

文章编号: 1000-5862(2017)04-0377-06

# 1 维正方准晶的 2 类接触问题

赵雪芬<sup>1,2</sup>

(1. 宁夏大学新华学院, 宁夏 银川 750021; 2. 宁夏大学数学统计学院, 宁夏 银川 750021)

**摘要:** 利用广义复变函数方法研究了 1 维正方准晶的 2 类接触问题, 即有限摩擦接触和半平面粘结接触问题, 得到了刚性平底压头作用下压头下方接触应力及接触位移的显式表达式. 结果表明: (i) 对于有限摩擦接触问题, 接触应力在压头边缘呈现  $-1/2 \pm \theta$  阶奇异性, 其中  $\theta$  由准晶的弹性常数和摩擦系数确定; 对于半平面粘结接触问题, 接触应力在压头的边缘显现出  $-1/2 \pm i\varepsilon$  阶奇异性, 其中  $\varepsilon$  由准晶的弹性常数确定; (ii) 由数值算例可知, 对于 2 类接触问题, 接触应力在压头下方分布规律相似; 接触位移与声子场作用力之间成正比关系; 接触应力在接触区边缘变化非常剧烈, 且产生了应力集中现象. 在一定条件下可得到 1 维 4 方和 6 方准晶 2 类接触问题的解.

**关键词:** 1 维正方准晶; 有限摩擦接触问题; 半平面粘结接触; 广义复变函数方法

**中图分类号:** O 346.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2017.04.09

## 0 引言

准晶是 1984 年在 Al-Mn 合金制备实验中发现的一种新固体结构<sup>[1]</sup>. 自发现以来, 准晶弹性理论的研究引起了力学和数学工作者的关注, 并取得了大量丰富的成果<sup>[2-5]</sup>. 接触力学是弹性理论的一个重要分支, 广泛存在于土木水利工程、机械工程等领域. 目前已有学者开展了关于准晶接触问题的实验和理论研究. 如 V. M. Azhazha 等<sup>[6-7]</sup>借助于压痕实验研究准晶的材料性质. 利用格林函数的方法, Wu Yefei 等<sup>[8-9]</sup>研究了 1 维准晶和 2 维准晶无摩擦接触问题, 给出了 3 种形状压头作用下接触应力的解析表达式, 并用数值算例分析了压头下方接触应力的分布情况. 基于积分变换和 Fourier 级数的方法, 叶玉娇等<sup>[10]</sup>研究了 12 次对称 2 维准晶的无摩擦接触问题, 得到了平底刚性压头作用下准晶上半平面表面应力函数和接触应力的解析表达式. 借助于平面弹性复变方法, Zhao Xuefen 等<sup>[11]</sup>研究了 3 维准晶 20 面体准晶的有限摩擦和半平面粘结接触问题, 得到了接触应力、接触位移的解析表达式, 并用数值算例分析了耦合系数对接触应力和接触位移的影响.

1 维正方准晶是一种较为常见的准晶, 关于 1 维正方准晶有限摩擦和半平面粘结接触问题的研究

目前较少报道. 本文利用广义复变函数方法, 结合 Riemann-Hilbert 边值问题讨论了 1 维正方准晶的有限摩擦接触问题和半平面粘结接触问题, 给出了压头下方接触应力和接触位移的显式表达式, 并用数值算例分析了所得结论. 对于 1 维 4 方和 6 方准晶的接触问题, 也可以用同样的方法来讨论.

## 1 基本理论

取坐标轴  $x_3$  方向为 1 维正方准晶的准周期方向, 垂直于准周期方向的平面  $ox_1x_2$  为周期平面, 建立空间直角坐标系. 当 1 维正方准晶的缺陷沿准周期方向穿透  $x_3$  轴时, 材料的几何性质不随  $x_3$  轴改变, 即有  $\partial/\partial x_3 = 0$ .

此时, 1 维正方准晶的弹性问题可分解为一个平面问题和一个反平面问题的叠加. 这里仅考虑平面问题, 其应力和位移分量可以用广义解析函数  $f_1(z_1)$ ,  $f_2(z_2)$  及其导数  $f_1'(z_1)$ ,  $f_2'(z_2)$  (广义解析函数及其导数统称为应力函数)<sup>[12]</sup> 表示为

$$\begin{cases} \sigma_{12} = \sigma_{21} = q_1 f_1'(z_1) + \overline{q_1 f_1'(z_1)} + q_2 f_2'(z_2) + \overline{q_2 f_2'(z_2)}, \\ \sigma_{22} = \mu_1 f_1'(z_1) + \overline{\mu_1 f_1'(z_1)} + \mu_2 f_2'(z_2) + \overline{\mu_2 f_2'(z_2)}, \\ u_1 = o_1 f_1(z_1) + \overline{o_1 f_1(z_1)} + o_2 f_2(z_2) + \overline{o_2 f_2(z_2)}, \\ u_2 = p_1 f_1(z_1) + \overline{p_1 f_1(z_1)} + p_2 f_2(z_2) + \overline{p_2 f_2(z_2)}, \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2016-10-28

基金项目: 国家自然科学基金(11362018), 宁夏高等学校科学技术研究课题(NGY2015182)和宁夏大学新华学院科学研究基金(16XHKY01)资助项目.

作者简介: 赵雪芬(1983-), 女, 宁夏隆德人, 副教授, 博士, 主要从事准晶弹性理论与缺陷力学的研究. E-mail: snownf@163.com

其中  $q_k = -C_{11}C_{66} + C_{12}C_{66}\lambda_k^2 \mu_k = (C_{12}^2 + C_{12}C_{66} - C_{11}C_{22}\lambda_k) - C_{22}C_{66}\lambda_k^3 \rho_k = \lambda_k(C_{11} + C_{66})$ ,  $p_k = -C_{11}C_{66} + C_{12}C_{66}\lambda_k^2$  这里  $C_{11}, C_{12}, C_{22}, C_{66}$  为声子场弹性常数;  $\sigma_{12}, \sigma_{22}$  为声子场应力分量;  $u_1, \mu_2$  为声子场位移分量;  $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$  是 1 维正方准晶平面弹性理论控制方程所对应的特征方程的 2 对共轭根,  $\alpha_k, \beta_k$  是仅依赖于准晶弹性常数的实常数,  $z_k = x_1 + \lambda_k x_2, k = 1, 2$ .

## 2 有限摩擦接触问题

如图 1 所示, 考虑一个宽度为  $2a$  的刚性压头具有有限摩擦的与 1 维正方准晶材料非周期平面 ( $ox_1x_3$  面) 接触. 有限摩擦接触问题的边界条件可表示为

$$\begin{cases} |x_1| < a, x_2 = 0: u_2'(x_1, 0^+) = f'(x_1), \\ \sigma_{12}(x_1, 0^+) = \rho\sigma_{22}(x_1, 0^+), \\ |x_1| > a, x_2 = 0: \sigma_{12}(x_1, 0^+) = \sigma_{22}(x_1, 0^+) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\rho > 0$  是摩擦系数.

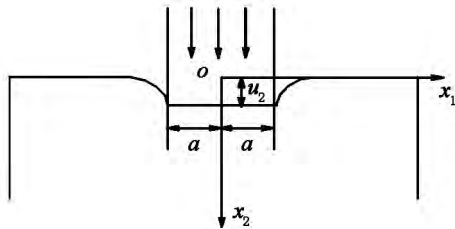


图 1 刚性压头与 1 维正方准晶非周期平面接触

在接触面上, 声子场切应力和正应力之间的比例关系可由应力函数  $f_1'(z_1), f_2'(z_2)$  表示为

$$(q_1 - \rho\mu_1)f_1^+(x_1) + (q_2 - \rho\mu_2)f_2^+(x_1) = -(\bar{q}_1 - \rho\bar{\mu}_1)\bar{f}_1^-(x_1) - (\bar{q}_2 - \rho\bar{\mu}_2)\bar{f}_2^-(x_1), |x_1| < a. \quad (3)$$

方程(3)的左端项在上半平面解析, 并在无穷远处趋于 0; 其右端项在下半平面解析, 同样也在无穷远处趋于 0, 从而当  $|x_1| < a$  时, 有

$$\begin{cases} f_2^+(x_1) = -\frac{q_1 - \rho\mu_1}{q_2 - \rho\mu_2}f_1^+(x_1), \\ f_1^-(x_1) = -\frac{\bar{q}_2 - \rho\bar{\mu}_2}{\bar{q}_1 - \rho\bar{\mu}_1}\bar{f}_2^-(x_1), \end{cases} \quad (4)$$

在接触面上, 声子场法向位移条件表示为

$$p_1f_1^+(x_1) + \bar{p}_1\bar{f}_1^-(x_1) + p_2f_2^+(x_1) + \bar{p}_2\bar{f}_2^-(x_1) = f'(x_1), |x_1| < a, \quad (5)$$

把关系(4)式代入(5)式, 消去  $\bar{f}_1^-(x_1)$  和  $\bar{f}_2^-(x_1)$

可得

$$f_1^+(x_1) + \gamma\bar{f}_2^-(x_1) = \delta f'(x_1), |x_1| < a,$$

其中

$$\gamma = \frac{(q_2 - \rho\mu_2)[\bar{p}_2(\bar{q}_1 - \rho\bar{\mu}_1) - \bar{p}_1(\bar{q}_2 - \rho\bar{\mu}_2)]}{(\bar{q}_1 - \rho\bar{\mu}_1)[p_1(q_2 - \rho\mu_2) - p_2(q_1 - \rho\mu_1)]},$$

$$\delta = \frac{q_2 - \rho\mu_2}{p_1(q_2 - \rho\mu_2) - p_2(q_1 - \rho\mu_1)}.$$

在接触面外, 由切应力的边界条件, 有

$$q_1f_1^+(x_1) + q_2f_2^+(x_1) = -\bar{q}_1\bar{f}_1^-(x_1) - \bar{q}_2\bar{f}_2^-(x_1), |x_1| > a.$$

同理, 由应力函数的解析性得, 当  $|x_1| > a$  时,

$$\begin{cases} f_2^+(x_1) = -\frac{q_1}{q_2}f_1^+(x_1), \\ f_1^-(x_1) = -\frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1}\bar{f}_2^-(x_1), \end{cases} \quad (6)$$

在接触面外, 声子场正应力可表示为

$$\mu_1f_2^+(x_1) + \bar{\mu}_1\bar{f}_1^-(x_1) + \mu_2f_2^+(x_1) + \bar{\mu}_2\bar{f}_2^-(x_1) = 0, |x_1| > a, \quad (7)$$

把(6)式代入(7)式, 消去  $\bar{f}_1^-(x_1)$  和  $f_2^+(x_1)$  可得

$$f_1^+(x_1) - \eta\bar{f}_2^-(x_1) = 0, |x_1| > a, \quad (8)$$

其中  $\eta = q_2(\bar{\mu}_2\bar{q}_1 - \bar{p}_1\bar{q}_2) / [\bar{q}_1(p_2q_1 - \mu_1q_2)]$ .

引入函数

$$\Omega(z) = \begin{cases} f_1^+(z), & z = z_1, \text{Im}(z_1) > 0, \\ \eta\bar{f}_2^-(z), & z = z_2, \text{Im}(z_2) < 0, \end{cases} \quad (9)$$

则  $\Omega(z)$  在  $x_1$  轴上满足条件

$$\begin{cases} \Omega^+(x_1) + \tau\Omega^-(x_1) = \delta f'(x_1), |x_1| < a, \\ \Omega^+(x_1) - \Omega^-(x_1) = 0, |x_1| > a, \end{cases} \quad (10)$$

其中  $\tau = \gamma/\eta$ .

显而易见, (10) 式为 Riemann-Hilbert 边值问题, 其解为

$$\Omega(z) = \frac{\delta X(z)}{2\pi i} \int_L \frac{f'(t) dt}{X^+(t)(t-z)} + CX(z), \quad (11)$$

其中  $X(z) = (z+a)^{-1/2-\theta}(z-a)^{-1/2+\theta}$ ,

$$\theta = \frac{\ln \tau}{2\pi i}, \mathcal{C} = \frac{F_2 + iF_1}{2\pi T i} = \frac{(1 + i\rho)F_2}{2\pi T i},$$

$$T = \frac{\mu_1\eta - \bar{\mu}_2}{\eta} - \frac{\bar{\mu}_1(q_2 - \rho\bar{\mu}_2)}{\eta(\bar{q}_1 - \rho\bar{\mu}_1)} - \frac{\mu_2(q_1 - \rho\mu_1)}{q_2 - \rho\mu_2},$$

$F_1$  和  $F_2$  分别表示作用在压头上水平和垂直方向的声子场作用力. 以上求得  $\Omega(z)$  的表达式已满足压头下方力的平衡条件

$$\oint [i\sigma_{22}(x_1, 0^+) - \sigma_{12}(x_1, 0^+)] dx_1 = iF_2 - F_1,$$

这里  $\oint$  为压头与准晶接触区域边界封闭回路的积分.

特别地, 当压头为平底压头时,  $f'(x_1) = 0$ , 从而 (11) 式可改写为

$$\Omega(z) = \frac{(1+i\rho)}{2\pi T_1} F_2 X(z). \quad (12)$$

把 (12) 式代入 (9) 式, 再将所得结果代入关系 (4) 式, 可得到压头下方应力函数的显式表达式, 从而得到压头下方接触应力和接触位移分别为

$$\begin{cases} \sigma_{22}(x_1, \rho^+) = -\frac{F_2}{2\pi} \cos(\theta\pi) (a^2 - x_1)^{-1/2} \left(\frac{a-x_1}{a+x_1}\right)^\theta, \\ \sigma_{12}(x_1, \rho^+) = -\frac{\rho F_2}{2\pi} \cos(\theta\pi) (a^2 - x_1)^{-1/2} \left(\frac{a-x_1}{a+x_1}\right)^\theta, \end{cases} \quad (13)$$

$$|x_1| < a,$$

$$u_2(x_1, \rho^+) = 2F_2 \operatorname{Im} \left[ (p_1(q_2 - \rho\mu_2) + p_2(q_1 - \rho\mu_2)) (1+i\rho) / (q_2 - \rho\mu_2) \right], |x_1| < a, \quad (14)$$

由 (13) 式可以看出, 接触应力在压头边缘具有  $-1/2 \pm \theta$  阶奇异性, 其中  $\theta$  与准晶的弹性常数和摩擦系数有关. (14) 式表明接触位移与声子场作用力成比例关系.

### 3 半平面粘结接触问题

对于半平面粘结接触问题, 其边界条件表示为

$$\begin{cases} |x_1| < a, \quad \sigma_2 = 0, \quad \mu_1'(x_1, \rho^+) = 0, \\ u_2'(x_1, \rho^+) = f'(x_1), \\ |x_1| > a, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_{12}(x_1, \rho^+) = \\ \sigma_{22}(x_1, \rho^+) = 0, \end{cases} \quad (15)$$

在接触面上, 声子场切向位移的边界条件可表示为

$$\begin{aligned} o_1 f_1^+(x_1) + \bar{o}_1 \bar{f}_1^-(x_1) + o_2 f_2^+(x_1) + \\ \bar{o}_2 \bar{f}_2^-(x_1) = 0, |x_1| < a. \end{aligned} \quad (16)$$

由 (16) 式可得到关系式

$$\begin{cases} f_2^+(x_1) = -\frac{o_1}{o_2} f_1^+(x_1), \\ f_1^-(x_1) = -\frac{\bar{o}_2}{\bar{o}_1} \bar{f}_2^-(x_1), \end{cases} \quad |x_1| < a. \quad (17)$$

对于半平面粘结接触问题, (5) 式同样成立. 把 (17) 式代入 (5) 式, 有

$$f_1^+(x_1) + s \bar{f}_2^-(x_1) = t f'(x_1), |x_1| < a, \quad (18)$$

其中  $t = o_2 / (o_2 p_1 - o_1 p_2)$ ,  $s = o_2 (\bar{o}_1 \bar{p}_2 - \bar{o}_2 \bar{p}_1) / [\bar{o}_1 (o_2 p_1 - o_1 p_2)]$ .

利用边界条件 (15) 式, 接触面外应力自由条件

可以表示为

$$f_1^+(x_1) - \eta \bar{f}_2^-(x_1) = 0, |x_1| > a,$$

其中  $\eta$  的定义同 (8) 式.

引入如 (9) 式定义的函数  $\Omega(z)$ , 对于半平面粘结接触问题,  $\Omega(z)$  在  $x_1$  轴上满足

$$\begin{cases} \Omega^+(x_1) + \xi \Omega^-(x_1) = \delta f'(x_1), |x_1| < a, \\ \Omega^+(x_1) - \Omega^-(x_1) = 0, |x_1| > a, \end{cases} \quad (19)$$

其中  $\xi = s/\eta$ .

对于平底压头, (19) 式的解为

$$\Omega(z) = C_0 X_0(z),$$

其中  $X_0(z) = (z+a)^{-1/2+i\varepsilon} (z-a)^{-1/2-i\varepsilon}$ ,  $\varepsilon = -\ln \xi / (2\pi)$ ,  $C_0 = iP_0 / (2\pi T)$ ,  $P_0$  是作用在压头上的声子场作用力.

压头下方声子场的接触应力和接触位移分别为

$$\begin{cases} \sigma_{22}(x_1, \rho^+) = -\frac{P_0(\xi+1)}{2\pi T \sqrt{\xi}} (a^2 - x_1)^{-1/2} \cdot \\ \cos(\varepsilon \ln \frac{a+x_1}{a-x_1}), \\ \sigma_{12}(x_1, \rho^+) = -\frac{P_0(\xi+1)}{2\pi T \sqrt{\xi}} (a^2 - x_1)^{-1/2} \cdot \\ \sin(\varepsilon \ln \frac{a+x_1}{a-x_1}), \end{cases} \quad |x_1| < a,$$

$$u_2(x_1, \rho^+) = 2P_0 \operatorname{Re} \left( \frac{o_1 p_2 - o_2 p_1}{o_2 T} \right), |x_1| < a.$$

显见, 接触应力在压头的边缘显现出  $-1/2 \pm i\varepsilon$  阶奇异性, 其中  $\varepsilon$  由准晶的弹性常数确定; 接触位移与声子场作用力成比例关系.

### 4 讨论与数值算例

1) 当  $C_{11} = C_{12}$  时, (1) 式表示 1 维 4 方准晶的应力和位移分量. 从而, 1 维 4 方准晶的 2 类摩擦问题的解可用本文所给方法得到.

2) 当  $C_{11} = C_{22}$ ,  $2C_{66} = C_{11} - C_{12}$  时, (1) 式表示 1 维 6 方准晶的应力和位移分量.  $\lambda = \pm i$ ,  $z' = x_1 + ix_2$ . 除本文所给方法外, 还可用复势理论、积分变换等方法求解 1 维 6 方准晶 2 类摩擦接触问题.

3) 目前还较少有关于 1 维正方准晶弹性常数的确切报道, 以文献 [3] 给出的 1 维准晶的弹性常数为例, 对本文所得结论进行分析.

取  $C_{11} = C_{22} = 150$ ,  $C_{12} = 45$ , 以上弹性常数的单位为 GPa, 平底刚性压头的宽度为 1.0 mm ( $a =$

0.5 mm)。

图2给出了在有限摩擦接触问题中,声子场接触应力与摩擦系数之间的关系。从图2中可以看出接触应力 $\sigma_{22}$ 在接触区域外为0,这与(9)式所给边界条件一致。摩擦系数 $\rho$ 对接触应力 $\sigma_{22}$ 值的大小和分布规律几乎无影响,这与准晶材料的低摩擦性相吻合。这也验证了本文求解的正确性。从图2中还可以看出,在接触区域内,随着压头宽度 $a$ 的增大接触应力 $\sigma_{22}$ 逐渐减小,这与客观规律相符。

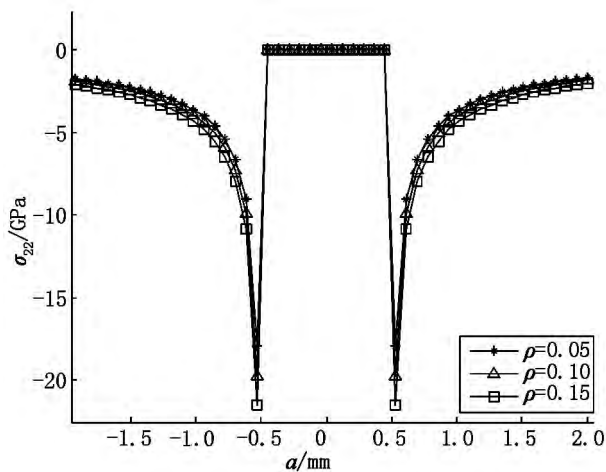


图2 摩擦系数对接触应力的影响

图3给出了2类接触问题压头下方接触应力的分布图。从图3中可以看出,在2类接触问题中,接触应力 $\sigma_{22}$ 的分布规律相似。粘结接触问题中的 $\sigma_{22}$ 的值略大于有限摩擦接触中的 $\sigma_{22}$ 的值。这是因为粘结接触问题是有限摩擦接触问题的极限状态( $\rho \rightarrow \infty$ )。由于准晶的低摩擦性,2类接触问题中压头下方接触应力值大小差异不大,这与图2得出的结论一致。

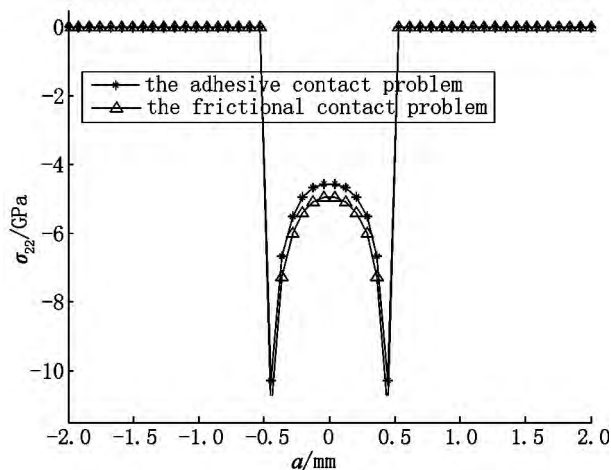


图3 接触应力的分布图

图4给出了2类接触问题中声子场作用力和接

触位移 $u_2$ 之间的关系。从图4中可以看出,在2类接触问题中,随着声子场作用力的增大,接触位移也增大。同样,因为准晶的低摩擦性,在给定声子场作用力时,粘结接触问题中接触位移只是略大于有限摩擦接触问题中接触位移的值。

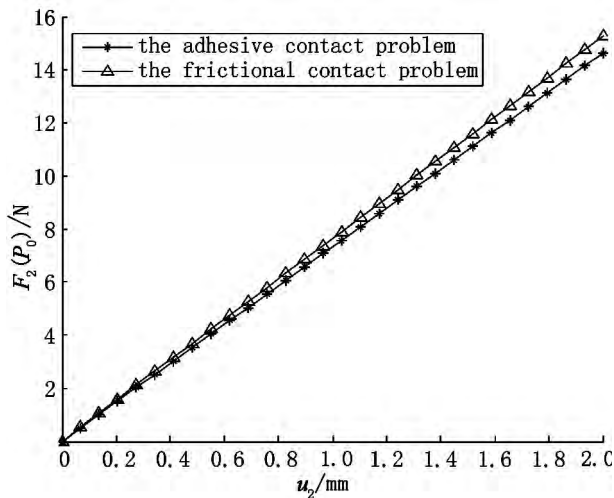


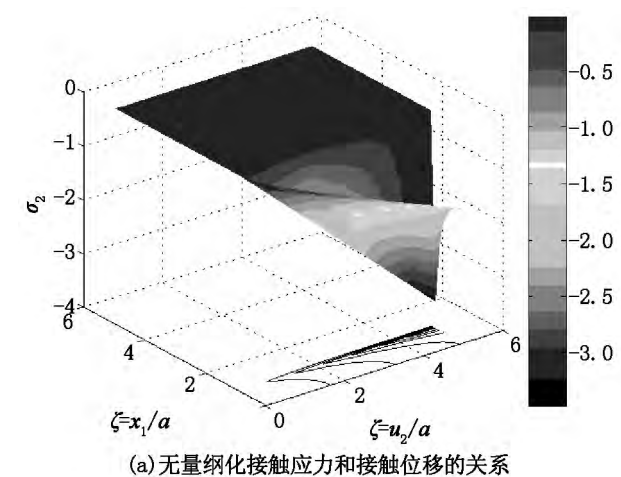
图4 接触位移和声子场作用力的关系

令 $\sigma_2 = \sigma_{22}/F_2$ ,  $\sigma'_2 = \sigma_{22}/P_0$ 表示无量纲化接触应力, $\zeta = u_2/a$ 表示无量纲化接触位移。图5和图6分别绘制了有限摩擦接触问题和粘结接触问题中无量纲化声子场接触应力与无量纲化接触位移的关系。观察图5(a)、图6(a)与图5(b)、图6(b)不难发现, $\sigma_2$ 和 $\sigma'_2$ 在接触面外为0,这与边界条件(2)式和(15)式吻合,可进一步验证本文求解的正确性。从图中还可以看出, $\sigma_2$ 随着 $\zeta$ 的增大而逐渐增大。当 $\zeta$ 给定时, $\sigma'_2$ 略大于 $\sigma_2$ ,这与图4所得结论一致。从图5(b)、图6(b)和图5(c)、图6(c)中可以看出,无量纲化接触应力 $\sigma_2$ 在接触区边缘变化非常剧烈,且产生了应力集中现象,上述结论与弹性材料中所得结论一致<sup>[13]</sup>。

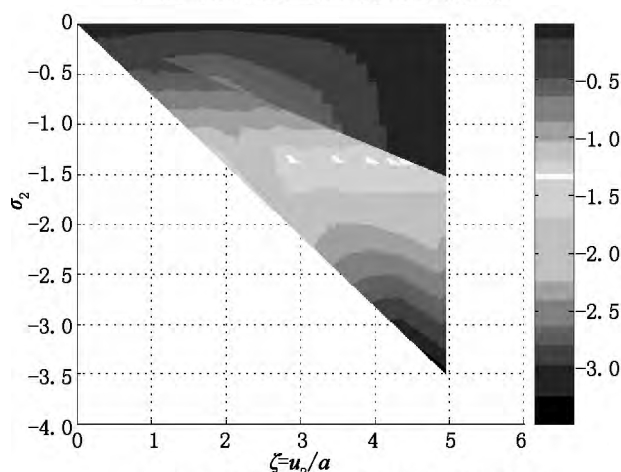
## 5 结论

本文讨论了刚性压头作用下,1维正方准晶的2类接触问题,即有限摩擦接触问题和半平面粘结接触问题。利用广义复变函数的方法,2类接触问题转化为Riemann-Hilbert边值问题,得到了平底压头作用下2类接触问题接触面上接触应力和接触位移的显式表达式。所得结果与经典结论相吻合,这表明准晶具有与弹性材料相似的性质,从而说明经典弹性理论同样适用于研究准晶材料的平面弹性问题的研究。在一定条件下,所得结论可退化为1维4方准晶

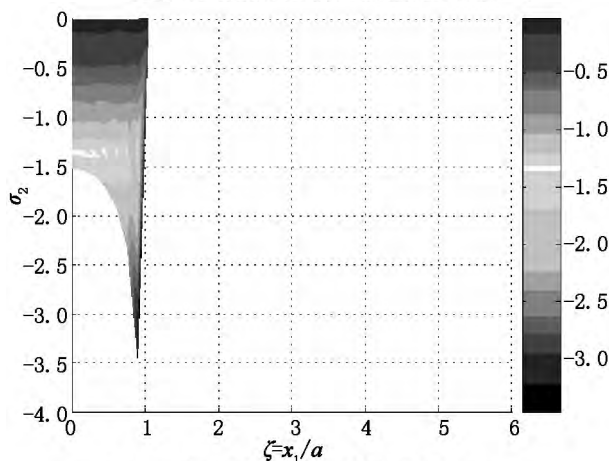
和 1 维 6 方准晶的 2 类接触问题的解.



(a) 无量纲化接触应力和接触位移的关系

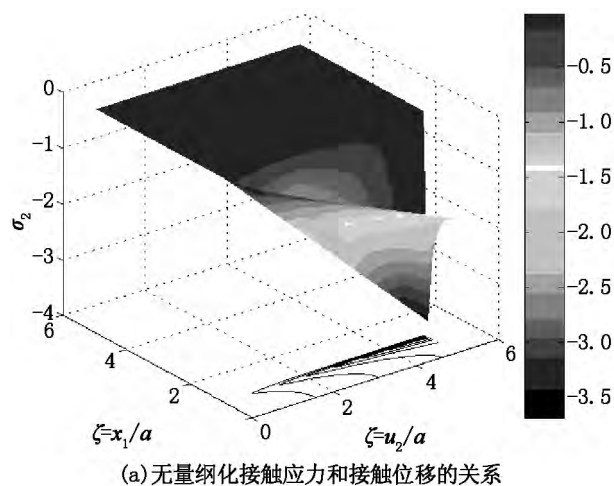


(b) 无量纲化接触应力在接触面上的分布云

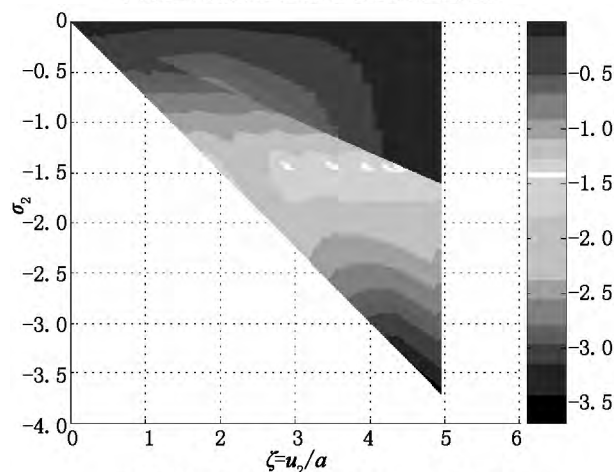


(c) 无量纲化接触应力与接触位移关系云

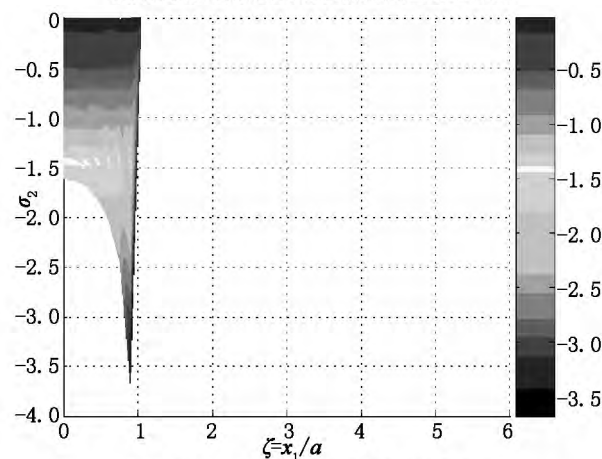
图5 无量纲化接触应力与接触位移的关系  
(有限摩擦接触问题)



(a) 无量纲化接触应力和接触位移的关系



(b) 无量纲化接触应力在接触面上的分布云



(c) 无量纲化接触应力与接触位移关系云

图6 无量纲化接触应力与接触位移的关系  
(粘结接触问题)

2595-2607.

- [2] Guo Junhong ,Yu Jing ,Xing Yongming. Anti-plane analysis on a finite crack in a one-dimensional hexagonal quasicrystal strip [J]. Mechanics Research Communications , 2013 52( 4) : 40-45.
- [3] Li Xiangyu. Elastic field in an infinite medium of one-dimensional hexagonal quasicrystal with a planar crack [J].

## 6 参考文献

- [1] Guo Junhong ,Yu Jing ,Xing Yongming ,et al. Thermoelastic analysis of two-dimensional decagonal quasicrystal with a conductive elliptichole [J]. Acta Mech 2016 227( 9) :

- International Journal of Solids and Structures ,2014 ,51 ( 6 ) : 1442-1455.
- [4] Tupholme G E. Row of shear cracks moving in one-dimensional hexagonal quasicrystalline materials [J]. Engineering Fracture Mechanics ,2015 ,134: 451-458.
- [5] Guo Junhong ,Yu Jing ,Si Riguleng. A semi-inverse method of a Griffith crack in one-dimensional hexagonal quasicrystals [J]. Applied Mathematics and Computation ,2013 , 219( 14 ) : 7445-7449.
- [6] Azhazha V M ,Borisova S S ,Dub S. N ,et al. Mechanical behavior of Ti-Zr-Ni quasicrystals during nanoindentation [J]. Physics of the Solid State ,2005 ,47 ( 12 ) : 2262-2267.
- [7] Mukhopadhyay N K ,Belger A ,Paufler R. Nanomechanical characterization of Al-Co-Ni decagonal quasicrystals [J]. Philosophical Magazine ,2006 ,86( 6/7/8 ) : 999-1005.
- [8] Wu Yefei ,Chen Weiqiu ,Li Xiangyu. Indentation on one-dimensional hexagonal quasicrystal: general theory and complete exact solutions [J]. Philosophical Magazine , 2013 ,93( 8 ) : 858-882.
- [9] Li Xiangyu ,Wu Yefei ,Chen Weiqiu ,Indentation on two-dimensional hexagonal quasicrystals [J]. Mechanics of Materials ,2014 ,76( 9 ) : 121-136.
- [10] 叶玉娇 李星 赵雪芬. 十二次对称二维准晶中的无摩擦接触问题 [J]. 固体力学学报 ,2016 ,37( 1 ) : 83-89.
- [11] Zhao Xuefen ,Li Xing ,Ding Shenhui. Two kinds of contact problems in three-dimensional icosahedral quasicrystals [J]. Applied Mathematics and Mechanics: English Edition ,2015 ,36( 12 ) : 1569-1580.
- [12] Liu Guanting ,Fan Tianyou ,Guo Ruiping. Governing equations and general solutions of plane elasticity of one-dimensional quasicrystals [J]. International Journal of Solids and Structures ,2004 ,41( 14 ) : 3949-3959.
- [13] Gladwell G M L. 经典弹性理论中的接触问题 [M]. 范天佑 ,译. 北京: 北京理工大学出版社 ,1991.

## Two Kinds of Contact Problem in One-Dimensional Orthorhombic Quasicrystals

ZHAO Xuefen<sup>1 2</sup>

( 1. Xinhua College ,Ningxia University ,Yinchuan Ningxia 750021 ,China;

2. School of Mathematics and Statistics ,Ningxia University ,Yinchuan Ningxia 750021 ,China)

**Abstract:** By using generalized complex variable method ,two kinds of contact problems in one-dimensional orthorhombic quasicrystals are discussed. One kind of contact problem is the frictional one ,the other is the adhesive one. Under the action of a flat rigid punch ,the explicit expressions of contact stresses and contact displacements are obtained. The results show that contact stresses exhibit the singularities  $-1/2 \pm \theta$  for the frictional contact problem with  $\theta$  determined by the elastic constants of the quasicrystal and the frictional factor ,contact stresses exhibit the singularities  $-1/2 \pm i\varepsilon$  at the edge of the contact zone for the adhesive contact problem ,where  $\varepsilon$  determine by the elastic constants of the quasicrystal. Numerical examples indicate that for two kinds of problems ,the distribution regulations of the contact stress under the punch are similar ,and the contact displacement is proportion to the applied force. It can be also obtained that the magnitude of the contact stress changes quickly and stress concentration phenomenon emerges in the edge of contact zone. As special cases ,the conclusions can reduce to the solutions of two kinds of contact problems in one-dimensional tetragonal and hexagonal quasicrystals ,respectively.

**Key words:** one-dimensional orthorhombic quasicrystals; the frictional contact problem; the adhesive contact problem; generalized complex variable method

( 责任编辑: 曾剑锋)