) \subset C_{N(w)}(W)$. 反之,对任一 $w' \in C_{N(w)}(W)$,必定 $\exists w'' \in N(w)$,使得 $w' \in C_{w''}(W)$,于是有 $w''Rw$ 和 $w'Rw''$ 同时成立,因为相关具有传递性,所以得到 $w'Rw$,即 $w' \in N(w)$. 由 w' 的任意性得到 $C_{N(w)}(W) \subseteq N(w)$. 综上所述得 $C_{N(w)}(W) = N(w)$.

假定 S 是一个包含 w 的完美联盟,即 $C_S(W) = S$,要证明 S 一定包含 $N(w)$. 因为 $C_S(W) = \bigcup_{w' \in S} C_{w'}(W)$,所以对任一 $w' \in S$,有 $C_{w'}(W) \subseteq S$.

对于 $w' \in N(w)$,有 $w'Rw$. 如果 $w' \in C_w(W)$,由 $w \in S$ 知 $C_w(W) \subseteq S$,于是有 $w' \in S$. 如果 $w' \notin C_w(W)$,则一定存在一个序列 $w', w_1, \cdots, w_s, w$,其中 $w' \in C_{w_1}(W)$. 对 $i = 1, 2, \cdots, s-1$,有 $w_i \in C_{w_{i+1}}(W)$,及 $w_s \in C_w(W)$,于是 $w_s \in S$,从而对 $i = 1, 2, \cdots, s-1$,有 $w_i \in S$ 及 $w' \in S$. 由 w' 的任意性得 $N(w) \subseteq S$. 定理 1 得证

博弈的规则变为与最小完美联盟的全体同事共事是每一个工人的首要选择. 因此必须考虑工人 w 的最小完美联盟 $N(w)$ 的稳健性. 对 $N(w)$ 中的每一个工人 w',$N(w')$ 是 w' 的最小完美联盟,而 $N(w)$ 是一个包含 w' 的完美联盟,由定理 1 知 $N(w') \subseteq N(w)$. 如果存在 $N(w)$ 中的某个工人 w',$N(w')$ 严格比 $N(w)$ 小,即 $N(w)$ 中有些工人不包含在 $N(w')$ 中,则 $N(w)$ 是不稳健的. 因为按照博弈规则,$N(w')$ 可能为了获利而偏离 $N(w)$ 中的其他成员而又不损害 $N(w')$ 中成员的利益. 所以,$N(w)$ 是稳健的必要条件为 $N(w)$ 是全体成员的最小完美联盟,即对 $N(w)$ 中的所有工人 w',$N(w') = N(w)$;或者说,$N(w)$ 中的所有工人是互相相关的,即对 $N(w)$ 中的所有工人 w',$w'Rw$ 和 wRw' 同时成立.

对每一个工人 w,如果 $N(w)$ 是稳健的,则令 $[w] = N(w)$,否则令 $[w] = \{w\}$.

引理1 给定一个工人 w,对 $[w]$ 中的所有工人 w',有 $[w'] = [w]$.

证 若 $[w] = \{w\}$,则结论成立. 若 $[w] \neq \{w\}$,则 $[w] = N(w)$ 且 $N(w)$ 是稳健的. 对 $[w]$ 中的任意一个工人 w',有 $w' \in N(w)$,因为 $N(w)$ 是稳健的,所以有 $N(w') = N(w)$ 且 $N(w')$ 也是稳健的,于是 $[w'] = [w]$.

定理2 $\hat{W} = \{[w]: w \in W\}$ 是 W 的一个联盟结构.

证 显然,$W = \bigcup_{w \in W} [w]$. 对任意 2 个工人 w 和 w',若 $[w'] \neq [w]$,则一定有 $[w'] \cap [w] = \varnothing$. 事实上,假如 $[w'] \cap [w] \neq \varnothing$,则 $\exists w'' \in [w'] \cap [w]$,即 $w'' \in [w']$ 且 $w'' \in [w]$,于是有 $w''Rw'$,$w'Rw''$,$w''Rw$ 和 wRw'' 同时成立,因为相关具有传递性,所以有 $w'Rw$ 和 wRw' 同时成立,即 $w' \in [w]$,由引理 1 得 $[w'] = [w]$,产生矛盾.

定义5① 工人 w 的偏好 P_w 满足共同性,对任意 2 个包含 w 的联合 $\{f, S\}$ 和 $\{f', S'\}$,有

(i) 若 S 包含 $[w]$ 而 S' 不包含 $[w]$,则有 $(f, S) P_w (f', S')$;

(ii) 若 S 和 S' 都包含 $[w]$,则 (f, S) 和 (f', S') 无差异;

(iii) 若 S 包含 w 但不包含 $[w]$,则 (f, S) 和 $(f, \{w\})$ 无差异

(iv) 对任意 2 个不同的企业 f 和 f' 及 2 个包含 w 的工人联盟 S 和 S',$(f, S) P_w (f', S')$ 成立,或者 $(f', S') P_w (f, S)$ 成立.

3 多阶段的拒绝-接受算法

拒绝-接受算法(deferred-acceptance algorithm)由 D. Gale 等[1] 提出,A. E. Roth 等[12] 对其作了调整,在这些算法的基础上,定义多阶段的拒绝-接受算法如下:

第1阶段 考虑市场 $M^1 = (F, \hat{W}^1; \hat{P}^1)$,其中 F 是企业的集合,$\hat{W}^1 = \{[w]: w \in W\}$ 是个体的集合,即把每一个工人联盟 $[w]$ 看作单一的个体,对任一企业 $f \in F$,$\hat{P}_f^1 = P_f$,对任一 $[w] \in \hat{W}^1$,$\hat{P}^1_{[w]} = P_{w_i}$,其中 w_i 是 $[w]$ 中下标最小的元素. 因为企业具有群替代性偏好,由共同性偏好的(ii)和(iv)得市场 M^1 中所有参与者的偏好与传统模型一致,即个体不关心谁是他的同事,所以由个体提出申请的拒绝-接受算法产生一个个体最优稳定匹配 μ_1 且 μ_1 属于 M^1 的核. 令 $G^1 = \{[w] \in \hat{W}^1: |[w]| > 1\}$②,如果 G^1 中每

① B. Dutta 等[4] 的共同性定义仅仅限定于情侣,本文的定义适用于任意多个工人联盟.

② $|[w]|$ 表示 $[w]$ 中元素的个数.

一个个体在 μ_1 下都与某个企业匹配，则算法结束；否则，令 G^2 为 G^1 中所有在 μ_1 下都与某个企业匹配的个体的集合，进入下一阶段.

第 2 阶段　考虑市场 $M^2=(F,\hat{W}^2;\hat{P}^2)$，其中 F 是企业的集合，$\hat{W}^2=(\hat{W}^1\backslash(G^1\backslash G^2))\cup\{w:w\in(G^1\backslash G^2)\}$ 是个体的集合，即 G^1 中所有在 μ_1 下未匹配的个体被分散为单个工人个体，对任一 $w\in(G^1\backslash G^2)$，$\hat{P}_w^2=P_w$，所有其他参与者的偏好与他们在市场 M^1 中的偏好一致. 因为企业具有群替代性偏好，由共同性偏好的(ii)～(iv)得市场 M^2 中所有参与者的偏好与传统模型一致，所以由个体提出申请的拒绝-接受算法产生一个个体最优稳定匹配 μ_2 且 μ_2 属于 M^2 的核. 如果 G^2 中每一个个体在 μ_2 下都与某个企业匹配，则算法结束；否则，令 G^3 为 G^2 中所有在 μ_2 下都与某个企业匹配的个体的集合，进入下一阶段.

第 3 阶段　由于企业具有群替代性偏好且博弈的参与者有限，经过某一阶段 K，G^K 中的所有个体都将与某一企业匹配，则算法结束且产生一个属于市场 M^K 的个体最优稳定匹配 μ_K.

注 1　由于企业具有群替代性偏好，则企业看到现阶段的申请后不会懊悔前一个阶段拒绝了某个个体，即对企业 $f\in F$，$2\leqslant k\leqslant K$，有 $\mu_k(f)\ R_f\ \mu_{k-1}(f)$①. B. Dutta 等[4]对“非 $\mu_{K-1}(F)\ P_F\mu_K(F)$”进行了论证，他们的证明方法仅适用于第 $K-1$ 和第 K 阶段，而不适用于其它阶段，所以，他们的论断只是本文结论的一个特殊情形.

4　有同事效应的多对一匹配博弈的核

B. Dutta 等[4]证明了：在存在情侣的市场中，当企业具有群替代性偏好、情侣们具有共同性偏好、其他参与者不关心自己的同事时，核匹配一定存在. 在一般的市场中，具有同样的结论；而且本文的证明方法和思路更为简洁和直接.

在这个特定市场中，对于核的定义有如下结论.

命题 1　若一个个体理性的匹配 μ 被非空联盟 A 阻碍，则存在一个匹配联盟 (f,S)，$\{f,S\}\subseteq A$ 阻碍 μ.

证　如果非空联盟 A 阻碍 μ，由阻碍的定义知，存在另一个匹配 μ' 和个体 $k\in A$，$\mu' P_k\mu$. 因为 μ 是个体理性的，所以 k 在 μ' 下一定发生了匹配. 如果 k 是一个企业 f，那么令 $S=\mu'(f)$，则 $SP_f\{f\}$，且由阻碍的定义有 $\{f,S\}\subseteq A$ 阻碍 μ. 如果 k 是一个工人 w，那么 $(\mu'(w),\mu'^2(w))\ P_w\{w\}$. 令 $f=\mu'(w)$，$S=\mu'^2(w)$，由阻碍的定义有 $\{f,S\}\subseteq A$ 阻碍 μ. 故命题 1 成立.

下面给出本文的核心结论.

定理 3　当企业具有群替代偏好、工人具有共同性偏好时，核非空.

证　先证明由个体提出申请的多阶段的拒绝-接受算法生成的匹配 μ 是一个核匹配. 由算法知 μ 是一个个体理性的匹配，所以 μ 不会被任何个体阻碍. 假设 μ 被一个匹配联盟 (f,S) 阻碍，因为企业的偏好是严格的，所以 $SP_f\ \mu(f)$，且 $(f,S)\ R_w(\mu(w),\mu^2(w))$，其中 w 是 S 中工人. 因为 μ 属于市场 M^K 的核，所以 μ 在市场 M^K 中不会被 $\hat{W}^K$ 的任何一个联盟阻碍，但下面的证明表明 $S\subset\hat{W}^K$，于是假设不成立，则定理 3 的结论成立.

事实上，由算法知，$\hat{W}^K$ 由 G^K 的所有元素和不属于 G^K 的所有工人个体构成，所以 $\hat{W}^K$ 的任何一个子集由 G^K 中的某些元素和不属于 G^K 的某些工人个体组成②. 因为工人具有共同性偏好，且 G^K 中的所有元素在 μ 下都与某个企业匹配，所以不存在 G^K 中某个元素 $[w]$，$[w]$ 不在 S 中，但 $[w]$ 的某些工人个体却在 S 中. 于是，如果 S 中有工人 w，$[w]\in G^K$，则一定有 $[w]\subseteq S$. 对于 S 中任意一个工人 w，一定有 $w\in G^K$③ 或者 $w\notin G^K$. 当 $w\in G^K$ 时，$[w]\subseteq S$，则对 $[w]$ 中所有的工人 w，有 $(f,S)\ R_w(\mu(w),\mu^2(w))$，于是有 $(f,S)\ R_{[w]}(\mu([w]),\mu^2([w]))$，从而有 $(f,S)\ \hat{R}^K_{[w]}(\mu([w]),\mu^2([w]))$；当 $w\notin G^K$ 时，$\hat{P}_w{}^K=P_w$，所以 $S\subseteq\hat{W}^K$，与假设矛盾.

5　结论

在传统的匹配模型中引入同事效应，通过对工人偏好的合理假设，得到了工人集合的一个稳健的联盟结构，借助该联盟结构，运用多阶段的拒绝-接受算法，证明了具有同事效应的多对一匹配市场的核一定存在. 这推动了匹配博弈理论在具体市场、具体问题上的应用. 本文构建联盟结构的思路和方法，也可运用到社会学、计算机网络等学科的研究中；而

① 它的证明见附录.

② 这里的“某些”包含“不存在”的可能.

③ 当 $w\in G^k$ 时，把 G^K 看作一个工人的集合；当 $[w]\in G^K$ 时，把 G^K 看作一个联盟结构，而 $[w]$ 是一个元素.

完美联盟的思想方法,可能在网络博弈[13-15]及其拓扑结构与性质上会有所运用,这是未来一个可能的研究方向.

6 参考文献

[1] Gale D,Shapley L S. College admissions and the stability of marriage [J]. American Mathematical Monthly,1962,69(1):9-15.

[2] Gale D,Sotomayor M. Some remarks on the stable matching problem [J]. Discrete Applied Mathematics,1985,11(3):223-232.

[3] Echenique F,Yenmez M B. How to control controlled school choice [J]. American Economic Review,2015,105(8):2679-94.

[4] Dutta B,Massó J. Stability of matchings when individuals have preferences over colleagues [J]. Journal of Economic Theory,1996,75(2):464-475.

[5] Revilla P. Many-to-one matching when colleagues matter [M]. Mimeo: Universidad Pablo de Olavide,2004.

[6] Echenique F,Oviedo J. Core many-to-one matchings by fixed-point methods [J]. Journal of Economic Theory,2004,115(2):358-376.

[7] Echenique F,Yenmez M B. A solution to matching with preferences over colleagues [J]. Games and Economic Behavior,2007,59(1):46-71.

[8] Kominers S D. Matching with preferences over colleagues solving classical matching [J]. Games and Economic Behavior,2010,68(2):773-780.

[9] Pycia M. Many-to-one matching with complementarities and peer effects [J]. Econometrica,2012,80(1):323-362.

[10] 李建荣. F-字典偏好与稳定匹配 [J]. 南方经济,2012,30(5):54-60.

[11] Kelso A S,Crawford V P. Job matching,coalition formation and gross substitute [J]. Econometrica,1982,50(6):1483-1504.

[12] Roth A E,Sotomayor M. Two-sided matching: A study in game-theoretic modeling and analysis [M]. Cambridge: Cambridge University Press,1990.

[13] Bala V,Goyal S. A non-cooperative model of networkformation [J]. Econometrica,2000,68(5):1183-1231.

[14] Galeotti A,Goyal S. The law of the few [J]. American Economic Review,2010,100(4):1468-1492.

[15] Dutta B,Mutuswami S. Stable network [J]. Journal of Economic Theory,1997,76(2):322-344.

The Core of Many-to-One Matching Games with Peer Effect

LI Jianrong

(School of Mathematics,South China Normal University,Guangzhou Guangdong 510631,China)

Abstract: It is well-known that the core of a many-to-one matching game with peer effect might be empty. Under group substitutable preferences,it is proved that the core is nonempty by coalition structure method. All the assumptions that is apposed on the preference lists come from some real-life observations and considerations,so the results have realistic meaning.

Key words: matching games; core; group substitutability; togetherness

(责任编辑: 曾剑锋)

附录:

命题 对所有的企业 $f \in F$,$2 \leq k \leq K$,有 $\mu_k(f)\ R_f\ \mu_{k-1}(f)$.

证 为清楚起见,当 $\mu_k(f)$ 是 $\hat{M}^k$ 的子集时,用 $\hat{\mu}_k(f)$ 表示 $\mu_k(f)$;用 $\hat{w}$ 表示 $\hat{W}^k$ 中的个体. 证明的关键是: 因为企业具有群替代性偏好,同一个体在不同市场中的偏好相同,所以,如果个体 $\hat{w}$ 在第 k 阶段向 f 提出申请被 f 拒绝,$\hat{w}$ 在第 $k+1$ 阶段仍然是个体,那么在第 $k+1$ 阶段他仍然会向 f 提出申请,而 f 仍然会拒绝他. 因为 $\hat{\mu}_{k-1}(f)$ 中的个体都是 $\hat{M}^k$ 中的个体,所以在第 k 阶段会向 f 提出申请,因为企业具有群替代性偏好,所以有 $\hat{\mu}_k(f)\ R_f\ \hat{\mu}_{k-1}(f)$,于是有 $\mu_k(f)\ R_f\ \mu_{k-1}(f)$.