第 41 卷 第 3 期　　江西师范大学学报(自然科学版)　　Vol. 41 No. 3
2017 年 5 月　　Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science)　　May 2017

文章编号:1000-5862(2017)03-0271-04

隔夜波动率的估计

肖　敏[1],李　灿[2],江　涛[1*]

(1. 浙江工商大学统计与数学学院,浙江 杭州　310018;2. 湖南商学院数学与统计学院,湖南 长沙　410205)

摘要:基于广义动态因子模型构建了个股隔夜波动率的一个新的估计量,并利用中国的上证 50 指数的 24 支成分股 2013—2014 年的数据进行了实证分析. 实证结果表明:新估计量比隔夜收益的平方的表现更好,新的估计量可以降低噪声的影响.

关键词:隔夜波动率;广义动态因子模型;已实现波动率

中图分类号:O 213.9;F 222.1　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2017.03.11

0　引言

波动率是对标的资产投资回报率变化程度的一种度量,是风险最直观的表现. 对于金融市场波动率的估计和预测是近几十年来金融研究领域的重要课题之一. 它在资产合理配置、风险管理和资产定价中起到了关键作用. 比如在期权定价中,波动率就是决定期权价格的重要变量之一;风险管理中波动率常用来计算条件 VaR 等. 因此对波动率的估计和预测具有非常重要的意义.

由于日收益率由前一天收盘到当天开盘的隔夜收益率和交易时间内的收益率组成,因此日波动率包含了隔夜波动率和交易时间内的波动率 2 部分. 由于近年来高频数据的可得性,单纯的交易时间内的波动率的估计方法已经由 GARCH 模型和 SV 模型等基于低频数据建立的模型过渡到基于高频数据对波动率进行度量和估计. 已实现波动率就是基于高频数据利用非参数方法建立起来的波动率度量,最早由文献[1]提出. 在此基础上有相对成熟的交易时段波动率估计和预测的研究,因此本文仅考虑非交易时段内波动率的估计.

在现有的股票交易市场机制下,股市的非交易时间要远远长于交易时间,大量的信息在非交易时间积累,从而形成了隔夜信息,大量的实证研究表明隔夜信息对分析股票市场收益及波动有着重要意义. 文献[2-5]研究指出投资者在非交易时间段积累的信息对股市会有很大的影响. 常用的计算隔夜波动率的方法是考虑隔夜收益率的波动率作为其估计[6-9]. 文献[7]提出了将隔夜收益用 3 种不同方式与已实现波动率结合来提高全天波动率的估计精度. 文献[10]对 1990—2005 年 S&P 500 的隔夜波动率进行测算,其占日波动率的 16%,文献[11]利用 2001—2010 年的上证综指和深圳成指测算出来的隔夜波动率占日波动率的 20%,因此对隔夜波动率的估计尤为重要. 但是价格在非交易时段并不连续波动,因此用隔夜收益率的平方作为隔夜波动率会带来很大的误差. 文献[12]研究发现,在 75% 的可能性下,隔夜收益的平方 r_{oit}^2 比波动率 σ_{oit}^2 多 1 倍,因此隔夜收益的平方不适合作为波动率 σ_{oit}^2 的估计. 文献[13]提出用广义动态因子模型去除隔夜波动率的噪声影响,估计了单个股票的隔夜波动率,结果显示估计出来的隔夜波动率比隔夜收益率的平方更小,去除了部分噪声. 本文利用上证 50 指数中 24 支成分股 2013—2014 年数据,假定对数隔夜波动率服从广义动态因子模型,得到了隔夜波动率的估计,估计结果显示:利用该模型估计出来的隔夜波动率比隔夜收益率的平方更小,证明该方法确实可以去除噪声的影响.

1　广义动态因子模型的介绍

广义动态因子模型是在传统的因子模型的基础上发展起来的,是文献[14]提出的近似因子模型和文献[15-16]提出的动态因子模型的推广和延伸. 该模型允许异质部分存在一定的弱相关,且公共因子的动态的这种特征更加符合金融经济的动态特征以及金融经济之间的相关关系.

收稿日期:2017-01-15

基金项目:国家自然科学基金(71671166)和浙江省高校人文社科重点研究基地(统计学)资助项目.

通信作者:江　涛(1963-),男,安徽黄山人,教授,博士生导师,主要从事金融统计与保险精算方面研究. E-mail:jtao@263.net

文献[17-18]提出广义动态因子模型. 假设 $x_{it}(i\in \mathbf{N},t\in \mathbf{Z})$ 为随机变量,则模型为

$$x_{it}=\chi_{it}+\xi_{it}=\sum_{j=1}^{q}b_{ij}(L)u_{jt}+\xi_{it},$$

其中 χ_{it},ξ_{it} 分别为 x_{it} 的共同部分和异质部分,b_{ij} 为滞后算子,u_{jt} 为共同冲击. 模型有如下假设:

假设1 向量 $(u_{1t},u_{2t},\cdots,u_{qt})'(t\in \mathbf{Z})$ 是 q 维正交白噪声;向量 $(\xi_{1t},\xi_{2t},\cdots,\xi_{nt})'(t\in \mathbf{Z})$ 是 n 维零均值平稳过程,且与 u_{jt} 独立;$b_{ij}(L)$ 是单边滤子,且其系数平方可计算.

假设2 向量过程 $\boldsymbol{x}_{nt}=(x_{1t},x_{2t},\cdots,x_{nt})'$ 可表示为 $\boldsymbol{x}_{nt}=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{Z}_{t-k}$ 形式,其中 Z_t 是 n 维满秩白噪声,存在有限的4阶矩;$\boldsymbol{C}_k=(C_{ij,k})$ 是 $n\times n$ 矩阵并满足 $\sum_{k=-\infty}^{\infty}|C_{ij,k}||k|^{1/2}<\infty$ 该假设下当动态因子个数已知时可得到共同部分的一致估计.

为了估计的可行性,假定 x_{it} 存在有界的谱密度,σ_{ij} 是向量过程 $\boldsymbol{x}_{nt}$ 的谱密度矩阵 $\Sigma_n(\theta)$ 的元素,$\lambda_{n1}(\theta),\cdots,\lambda_{nn}(\theta)$ 是谱密度矩阵按降序排列的特征值. 类似地,$\Sigma_n^{\chi}(\theta)$ 和 $\Sigma_n^{\xi}(\theta)$ 分别表示共同部分 χ_{it} 和异质部分 ξ_{it} 的谱密度矩阵,则对应的特征值是 $\lambda_{nj}^{\chi}(\theta)$ 和 $\lambda_{nj}^{\xi}(\theta)$. 称 $\lambda(\theta)$ 为动态特征值.

假设3 $\forall i\in n$,存在实数 $c_i>0$,使得 $\sigma_{ii}<c_i$,$\theta\in[-\pi,\pi]$.

假设4 异质动态特征值 $\lambda_{nj}^{\xi}(\theta)$ 有界,即当 $n\to\infty$ 时,$\exists\Lambda$,使得 $\lim\limits_{n\to\infty}\lambda_{nj}^{\xi}(\theta)<\Lambda,\theta\in[-\pi,\pi]$.

假设5 前 q 个公共动态特征值发散,即当 $n\to\infty$ 时,$\lim\limits_{n\to\infty}\lambda_{nj}^{\chi}(\theta)=\infty,j\leqslant q,\theta\in[-\pi,\pi]$.

在假设条件下,得到了共同部分的一致估计

$$\hat{\chi}_{it}=\frac{1}{2M+1}\sum_{k=-M}^{M}\sum_{k=Q}^{2M}K_{ni}^{T}(\theta_h)\mathrm{e}^{ik\theta_h}X_{t-k},$$

其中 $K_{ni}^{T}(\theta_h)=\tilde{p}_{n1,i}^{T}(\theta_h)P_{n1}^{T}(\theta_h)+\cdots+\tilde{p}_{nq,i}^{T}(\theta_h)\cdot P_{nq}^{T}(\theta_h)$,$M=M(T)$.

2 构建隔夜波动率的估计

考虑市场中的 n 支股票. P_{it} 和 C_{it} 分别代表在时刻 t 股票 i 的开盘价和收盘价,则隔夜收益率定义为

$$r_{oit}=\log P_{it}-\log C_{it-1},$$

隔夜收益 r_{oit} 一般模型为

$$r_{oit}=\sigma_{oit}z_{it},\tag{1}$$

其中 σ_{oit} 为隔夜收益 r_{oit} 的波动率,假定 $z_{it}\sim$ i.i.d. $N(0,1)$. 隔夜波动率不可观测,因此需要估计. 对(1)式平方后做变换可得

$$r_{oit}^2=\exp(\log\sigma_{oit}^2+\log z_{it}^2).\tag{2}$$

由(2)式可知,为了得到隔夜波动率的估计,需要剔除噪声项 $\log z_{it}^2$. 假定 $\log\sigma_{oit}^2$ 遵循广义动态因子模型,即

$$\log\sigma_{oit}^2-E(\log\sigma_{oit}^2)=\chi_{it}+\xi_{it}=\sum_{j=1}^{q}b_{ij}(L)u_{jt}+\xi_{it},$$

故 $\log r_{\sigma it}^2=\log\sigma_{oit}^2+\log z_{it}^2=E(\log\sigma_{oit}^2)+\chi_{it}+\xi_{it}+E(\log z_{it}^2)$,因此 $\log r_{oit}^2-E(\log r_{oit}^2)=\chi_{it}+\xi_{it}+\eta_{it}$,其中 $\eta_{it}=\log z_{it}^2-E(\log z_{it}^2)$.

记 $\lambda_{it}=\xi_{it}+\eta_{it}$,$\lambda_{it}$ 仍然满足广义动态因子模型中异质部分的假设,依然为零均值平稳向量过程,则 λ_{it} 将视为模型中 $\log r_{oit}^2$ 的异质部分. 由此可知 $\log r_{oit}^2$ 和 $\log\sigma_{oit}^2$ 的共同部分相同. 文献[19]计算出 $E(\log z_{oit}^2)=-1.27$,则隔夜收益率的平方可计算为

$$r_{oit}^2=\exp(E(\log\sigma_{oit}^2)+\chi_{it}+\lambda_{it}-1.27),\tag{3}$$

为了剔除误差项 $\log z_{it}^2$ 的影响,在(3)式中将忽略

$$\lambda_{it}-1.27=\xi_{it}+\log z_{it}^2,$$

只考虑 $\exp(E(\log\sigma_{oit}^2)+\chi_{it})$. 对数隔夜波动率的共同部分 χ_{it} 的估计可由将隔夜收益率的平方取对数后应用广义动态因子模型估计共同部分得到,而 $E(\log\sigma_{oit}^2)$ 的估计值为 $(\log r_{oit}^2)/T+1.27$. 通过计算可得隔夜波动率的估计量为

$$\hat{\sigma}_{oit}^2=\exp((\log r_{oit}^2)/T+1.27+\hat{\chi}_{it}).$$

从估计量的形式可知,估计量不受误差项 z_{it}^2 的影响,但是同时也损失掉了 ξ_{it} 部分的影响.

3 实证分析

选取了2013年1月1日到2014年12月31日的上证50指数成分股作为研究对象,剔除受停牌等因素影响后筛选出24支成分股,具体如表1所示. 我国股市9:30开盘,中午从11:30到13:00休息,13:00再开盘,15:00收盘. 对可观测变量 $\log r_{oit}^2$ 的共同部分进行估计,其中动态因子个数的确定由文献[20]的信息准则确定,在此不作详细介绍.

表1 24支成分股

	股票名称							
研究对象	华夏银行	民生银行	宝钢股份	中国石化	中信证券	保利地产	中国联通	上汽集团
	北方稀土	兰花科创	江西铜业	中航电子	中金黄金	康美药业	贵州茅台	同方股份
	兴业银行	农业银行	交通银行	新华保险	工商银行	中国太保	中国建筑	光大银行

表 2 描述了 24 支股票的隔夜波动率的估计量的一些统计性质. $\hat{\sigma}^2_{oit}$ 表示本文提出的隔夜波动率的估计量，r^2_{oit} 表示以隔夜收益率的平方作为隔夜波动率的估计. 由表 2 可知，从均值和标准差来看，隔夜收益率的平方 r^2_{oit} 均比隔夜波动率的估计量 $\hat{\sigma}^2_{oit}$ 的均值和标准差更大；从峰度和偏度来看，它们都是右偏和尖峰态的. 综上可知，在估计隔夜波动率上估计量 $\hat{\sigma}^2_{oit}$ 比估计量 r^2_{oit} 要更少一些噪声的影响. 该结果也可说明，用广义动态因子模型来估计对数隔夜波动率是可行的.

表 2　个股波动率估计量的描述统计量

统计量	华夏银行		民生银行		宝钢股份	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 025 03	0.000 048 02	0.000 002 68	0.000 029 19	0.000 000 54	0.000 004 55
标准差	0.000 344 33	0.000 870 76	0.000 011 38	0.000 322 66	0.000 002 66	0.000 019 24
偏度	21.425 644	21.838 095	10.623 500	20.857 785	16.427 394	10.415 186
峰度	466.068 59	478.585 92	143.823 38	448.780 22	318.043 31	127.462 25
统计量	中国石化		中信证券		保利地产	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 029 36	0.000 040 67	0.000 002 05	0.000 018 41	0.000 022 72	0.000 095 65
标准差	0.000 423 89	0.000 704 67	0.000 006 89	0.000 065 70	0.000 138 36	0.001 705 81
偏度	21.396 145	21.722 338	7.776 001	7.830 430	14.751 346	21.790 606
峰度	465.146 19	475.078 69	76.826 87	74.590 35	252.881 17	477.168 03
统计量	中国联通		上汽集团		北方稀土	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 000 70	0.000 005 81	0.000 001 92	0.000 016 47	0.000 003 04	0.000 011 63
标准差	0.000 002 67	0.000 025 48	0.000 015 62	0.000 095 98	0.000 023 65	0.000 047 84
偏度	9.218 893	14.802 181	20.275 873	13.451 088	19.717 525	10.409 875
峰度	105.173 94	262.144 72	430.992 61	213.573 51	414.175 07	122.327 25
统计量	兰花科创		江西铜业		中航电子	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 002 85	0.000 009 54	0.000 001 60	0.000 011 55	0.000 004 56	0.000 042 92
标准差	0.000 024 82	0.000 042 43	0.000 007 01	0.000 031 44	0.000 022 41	0.000 520 85
偏度	19.590 296	11.996 199	10.272 376	5.653 673	14.770 551	21.384 113
峰度	408.645 19	169.224 63	125.603 90	42.355 04	264.914 51	465.013 19
统计量	中金黄金		康美药业		贵州茅台	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 003 57	0.000 020 13	0.000 000 68	0.000 008 31	0.000 000 84	0.000 014 84
标准差	0.000 014 97	0.000 064 26	0.000 002 32	0.000 052 96	0.000 004 09	0.000 129 32
偏度	8.549 908	8.314 895	7.319 820	18.886 379	17.265 145	17.987 239
峰度	85.034 10	88.714 60	65.433 90	389.293 27	343.251 23	355.487 31
统计量	同方股份		兴业银行		农业银行	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 003 17	0.000 007 25	0.000 120 72	0.000 095 12	0.000 001 82	0.000 007 20
标准差	0.000 044 33	0.000 055 40	0.001 897 54	0.001 746 63	0.000 022 32	0.000 050 86
偏度	21.679 723	15.872 187	21.689 257	21.771 538	21.570 767	14.568 054
峰度	473.857 42	268.004 72	474.132 09	476.567 31	470.648 12	239.151 56
统计量	交通银行		新华保险		工商银行	
	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}	$\hat{\sigma}^2_{oit}$	r^2_{oit}
均值	0.000 001 68	0.000 008 74	0.000 002 70	0.000 014 80	0.000 001 60	0.000 006 33
标准差	0.000 019 73	0.000 046 12	0.000 009 78	0.000 050 38	0.000 014 75	0.000 050 19
偏度	21.550 221	12.417 434	7.500 452	13.164 923	20.041 406	16.917 388
峰度	470.044 41	181.546 13	69.239 44	227.858 66	423.235 91	320.724 09

表 2(续)

统计量	中国太保		中国建筑		光大银行	
	$\hat{\sigma}_{oit}^2$	r_{oit}^2	$\hat{\sigma}_{oit}^2$	r_{oit}^2	$\hat{\sigma}_{oit}^2$	r_{oit}^2
均值	0. 000 001 08	0. 000 010 29	0. 000 001 04	0. 000 009 10	0. 000 000 104	0. 000 009 63
标准差	0. 000 003 63	0. 000 028 18	0. 000 003 48	0. 000 036 90	0. 000 004 24	0. 000 048 14
偏度	8. 218 486	7. 678 706	7. 317 795	8. 212 237	10. 868 135	11. 762 283
峰度	87. 684 42	77. 604 63	67. 411 36	79. 156 81	141. 659 32	166. 687 29

4 结论

本文利用 U. Triacca 等[13]提出的隔夜波动率的估计量,对中国上证 50 指数中的 24 支成分股 2013 年 1 月到 2014 年 12 月的隔夜波动率进行估计,估计结果表明:利用广义动态因子模型来估计个股的隔夜波动率可以降低噪声的影响,减少用隔夜收益的平方作为隔夜波动率估计的误差,为隔夜波动率的估计提供了一种新的思路.但是还存在一些缺陷,只提出了隔夜波动率的估计量,如何构建全天波动率,即如何将高频的已实现波动率与低频的隔夜波动率结合将成为一种挑战.

5 参考文献

[1] Andersen T G,Bollerslev T. Answering the skeptics:yes,standard volatility models do provide accurate forecasts [J]. International Economic Review,1998,39(4):885-905.

[2] Cooper M J,Cliff M T,Gulen H. Return differences between trading and non-trading hours:like night and day [J/OL]. New York:Social Science Electronic Publishing,2008.

[3] Kelly M A,Clark S P. Returns in trading versus non-trading hours:the difference is day and night [J]. Journal of Asset Management,2011,12(2):132-145.

[4] Berkman H,Koch P D,Tuttle L A,et al. Paying attention:overnight returns and the hidden cost of buying at the open [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis,2012,47(4):715-741.

[5] Lachance M E. Night trading:lower risk but higher returns? [J/OL]. New York:Social Science Electronic Publishing,2015.

[6] Martens M. Measuring and forecasting S&P 500 index-futures volatility using high-frequency data [J]. Journal of Futures Markets,2002,22(6):497-518.

[7] Hansen P R,Lunde A. A realized variance for the whole day based on intermittent high-frequency data [J]. Journal of Financial Econometrics,2005,3(4):525-554.

[8] Bollerslev T,Zhou Hao. Expected stock returns and variance risk premia [J]. Review of Financial Studies,2006,22(11):4463-4492.

[9] 马锋,魏宇,黄登仕,等.隔夜收益率能提高高频波动率模型的预测能力吗 [J].系统工程学报,2016,31(6):793-797.

[10] Andersen T G,Bollerslev T,Meddahi N. Realized volatility forecasting and market microstructure noise [J]. Journal of Econometrics,2011,160(1):220-234.

[11] 孙洁.考虑跳跃和隔离波动的中国股票市场波动率建模与预测 [J].中国管理科学,2014,22(6):114-124.

[12] Lopez J A. Evaluating the predictive accuracy of volatility models [J]. Journal of Forecasting,2001,20(2):87-109.

[13] Triacca U,Focker F. Estimating overnight volatility of asset returns by using the generalized dynamic factor model approach [J]. Decisions in Economics and Finance,2014,37(2):235-254.

[14] Chamberlain G,Rothschild M. Arbitrage,factor structure and mean-variance analysis on large asset markets [J]. Econometrica,1983,51(5):1281-1304.

[15] Sargent T J,Sims C A. Business cycle modeling without pretending to have too much a priori economic theory [R]. Series Working Papers with Nunmbre 55 of Federal Reserve Bank of Minncapolis,1977.

[16] Geweke J F. The dynamic factor analysis of economic time series [M]. Amsterdam:North-Aolland,1977.

[17] Forni M,Hallin M,Lippi M,et al. The generalized dynamic-factor model:identification and estimation [J]. Journal of the American Statistical Association,2007,102(478):603-617.

[18] Forni M,Lippi M. The generalized dynamic factor model:representation theory [J]. Econometric Theory,2001,17(6):1113-1141.

[19] Abramowitr M,Stegun I A. Handbook of mathematical functions [M]. New York:Dover Publications,1965.

[20] Hallin M,Liška R. Determining the number of factors in the general dynamic factor model [J]. Journal of the American Statistical Association,2007,102(478):603-617.

(下转第 279 页)

The Quadratic-Linear Bi-Level Programming with Interval Coefficients

GAO Xiaoni, SUN Yuhua*

(School of Mathematics and Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: The quadratic-linear bi-level programming model with interval coefficients for upper objective function is studied. Firstly, the definition of the optimal value interval of quadratic-linear bi-level programming with interval coefficients is proposed. Secondly, the quadratic-linear bi-level programming model with interval coefficients is converted into two deterministic models. Then mixed integer programming method is used to solve the best optimal value and worst optimal value. Finally, numerical examples are given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: quadratic-linear bi-level programming; best optimal objective value; worst optimal objective value; optimal objective value interval

(责任编辑：曾剑锋)

(上接第 274 页)

The Estimation of the Overnight Volatility

XIAO Min [1], LI Can [2], JIANG Tao [1*]

(1. School of Statistics and Mathematics, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou Zhejiang 310018, China;
2. School of Mathematics and Statistics, Hunan University of Commerce, Changsha Hunan 410205, China)

Abstract: A new estimation of overnight volatility of individual stock returns based on the generalized dynamic factor model is proposed. Using the data of 24 stocks of the Shanghai Stock Exchange 50 index, the overnight volatility level of them is studied. Empirical results show that the new estimation performs better than the squared overnight return and dose eliminate part of the noisy component.

Key words: overnight volatility; generalized dynamic factor model; realized volatility

(责任编辑：曾剑锋)