

文章编号: 1000-5862(2017)06-0623-06

# 色噪声与乘性信号驱动下昆虫爆发系统的 稳定性和随机共振

方次军<sup>1,2</sup>, 刘先斌<sup>1\*</sup>

(1. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 江苏 南京 210016;

2. 湖北工业大学理学院, 湖北 武汉 430068)

摘要: 研究的是一类受色噪声和乘性周期信号驱动的昆虫爆发系统的稳定性和随机共振现象. 首先对于一类由色交叉关联噪声驱动的昆虫爆发种群系统, 通过应用 FPK 方程, 获取了系统的稳态概率分布函数的近似表达式, 重点讨论了噪声强度及自相关时间对此类昆虫爆发系统稳定性的影响; 然后通过加入弱乘性周期信号, 根据快速下降法和两态理论给出了信噪比公式, 研究了噪声及其关联时间对于昆虫系统信噪比的影响. 进而分析它们对系统种群数的稳定性和延续存活时间的一些实际作用.

关键词: 昆虫爆发模型; 色噪声; FPK 方程; 稳态概率分布函数; 随机共振

中图分类号: O 324 文献标志码: A DOI: 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2017.06.13

## 0 引言

高斯白噪声由于不存在记忆性, 且功率为无穷大, 仅是一种理想化的噪声. 真实的噪声不仅噪声本身存在关联时间, 而且噪声相互之间也存在关联时间. 近年来, 各种噪声激励下的非线性随机系统已经引起了广泛关注. 特别地, 对受噪声驱动的非线性生物系统进行了理论研究, 大量的研究和实验都表明噪声对非线性生物系统可产生重大影响. 如 C. S. Holling<sup>[1]</sup>研究了噪声在生态动力学中的影响, N. M. Shnerbal 等<sup>[2]</sup>发现临界噪声过程有助于干旱地域植被的空间组织, V. Guttal 等<sup>[3]</sup>研究了噪声对湖泊富营养化的影响, Zeng Chunhua 等<sup>[4]</sup>研究发现噪声会增加放牧生态植被系统模型的稳定性等. 最近, 生态学家越来越多的关注到了噪声在非线性系统中的奇异性<sup>[5-6]</sup>. 实际上, 噪声诱导系统的改变在许多非线性生物系统中得到了广泛的研究, 如磁性生物系统<sup>[7]</sup>、FHN 生物神经系统<sup>[8]</sup>、非对称双稳系统<sup>[9]</sup>等. 文献[10]详细地研究了外部随机扰动和内部波动对昆虫生态系统的影响.

本文主要讨论噪声项和自相关时间对昆虫爆发系统的稳定性以及随机共振现象的影响.

## 1 理论模型

考虑一个由 J. D. Murray<sup>[11]</sup>和 D. Ludwig 等<sup>[12]</sup>提出的云杉蚜虫非线性种群系统, 该蚜虫动力系统的确定性方程如下:

$$dx/dt = rx - rx^2/q - \beta x^2/(1+x^2), \quad (1)$$

其中  $x$  代表昆虫种群的密度,  $r$  表示昆虫的出生率,  $q$  表示环境的容纳承载能力,  $\beta$  代表天敌鸟类的捕食率. 特别地,  $r/q$  被称为昆虫种群在当地区域的拥挤效应系数. 方程(1)的势函数为

$$U(x) = \frac{1}{3} \frac{rx^3}{q} - \frac{1}{2} rx^2 + \beta x - \beta \arctan x, \quad (2)$$

其中  $x > 0$ . 方程(2)有 2 个稳态解  $x_{s_1} \approx 0.7283$ ,  $x_{s_2} \approx 7.2939$  和 1 个不稳态解  $x_u \approx 2.0937$ , 如图 1 所示.

由于方程(1)没有考虑内在和外部环境波动影响, 它仅仅是一个理想化模型. 在实际问题中, 昆虫数量的拥挤效应系数  $r/q$  一直被乘性噪声  $\xi(t)$  (如温度、气候和自然天敌等因素) 所影响, 从而方程的  $r/q$  可写成  $r/q + \xi(t)$ . 同时, 昆虫种群内部为食物而产生竞争与合作, 这样可能会产生加性噪声  $\eta(t)$ , 从而改变昆虫种群的大小. 当上述因素被考虑时, 方程(1)变成了一个随机微分方程

收稿日期: 2017-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(10672074, 11072107)资助项目.

通信作者: 刘先斌(1964-)男, 江苏南京人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事非线性随机动力学方面的研究. E-mail: xb-liu@nuaa.edu.cn

$$dx(t)/dt = rx(t) - (r/q + \xi(t))x(t)^2 - \beta x(t)^2/[1 + x(t)^2] + \eta(t), \quad (3)$$

这里  $\xi(t)$  和  $\eta(t)$  代表色高斯噪声,具有如下统计性质

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= \langle \eta(t) \rangle = 0, \\ \langle \xi(t) \xi(t') \rangle &= Q \exp(-|t - t'|/\tau_1) / \tau_1, \\ \langle \eta(t) \eta(t') \rangle &= M \exp(-|t - t'|/\tau_2) / \tau_2, \end{aligned}$$

其中  $Q$  和  $M$  分别表示乘性和加性噪声强度,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  分别表示乘性和加性噪声的自相关时间.

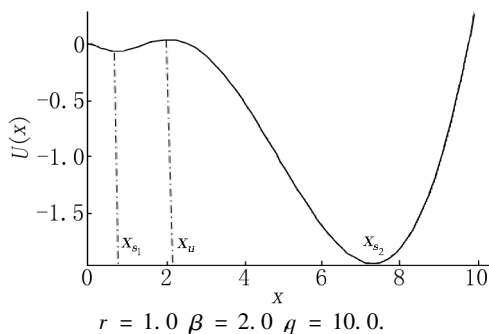


图1 势函数  $U(x)$

## 2 噪声与关联时间对昆虫种群稳定性的影响

基于 Novikov 定理<sup>[13]</sup> 和 Fox 方法<sup>[14]</sup>, 由方程 (3) 可得到一个由色噪声驱动昆虫爆发种群系统的近似 Fokker-Planck 方程

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \mu(x) P(x, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sigma^2(x) P(x, t), \quad (4)$$

这里漂移系数  $\mu(x)$  和扩散系数  $\sigma^2(x)$  分别为

$$\begin{aligned} \mu(x) &= f(x) + \frac{Qg(x) \cdot g'(x)}{1 - \tau_1 f'(x_{s_2})}, \\ \sigma^2(x) &= \frac{Qg(x)^2}{1 - \tau_1 f'(x_{s_2})} + \frac{M}{1 - \tau_2 f'(x_{s_2})}, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} f(x) &= rx(1 - x/q) - \beta x^2/(1 + x^2), \quad g(x) = -x^2, \\ 1 - \tau_1 f'(x_{s_2}) &= 1 - \tau_1 [r(1 - x_{s_2}/q) - rx_{s_2}/q + 2\beta x_{s_2}^2/(1 + x_{s_2}^2) - 1]/(1 + x_{s_2}^2), \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

方程 (4) 的稳态概率分布函数为

$$P_{st}(x) = \frac{N}{\sigma(x)} \exp \left[ \int_x \frac{\mu(x')}{\sigma^2(x')} dx' \right] = \frac{N}{\sigma(x)} \exp [\tilde{U}(x)], \quad (5)$$

$N$  是归一化常数, 系统的修正势函数  $\tilde{U}(x)$  可写为

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x) &= d_2 \beta d_1 \arctan x / (Md_1 + Qd_2) + \\ &A_1 \ln (Qx^4 d_2 + Md_1) / (Md_1 + Qd_2) + \\ &A_2 \arctan \left( x^2 \sqrt{\frac{Qd_2}{Md_1}} \right) / [(Md_1 + Qd_2) \sqrt{Md_1 Qd_2}] + \end{aligned}$$

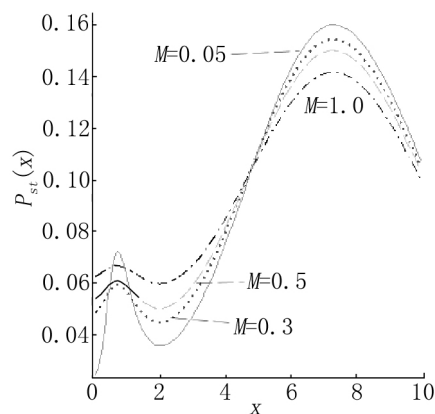
$$\begin{aligned} &A_3 \ln \left( \left( x^2 + \sqrt{2} x \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/4} + \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/2} \right) / \right. \\ &\left. \left( x^2 - \sqrt{2} x \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/4} + \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/2} \right) \right) / [(Md_1 + Qd_2) \sqrt{Md_1 Qd_2}] + \\ &A_4 \left( \arctan \left( \sqrt{2} x \sqrt{\frac{Md_1}{Qd_2}} + 1 \right) + \right. \\ &\left. \arctan \left( \sqrt{2} x \sqrt{\frac{Md_1}{Qd_2}} - 1 \right) \right) / [(Md_1 + Qd_2) \sqrt{Md_1 Qd_2}], \quad (6) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= (Md_1 + Qd_2) / 2, \quad A_2 = (d_2 r M d_1^2 M + d_1 r Q d_2^2) / 2, \\ A_3 &= -\frac{\sqrt{2}}{8} d_2 \beta d_1 \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/2} - \frac{1}{4} d_2 \beta d_1 \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/2} - \\ &\frac{\sqrt{2}}{8} d_1^2 r M - \frac{\sqrt{2}}{8} d_2 \beta d_1 - \frac{\sqrt{2}}{8} d_2 r d_1, \\ A_4 &= -\frac{\sqrt{2}}{4} d_2 \beta d_1 \left( \frac{Md_1}{Qd_2} \right)^{1/2} - \frac{\sqrt{2}}{4} d_1^2 r M - \frac{\sqrt{2}}{4} d_2 r d_1 - \\ &\frac{\sqrt{2}}{4} d_2 \beta d_1, \quad \mu_i = 1 - \tau_i f'(x_{s_i}), \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

根据方程 (5) 中的稳态概率分布函数  $P_{st}(x)$ , 下面通过数值计算结果给出噪声项和关联时间项对昆虫稳定性的影响规律.

图2表示作为昆虫密度  $x$  的函数  $P_{st}(x)$  随不同加性噪声强度  $M$  的变化图形. 图2中稳态概率分布函数  $P_{st}(x)$  出现了2个峰值. 随着加性噪声强度  $M$  的增加, 峰值高度出现改变, 且其高度在较小稳态值  $x_{s_1}$  处改变较小, 而在较大稳态值  $x_{s_2}$  处变化显著. 故加性噪声强度  $M$  的增加, 可以减少昆虫种群系统繁殖的可能性, 但这并不会导致昆虫种群的灭绝.

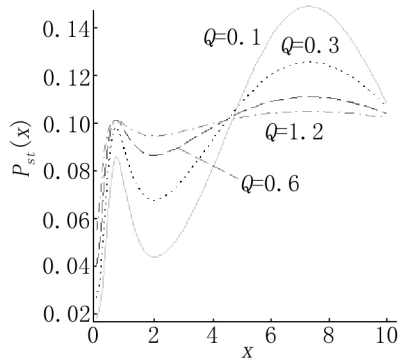


$Q = 0.2, \tau_1 = 0.3, \tau_2 = 0.3, r = 1.0, \beta = 2.0, q = 10.0.$

图2 作为昆虫密度  $x$  的函数  $P_{st}$  随不同  $M$  的变化图形

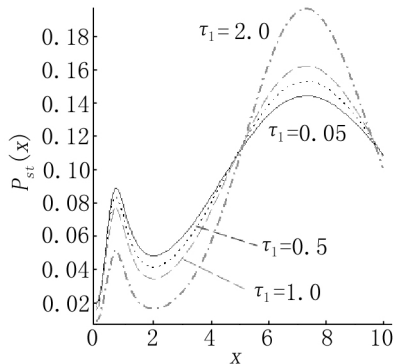
图3表示概率分布函数  $P_{st}$  作为昆虫密度  $x$  的函数随不同乘性噪声强度  $Q$  的变化图形. 在图3中稳态概率分布函数  $P_{st}$  也出现了2个峰值, 可以发现: 随着乘性噪声强度  $Q$  的增加, 稳态概率分布函数的

峰值在较小稳定点  $x_{s1}$  处增加到某个值,而在较大稳定点  $x_{s2}$  处快速减少.这表明噪声强度  $Q$  能影响生物系统的稳定性,从而加快昆虫种群的灭绝.



$M = 0.03$   $\tau_1 = 0.3$   $\tau_2 = 0.3$   $r = 1.0$   $\beta = 2.0$   $\eta = 10.0$ .

图3 作为昆虫密度  $x$  的函数  $P_{st}(x)$  随不同  $Q$  的变化图形



$M = 0.03$   $Q = 0.2$   $\tau_2 = 0.3$   $r = 1.0$   $\beta = 2.0$   $\eta = 10.0$ .

图4 作为昆虫密度  $x$  的函数  $P_{st}$  随不同  $\tau_1$  的变化图形

图4表示概率分布函数  $P_{st}(x)$  作为昆虫密度  $x$  的函数随不同乘性噪声的自相关时间  $\tau_1$  的变化图形.虽然稳态概率分布函数  $P_{st}(x)$  呈现出2个峰值,但这里不同于图2和图3,随着自相关时间  $\tau_1$  的增加,稳态概率分布函数的峰值分别在较小稳定点  $x_{s1}$  处快速减少,而在较大稳定点  $x_{s2}$  处显著增加.这意味着乘性噪声的关联时间  $\tau_1$  对提高系统的稳定性和延长种群生存时间起着积极作用.

### 3 噪声及其关联时间引发的昆虫爆发系统的随机共振现象

对蚜虫动力系统的随机微分方程

$$dx(t)/dt = rx(t) - (r/q + \xi(t))x(t)^2 - \beta x(t)^2 / [1 + x(t)^2] + \eta(t). \quad (7)$$

考虑昆虫拥挤效应系数  $r/q$  除了被乘性噪声  $\xi(t)$  所影响之外,若引入一个外界周期力的作用,则  $r/q$  可写成  $r/q + \xi(t) + A\cos(\omega t)$  则(7)式可改写为

$$dx(t)/dt = rx(t) - (r/q + \xi(t) +$$

$$A\cos(\omega t))x(t)^2 - \beta x(t)^2 / [1 + x(t)^2] + \eta(t), \quad (8)$$

其对应的近似 Fokker-Planck 方程可改写为

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \mu_0(x) P(x, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sigma^2(x) P(x, t),$$

这里漂移系数  $\mu_0(x)$  和扩散系数  $\sigma^2(x)$  分别为

$$\mu_0(x) = f(x) + \frac{Qg(x)g'(x)}{1 - \tau_1 f'(x_{s2})} - x^2 A\cos(\omega t),$$

$$\sigma^2(x) = \frac{Qg(x)^2}{1 - \tau_1 f'(x_{s2})} + \frac{M}{1 - \tau_2 f'(x_{s2})},$$

其中  $f(x)$   $g(x)$  如前定义.方程(8)的稳态概率分布函数为

$$P_{st}(x) = \frac{N}{\sigma(x)} \exp\left[\int_x \frac{\mu_0(x')}{\sigma^2(x')} dx'\right] = \frac{N}{\sigma(x)} \exp[\hat{U}(x)],$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{U}(x) = & B_1 \arctan(x^2 \sqrt{Qd_2/(Md_1)}) / [Md_1 + \\ & Qd_2] \sqrt{Md_1 Qd_2} + d_2 \beta d_1 \arctan x / (Md_1 + \\ & Qd_2) + B_2 \ln(Qx^4 d_2 + Md_1) / (Md_1 + Qd_2) + \\ & B_3 \ln[x^2 + \sqrt{2}x(Md_1/(Qd_2))^{1/4} + \\ & (Md_1/(Qd_2))^{1/2}] / [x^2 - \sqrt{2}x(Md_1/(Qd_2))^{1/4} + \\ & (Md_1/(Qd_2))^{1/2}] - [Md_1 + Qd_2] \sqrt[4]{Md_1/Qd_2} + \\ & B_4 \arctan(\sqrt{2}x/(Md_1/(Qd_2))^{1/4} + 1) + \\ & \arctan(\sqrt{2}x/(Md_1/(Qd_2))^{1/4} - 1) / [Md_1 + \\ & Qd_2] \sqrt[4]{Md_1/Qd_2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$B_1 = (d_2 r M d_1^2 + d_1 r Q d_2^2) / 2 \quad B_2 = (Md_1 +$$

$$Qd_2) / 2 \quad B_3 = -\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{d_1^2 r M}{Qq} - \frac{\sqrt{2}}{8} d_2 \beta d_1 \left(\frac{Md_1}{Qd_2}\right)^{1/2} -$$

$$\frac{1}{4} d_2 \beta d_1 \left(\frac{Md_1}{Qd_2}\right)^{1/2} - \frac{\sqrt{2}}{8} d_2 \beta d_1 - \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{d_2 r d_1}{q} -$$

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{d_1^2 M A \cos(\omega t)}{Q} - \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{d_2 A \cos(\omega t) d_1}{Q} \quad B_4 =$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{4} d_2 \beta d_1 \left(\frac{Md_1}{Qd_2}\right)^{1/2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{d_1^2 r M}{Qq} - \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{d_2 r d_1}{q} - \frac{\sqrt{2}}{4} d_2 \beta d_1 -$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \frac{d_1^2 A \cos(\omega t) M}{Qq} - \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{d_2 A \cos(\omega t) d_1}{Qq},$$

$$d_i = 1 - \tau_i f'(x_{s2}) \quad i = 1, 2.$$

考虑系统从小稳态  $x_{s1}$  到大稳态  $x_{s2}$  的平均首通时间  $T(x_{s1} \rightarrow x_{s2})$  以及从大稳态  $x_{s2}$  回到小稳态  $x_{s1}$  的平均首通时间  $T(x_{s2} \rightarrow x_{s1})$ , 当  $Q, M$  相对于势垒高度足够小时,即  $Q, M \ll |U(x_u) - U(x_{s1})|$  ( $i = 1, 2$ ) 根据最速下降法<sup>[15]</sup>,得到近似的平均首通时间表达式

$$T(x_{s1} \rightarrow x_{s2}) = 2\pi / \sqrt{|U'''(x_u) U'''(x_{s1})|} \cdot$$

$$\exp [\hat{U}(x_u) - \hat{U}(x_{s_1})] / Q],$$

$$T(x_{s_2} \rightarrow x_{s_1}) = 2\pi / \sqrt{|U'''(x_u) U'''(x_{s_2})|} \cdot$$

$$\exp [\hat{U}(x_u) - \hat{U}(x_{s_2})] / Q],$$

则  $x_{s_1}$  和  $x_{s_2}$  之间的转移速率  $W_{12}$  表示为

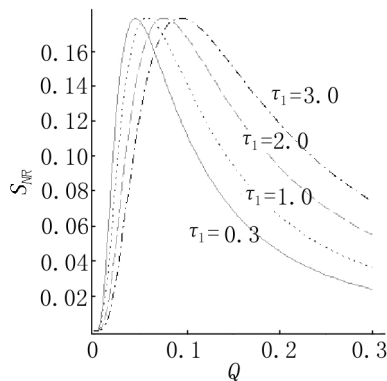
$$W_1 = (\sqrt{|U'''(x_{s_1}) U'''(x_u)|} / 2\pi) \exp [\hat{U}(x_{s_1}) - \hat{U}(x_u)] / Q],$$

$$W_2 = (\sqrt{|U'''(x_{s_2}) U'''(x_u)|} / 2\pi) \exp [\hat{U}(x_{s_2}) - \hat{U}(x_u)] / Q],$$

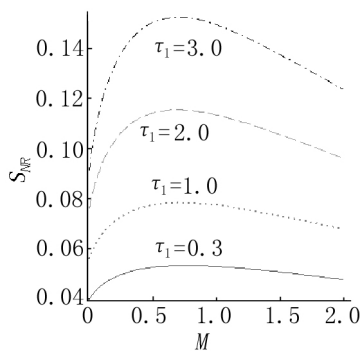
其中  $U(x)$  和  $\hat{U}(x)$  如(2)式和(9)式定义.  $W_1$  表示生物系统从衰竭态到繁荣态的平均发展速率, 而  $W_2$  表示生物系统从繁荣态到衰竭态的平均灭绝速率.

根据随机共振的两态理论, 系统输出信号的功率谱密度的信噪比  $S_{NR}$  公式<sup>[16]</sup> 为

$$S_{NR} = \frac{A^2 \pi (\mu_1 \alpha_2 + \mu_2 \alpha_1)^2}{4 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)},$$



(a)  $M = 0.1$



(b)  $Q = 0.2$

其他参数取值为  $\tau_2 = 0.3$ ,  $r = 1.0$ ,  $\beta = 2.0$ ,  $q = 10.0$ ,  $A = 0.1$ ,  $\omega = 0.01$ .

图5 信噪比  $S_{NR}$  作为噪声强度  $Q$  和  $M$  的函数对于不同  $\tau_1$  值的变化图

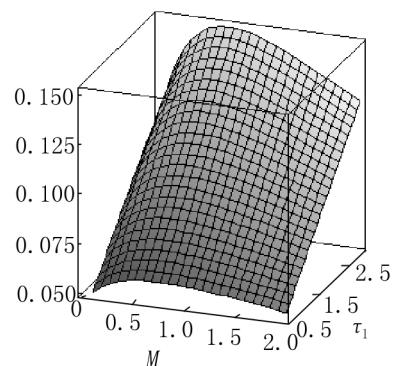
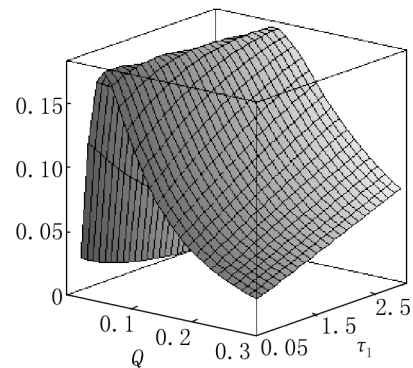
图6(a)显示噪声关联时间  $\tau_2$  能够诱使共振现象, 但是随着  $\tau_2$  的进一步增大, 共振现象将被逐步削弱. 而在图6(b)中, 发现了类似于图5(a)的物理现象, 即噪声关联时间  $\tau_2$  不能改变共振峰的高度,

其中

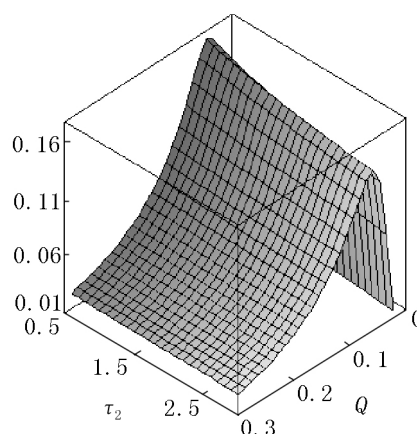
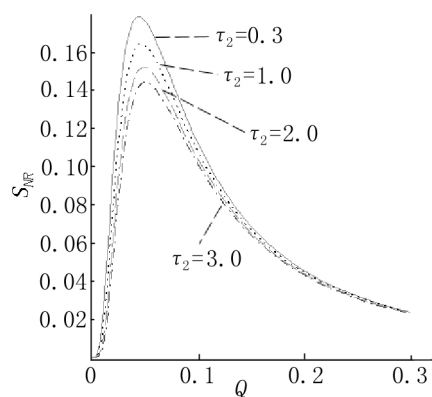
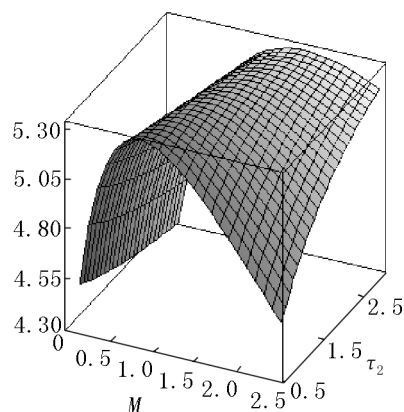
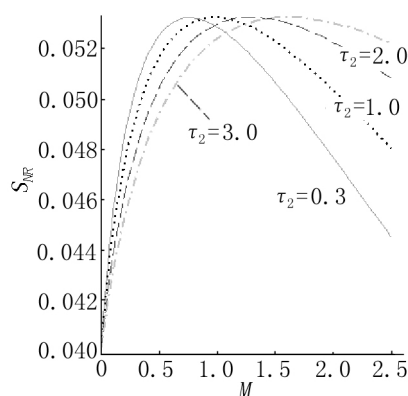
$$\begin{aligned} \mu_1 &= W_1 |_{A \cos(\omega t) = 0} & \mu_2 &= W_2 |_{A \cos(\omega t) = 0}, \\ \alpha_1 &= \left. \frac{dW_1}{dA \cos(\omega t)} \right|_{A \cos(\omega t) = 0}, \\ \alpha_2 &= \left. \frac{dW_2}{dA \cos(\omega t)} \right|_{A \cos(\omega t) = 0}, \end{aligned} \quad (10)$$

根据(10)式, 噪声及其关联时间对于信噪比  $S_{NR}$  的影响可以通过如下的数值计算加以讨论, 为了便于观察, 在图5~图6中同时给出了信噪比的2维和3维图像.

图5给出了信噪比  $S_{NR}$  作为  $Q$  和  $M$  的函数随不同的噪声关联时间  $\tau_1$  变化的情况. 在图5(a)中,  $\tau_1$  能够引发一个显著的共振峰, 但是不能改变峰的高度, 只能将共振峰向右方平移. 而在图5(b)中,  $\tau_1$  不但能诱发共振现象, 而且能显著提高共振效果. 总而言之, 乘性噪声关联时间  $\tau_1$  对于信噪比的共振现象有较好的诱导作用.



但是可以改变共振峰的位置. 也即  $\tau_2$  可以诱使共振峰向较大的加性噪声强度  $M$  的方向平移. 综合而言, 加性噪声关联时间  $\tau_2$  对于信噪比体现出一定的抑制作用.

(a)  $M = 0.1$ (b)  $Q = 0.2$ 

其他参数取值为  $\tau_1 = 0.3$   $r = 1.0$   $\beta = 2.0$   $q = 10.0$   $A = 0.1$   $\rho = 0.01$ .

图6 信噪比  $S_{NR}$  作为噪声强度  $Q$  和  $M$  的函数对于不同  $\tau_2$  值的变化图

## 4 小结

本文研究了一类受色噪声与乘性信号驱动下的昆虫爆发系统的稳定性和随机共振现象. 首先基于 Novikov 定理和 Fox 方法, 得到了一个由色交叉关联噪声驱动的昆虫爆发种群系统的近似 Fokker-Planck 方程, 数值结果分析表明: 乘性和加性噪声的强度可以减少生物系统的稳定性, 而 2 个噪声的自相关时间能够增强昆虫的稳定系统; 另一方面, 通过引入一个外界周期力作用, 应用最快下降法和随机共振的两态理论, 得到了系统输出信号功率谱密度的信噪比 ( $S_{NR}$ ) 公式. 在此基础上研究了噪声及其关联时间对于昆虫系统信噪比的影响. 研究发现: 乘性噪声关联时间  $\tau_1$  能够提高信噪比和共振效果, 而加性噪声关联时间  $\tau_2$  则会在一定程度上对信噪比起到抑制作用.

## 5 参考文献

- [1] Holling C S. Resilience and stability of ecological systems [J]. Annu Rev Ecol Syst, 1973, 4(1): 1-23.
- [2] Shnerb N M, Sarah P, Lavee H, et al. Reactive glass and vegetation patterns [J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(3): 038101.
- [3] Guttal V, Jayaprakash C. Impact of noise on bistable ecological systems [J]. Ecol Model, 2007, 201(420): 420-428.
- [4] Zeng Chunhua, Wang Hua. Noise and large time delay: Accelerated catastrophic regime shifts in ecosystems [J]. Ecol Model, 2012, 233(1): 52-58.
- [5] Jia Zhenglin, Mei Dongcheng. Noise-induced phenomena in the dynamics of groundwater-dependent plant ecosystems with time delay [J]. Stat Mech, 2015(5): P05034.
- [6] Han Qinglin, Yang Tao, Zeng Chunhua, et al. Impact of time delays on stochastic resonance in an ecological system describing vegetation [J]. Physica A, 2014, 408(408): 96-105.
- [7] Trapanese M. Noise enhanced stability in magnetic systems

- [J]. J Appl Phys 2009 ,105( 7) : 519-525.
- [8] Hu Dongliang ,Yang Jianhua ,Liu Xianbin. Delay-induced vibrational resonance in FitzHugh-Nagumo system [J]. Communications in nonlinear science and numerical simulation 2012 ,17 ( 2) : 1031-1035.
- [9] Zhou Bingchang ,Lin Dandan. Stochastic resonance in an asymmetric bistable system driven by multiplicative and additive trichotomous noises [J]. Chinese Journal of Physics 2017 ,55( 3) : 1078-1084.
- [10] Rajesh S ,O'Carroll DC ,Abbott D. Effect of spatial sampling on pattern noise in insect-based motion detection [M]. Sydney: Published in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers 2005.
- [11] Murray J D. Mathematical biology [M]. Berlin: Springer-Verlag ,1991: 4-8.
- [12] Ludwig D. Wörterbücher als spiegel gesellschaftlicher veränderungen [J]. Germanistische Linguistik ,2008 ,192 ( 94) : 535-554.
- [13] Novikov E A. Functional and random-force method in turbulence theory [J]. Sov Phys JEPT ,1965 ,20( 5) : 1290-1294.
- [14] Fox R F. Functional-calculus approach to stochastic differential equations [J]. Phys Rev A ,1986 ,33( 1) : 467-476.
- [15] McNamara B ,Wiesenfeld K. Theory of stochastic resonance [J]. Physics review A ,1989 ,39( 9) : 4854-4869.
- [16] Wang Kangkang ,Liu Xianbin. Mean reproduction time and mean depression time for an insect outbreak model driven by correlated multiplicative and additive noises [J]. Chinese Journal of Physics 2014 ,52( 4) : 1340-1354.

## The Steady State Property and Stochastic Resonance for an Insect Outbreak Model Driven by Colored Noises and a Multiplicative Periodic Signal

FANG Cijun<sup>1,2</sup> , LIU Xianbin<sup>1\*</sup>

( 1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures , Nanjing University of Aeronautics and Astronautics , Nanjing Jiangsu 210016 , China; 2. School of Science , Hubei University of Technology , Wuhan Hubei 430068 , China)

**Abstract:** The steady state behavior and the stochastic resonance of an insect outbreak model induced by colored noises and a multiplicative periodic signal are studied. Firstly ,for an insect outbreak model driven by colored correlation of noises. The steady state probability distribution function of the system is obtained by applying the Fokker-Planck equation. The influence of noises intensity and correlation time on the stability of the system are discussed. Then by adding the weak multiplicative periodic signal , the signal noise ratio formula is given by the fast descent method and the two-state theory. The influence of noises intensity and correlation time on the SNR of the insect system are studied. Consequently , the stability of the system population and the actual survival time are analyzed.

**Key words:** insect outbreak model; colored noises; FPK equation; steady-state probability distribution function; stochastic resonance

( 责任编辑: 曾剑锋)