文章编号:1000-5862(2017)06-0637-04

时间尺度上奇异 Lagrange 系统对称性与守恒量

宋传静[1],张 毅[2*]
(1. 苏州科技大学数理学院,江苏 苏州 215009;2. 苏州科技大学土木工程学院,江苏 苏州 215009)

摘要:时间尺度可以统一连续分析与离散分析,Noether 对称性方法又是分析力学中独特的积分方法之一,而且在实际问题中,较多 1 阶微分方程组可化为奇异 Lagrange 系统,因此对时间尺度上奇异 Lagrange 系统 Noether 对称性与守恒量的研究具有重要的理论和实际意义. 首先,给出时间尺度上奇异 Lagrange 系统的运动微分方程;其次,讨论该系统 Noether 对称性和 Noether 准对称性的定义和判据;最后,寻求与对称性和准对称性相应的 Noether 守恒量,并举例说明结果的应用.

关键词:对称性;守恒量;奇异 Lagrange 系统;时间尺度
中图分类号:O 316 文献标志码:A DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2017.06.16

0 引言

奇异系统在物理学许多领域中广泛存在,如引力理论、杨-Mills 理论、弦(膜)场论、超对称和超引力等[1]. 此外,在市场经济分析、综合国力分析、战争、疾病的传染与诊断中存在的某些 1 阶微分方程组[2-3]在一定条件下可化为奇异 Lagrange 系统[4-5]. 因此,对奇异 Lagrange 系统进行研究具有重要的理论与实际意义. 考虑到对称性与守恒量是寻找方程组解的一种重要途径[6-14],已有学者对奇异Lagrange 系统的 Noether 对称性与守恒量[8]、Lie 对称性与守恒量[6-9]及 Mei 对称性与守恒量[8]进行了研究.

1988 年,Stefan Hilger 提出了时间尺度的概念,时间尺度是实数集的任意非空闭子集[15]. 由时间尺度的定义可知,时间尺度可以是实数集也可以是整数集,即时间尺度可以将连续分析与离散分析进行统一,避免 2 次证明;除此之外,时间尺度还有较多其它的情形. 因此,时间尺度具有"统一"和"拓展"的特征. 时间尺度的概念提出以后,时间尺度微积分[16]、时间尺度上的变分问题[17-21]及时间尺度上动力学系统的对称性与守恒量[20-27]等成为研究的热点. 本文研究时间尺度上奇异 Lagrange 系统的 Noether 对称性与守恒量. 首先,简述时间尺度微积分基本知识,并列出时间尺度上奇异 Lagrange 系统的运动微分方程;然后给出时间尺度上奇异 Lagrange系统对称性与准对称性的定义及判据;最后讨论该系统的守恒量问题.

1 时间尺度微积分及其基本性质

详细的内容及相关的证明可以参考文献[16].

时间尺度 T 是实数集 $\mathbf{R}$ 的任意非空闭子集. 显然,实数集 $\mathbf{R}$、整数集 $\mathbf{Z}$,自然数集 $\mathbf{N}$,及非负数集 $\mathbf{N}_0$ 都是时间尺度的特例.

设 T 为一个时间尺度,

(i) 向前跳跃算子 $\sigma: T \to T$ 和向后跳跃算子 ρ: $T \to T$ 定义为:$\sigma(t) = \inf\{p \in T: p > t\}$,$\rho(t) = \sup\{p \in T: p < t\}$,$t \in T$,其中,$\inf \varnothing = \sup T$,$\sup \varnothing = \inf T$;

(ii) 向前步差函数 $\mu: T \to [0,\infty)$ 定义为 $\mu(t) = \sigma(t) - t$,$t \in T$;

(iii) 当 $\sigma(t) > t$,$\sigma(t) = t$,$\rho(t) < t$,$\rho(t) = t$,$\rho(t) < t < \sigma(t)$ 及 $t = \sigma(t) = \rho(t)$ 成立时,点 t 分别被称为右发散点、右稠密点、左发散点、左稠密点、孤立点和稠密点.

若 $T = \mathbf{R}$,则 $\forall t \in \mathbf{R}$,$\sigma(t) = t$,$\mu(t) = 0$;若 $T = \mathbf{Z}$,则 $\forall t \in \mathbf{Z}$,$\sigma(t) = t + 1$,$\mu(t) = 1$.

收稿日期:2017-09-20
基金项目:. 国家自然科学基金(11572212,11272227)和江苏省高校研究生创新计划(KYLX15_0405)资助项目.
作者简介:宋传静(1987-),女,河南信阳人,博士,主要从事分析力学的研究. E-mail:songchuanjingsun@126.com
通信作者:张 毅(1964-),男,江苏苏州人,教授,博士,主要从事分析力学的研究. E-mail:zhy@mail.usts.edu.cn

设$f:T\to\mathbf{R}$,$t\in T^{\kappa}$,

(a) 若$\forall\varepsilon>0$,$\exists\delta>0$,使得$\forall\omega\in(t-\delta,t+\delta)\cap T$,均有$|f(\sigma(t))-f(\omega)-f^{\Delta}(t)(\sigma(t)-\omega)|\leqslant\varepsilon|(\sigma(t)-\omega|$成立,则$f^{\Delta}(t)$称为$f$在$t$点的delta导数;

(b) 若f对于所有的右稠密点是连续的,对于所有的左稠密点其左极限是存在的,则称f是右稠密连续的,该集合记为C_{rd},且记$C_{\mathrm{rd}}^{1}=\{f:T\to\mathbf{R},f^{\Delta}\in C_{\mathrm{rd}}\}$.

若$T=\mathbf{R}$,则delta导数就是经典的导数,即$f^{\Delta}(t)=f'(t)$;若$T=\mathbf{Z}$,则delta导数就是向前差分,即$f^{\Delta}(t)=f(t+1)-f(t)$.

由delta导数的定义出发,可得:$f\circ\sigma=f^{\sigma}=f+\mu(t)f^{\Delta}$,$(\alpha f+\beta g)^{\Delta}(t)=\alpha f^{\Delta}(t)+\beta g^{\Delta}(t)$,$(fg)^{\Delta}(t)=f^{\Delta}(t)g^{\sigma}(t)+f(t)g^{\Delta}(t)=f^{\sigma}(t)g^{\Delta}(t)+f^{\Delta}(t)g(t)$.

2 时间尺度上奇异 Lagrange 系统的运动微分方程

设力学系统的位形由n个广义坐标$q_k(k=1,2,\cdots,n)$来确定,系统的Lagrange量为$L=L(t,q_k^{\sigma},q_k^{\Delta})$.

$$S(\gamma)=\int_a^b L(t,q_k^{\sigma}(t),q_k^{\Delta}(t))\Delta t \tag{1}$$

称为时间尺度上的Hamilton作用量,其中,$q_k^{\sigma}(t)=(q_k\circ\sigma)(t)$,$q_k^{\Delta}(t)$是delta导数,$t\in T$,$L:\mathbf{R}\times\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}$对其各个元素都是$C^1$的.

时间尺度上的Lagrange方程为[17]

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\frac{\partial L}{\partial q_s^{\Delta}}-\frac{\partial L}{\partial q_s^{\sigma}}=0(s=1,2,\cdots,n), \tag{2}$$

若$\det\left(\dfrac{\partial^2 L}{\partial q_s^{\Delta}\partial q_k^{\Delta}}\right)=0$,则称该系统为时间尺度上的奇异Lagrange系统.

显然,由奇异Lagrange方程不能解出所有的广义加速度.假设由方程(2)可以解出r个广义加速度以及$(n-r)$个关系,将它们分别记为$q_i^{\Delta\Delta}=\alpha_i(t,q_k^{\sigma},q_k^{\Delta})(i=1,2,\cdots,r)$,$\beta_j(t,q_k^{\sigma},q_k^{\Delta})=0(j=r+1,r+2,\cdots,n)$.

另外,由文献[18]可得

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\left(L-\frac{\partial L}{\partial t}\mu(t)\right)=\frac{\partial L}{\partial t}+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\sigma}}q_s^{\Delta\sigma}+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\Delta}}q_s^{\Delta\Delta}, \tag{3}$$

(3)式对于后面Noether守恒量的证明很重要.

3 时间尺度上对称性的定义及判据

对于时间尺度上奇异Lagrange系统,Noether对称性是时间尺度上的Hamilton作用量在无限小变换下的不变性,这部分给出该系统Noether对称性及Noether准对称性的定义和判据.

考虑时间和坐标的无限小变换

$$\tilde{t}=t+\bar{\Delta}t,\tilde{q}_s(\tilde{t})=q_s(t)+\bar{\Delta}q_s, \tag{4}$$

其展开式为

$$\tilde{t}=t+\varepsilon\xi_0(t,q_k),\tilde{q}_s(\tilde{t})=q_s(t)+\varepsilon\xi_s(t,q_k), \tag{5}$$

其中ε为无限小参数,ξ_0、ξ_s为无限小变换生成元,$\bar{\Delta}$表示全变分.

在变换(4)下,时间尺度上的Hamilton作用量(1)变为$S(\tilde{\gamma})=\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}L(\tilde{t},\tilde{q}_k^{\tilde{\sigma}}(\tilde{t}),\tilde{q}_k^{\tilde{\Delta}}(\tilde{t}))\tilde{\Delta}\tilde{t}$,作用量的全变分$\bar{\Delta}S$为差$S(\tilde{\gamma})-S(\gamma)$的相对$\varepsilon$的主线性部分.

定义1 若时间尺度上的Hamilton作用量(1)在无限小变换(5)下成立$\bar{\Delta}S=0$,则称无限小变换(5)为Noether意义下的对称变换.

当$\bar{\Delta}S=0$时,由文献[20]可得

$$L\xi_0^{\Delta}+\frac{\partial L}{\partial t}\xi_0+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\sigma}}\xi_s^{\sigma}+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\Delta}}(\xi_s^{\Delta}-\xi_0^{\Delta}q_s^{\Delta})=0, \tag{6}$$

其中$\xi_s^{\sigma}(t,q_k(t))=\xi_s(\sigma(t),q_k(\sigma(t)))$,$\xi_s^{\Delta}(t,q_k(t))=\dfrac{\Delta}{\Delta t}\xi_s(t,q_k(t))$.

从而可以得到如下判据.

判据1 对于无限小变换(5),若(6)式成立,则称该变换为时间尺度上奇异Lagrange系统的对称变换.

定义2 若时间尺度上的Hamilton作用量(1)在无限小变换(5)下成立

$$\bar{\Delta}S=-\int_a^b\frac{\Delta}{\Delta t}(\bar{\Delta}G)\Delta t,$$

则称无限小变换(5)为Noether意义下的准对称变换,其中$G=G(t,q_k^{\sigma},q_k^{\Delta})$.

当$\bar{\Delta}S=-\int_a^b\dfrac{\Delta}{\Delta t}(\bar{\Delta}G)\Delta t$时,由文献[20]可得

$$L\xi_0^{\Delta}+\frac{\partial L}{\partial t}\xi_0+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\sigma}}\xi_s^{\sigma}+\frac{\partial L}{\partial q_s^{\Delta}}(\xi_s^{\Delta}-\xi_0^{\Delta}q_s^{\Delta})=-G_N^{\Delta}, \tag{7}$$

其中$\bar{\Delta}G=\varepsilon G_N$,$G_N$称为时间尺度上的规范函数,则可得如下判据.

判据2 对于无限小变换(5),若(7)式成立,

则称该变换为时间尺度上奇异 Lagrange 系统的准对称变换.

通过判据 1 和判据 2,可以分别得到时间尺度上奇异 Lagrange 系统的对称性和准对称性.

4　时间尺度上奇异 Lagrange 系统的守恒量

首先,给出时间尺度上守恒量的定义.

定义 3　对于时间尺度上的奇异 Lagrange 系统,若满足 $\frac{\Delta}{\Delta t}I_N(t,q_k,q_k^\sigma,q_k^\Delta)=0$,则称 $I_N(t,q_k,q_k^\sigma,q_k^\Delta)$ 为该系统的守恒量.

如果可以找到对称变换或准对称变换,则可找到相应的守恒量,即有如下定理.

定理 1　对于时间尺度上奇异的 Lagrange 系统(2),若无限小变换(5)是定义 1 下的对称变换,则该系统存在如下守恒量

$$I_N=L\xi_0-\frac{\partial L}{\partial t}\xi_0\mu(t)+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}(\xi_s-\xi_0q_s^\Delta)=\text{const.}$$

定理 2　对于时间尺度上奇异的 Lagrange 系统(2),若无限小变换(5)是定义 2 下的准对称变换,则该系统存在如下守恒量

$$I_N=L\xi_0-\frac{\partial L}{\partial t}\xi_0\mu(t)+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}(\xi_s-\xi_0q_s^\Delta)+G_N=\text{const.}$$

下面只对定理 2 进行证明.

证　由(2)、(3)式和(7)式可得

$$\frac{\Delta}{\Delta t}I_N=\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\right)\xi_s^\sigma+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi^\Delta+\frac{\Delta}{\Delta t}\left(L-\frac{\partial L}{\partial t}\mu(t)\right)\xi_0^\sigma+\left(L-\frac{\partial L}{\partial t}\mu(t)\right)\xi_0^\Delta-\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi_0q_s^\Delta\right)+G_N^\Delta=\frac{\partial L}{\partial q_s^\sigma}\xi_s^\sigma+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi_s^\Delta+\left(\frac{\partial L}{\partial t}+\frac{\partial L}{\partial q_s^\sigma}q_s^{\Delta\sigma}+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}q_s^{\Delta\Delta}\right)\xi_0^\sigma+$$

$$\left(L-\frac{\partial L}{\partial t}\mu(t)\right)\xi_0^\Delta-\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\right)(\xi_0q_s^\Delta)^\sigma-\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}(\xi_0q_s^\Delta)^\Delta+G_N^\Delta=\frac{\partial L}{\partial q_s^\sigma}\xi_s^\sigma+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi_s^\Delta+\left(\frac{\partial L}{\partial t}+\frac{\partial L}{\partial q_s^\sigma}q_s^{\Delta\sigma}+\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}q_s^{\Delta\Delta}\right)\xi_0^\sigma+$$

$$\left(L-\frac{\partial L}{\partial t}\mu(t)\right)\xi_0^\Delta-\frac{\partial L}{\partial q_s^\sigma}\xi_0^\sigma q_s^{\Delta\sigma}-\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi_0^\sigma q_s^{\Delta\Delta}-\frac{\partial L}{\partial q_s^\Delta}\xi_0^\Delta q_s^\Delta+G_N^\Delta=0.$$

若 $T=\mathbf{R}$,可以得到定理 2 的特殊情况.

定理 3　对于奇异 Lagrange 系统,若成立

$$L\dot{\xi}_0+\frac{\partial L}{\partial t}\xi_0+\frac{\partial L}{\partial q_s}\xi_s+\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_s}(\dot{\xi}_s-\dot{q}_s\dot{\xi}_0)+\dot{G}_N=0,$$

则该系统存在如下守恒量

$$I_{NR}=L\xi_0+\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_s}(\xi_s-\dot{q}_s\xi_0)+G_N=\text{const.}$$

定理 3 与文献[6]的结果是一致的.

5　举例说明

设系统的 Lagrange 函数为 $L=t+q_1^\Delta q_2^\sigma-q_2^\Delta+a((q_1^\sigma)^2+(q_2^\sigma)^2)$,其中 a 为常数. 试在时间尺度 $T=\{2^n:n\in\mathbf{N}\cup\{0\}\}$ 上建立该系统的运动微分方程,并考虑其 Noether 对称性.

方程(2)给出 $q_2^{\Delta\Delta}=(aq_1^\sigma-q_2^\Delta)/t$,$q_1^\Delta+2aq_2^\sigma=0$. 显然,它属于 $r=1$ 的情形.

由(7)式可得

$$(t+q_1^\Delta q_2^\sigma-q_2^\Delta+a((q_1^\sigma)^2+(q_2^\sigma)^2))\xi_0^\Delta+\xi_0+2aq_1^\sigma\xi_1^\sigma+(q_1^\Delta+2aq_2^\sigma)\xi_2^\sigma+q_2^\sigma(\xi_1^\Delta-\xi_0^\Delta q_1^\Delta)-(\xi_2^\Delta-\xi_0^\Delta q_2^\Delta)+G_N^\Delta=0. \tag{8}$$

显然,$\xi_0=-1$,$\xi_1=\xi_2=0$,$G_N=t$ 是(8)式的一组解. 由定理 2 可得相应的守恒量为

$$I_N=-a((q_1^\sigma)^2+(q_2^\sigma)^2)+t=\text{const.}$$

6　结论

本文研究了时间尺度上奇异 Lagrange 系统的对称性、准对称性及其相应的守恒量问题. 定理 1 和定理 2 是时间尺度上奇异 Lagrange 系统的 Noether 定理,由这 2 个定理可以看出,若能找到该系统的对称变换或准对称变换,就可得到该系统相应的守恒量.

因为时间尺度和奇异 Lagrange 系统在解决实际问题中具有重要意义,所以对时间尺度上奇异 Lagrange 系统的研究还是很有必要的,下一步或许可以考虑时间尺度上奇异 Lagrange 系统的 Lie 对称性、Mei 对称性及对称性摄动等问题.

众所周知,动力学系统既可以用 Lagrange 形式来描述,也可以用 Hamilton 形式来描述. 对于奇异系统,在相空间中正则变量之间存在固有正则约束,为约束 Hamilton 系统[28]. 约束 Hamilton 系统的基本理论在理论物理学中,特别是在现代量子场论中,占有十分重要的地位[1,28-30]. 因此,建立时间尺度上约束 Hamilton 系统的基本理论也是一个重要的研究方向.

另外,很多动力学系统不仅奇异,而且还受附加约束的限制,如光的横移现象[31]、非线性-σ 模型[32]

等. 因此,时间尺度上附加约束奇异系统的基本理论及应用也值得研究.

7 参考文献

[1] 李子平. 经典和量子约束系统及其对称性质[M]. 北京: 北京工业大学出版社,1993.

[2] Lucas W F. Differential equations models [M]. New York: Springer Verlag,1983.

[3] 王树禾. 微分方程模型与混沌[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社,1999.

[4] Santilli R M. Foundations of theoretical mechanics I [M]. New York: Springer Verlag,1978.

[5] 梅凤翔. 分析力学专题[M]. 北京: 北京工业学院出版社,1988.

[6] 梅凤翔. 约束力学系统的对称性与守恒量[M]. 北京: 北京理工大学出版社,2004.

[7] Mei Fengxiang,Zhu Haiping. Lie symmetries and conserved quantities for the singular Lagrange system [J]. Journal of Beijing Institute of Technology,2009,9(1):11-14.

[8] 梅凤翔. 李群和李代数对约束力学系统的应用[M]. 北京: 科学出版社,1999.

[9] 李元成,张毅,梁景辉. 一类非完整奇异系统的 Lie 对称性与守恒量[J]. 物理学报,2002,51(10):2186-2190.

[10] 董文山. 广义经典完整非保守力学系统 Lie 对称性及其守恒量[J]. 山东大学学报: 理学版,2007,42(9):30-35.

[11] 梅凤翔. 事件空间中完整系统运动方程的形式不变性[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2003,27(1):1-3.

[12] 梅凤翔. 完整力学系统的 Hojman 守恒量(I)[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2003,27(3):193-195.

[13] 梅凤翔. 完整力学系统的 Hojman 守恒量(II)[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2003,27(4):316-319.

[14] 梅凤翔. 完整力学系统的 Hojman 守恒量(III)[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2004,28(1):36-38.

[15] Hilger S. Ein Maßkettenkalkül mit Anwendung auf Zentrumsmannigfaltigkeiten [D]. Würzburg: University of Würzburg,1988.

[16] Bohner M,Peterson A. Dynamic equations on time scales: an introduction with applications [M]. Boston: Birkhäuser,2001.

[17] Bohner M. Calculus of variations on time scales [J]. Dynamic Systems & Applications,2004,13(12):339-349.

[18] Bartosiewicz Z,Martins N,Torres D F M. The second Euler-Lagrange equation of variational calculus on time scales [J]. European Journal of Control,2011,17(1):9-18.

[19] Hilscher R,Zeidan V. Calculus of variations on time scales: weaklocal piecewise solutions with variable endpoints [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications,2004,289(1):143-166.

[20] Cai Pingping,Fu Jingli,Guo Yongxin. Noether symmetries of the nonconservative and nonholonomic systems on time scales [J]. Science China: Physics,Mechanics & Astronomy,2013,56(5):1017-1028.

[21] Song Chuanjing,Zhang Yi. Noether theorem for Birkhoffian systems on time scales [J]. Journal of Mathematical Physics,2015,56(10):102701.

[22] Bartosiewicz Z,Torres D F M. Noether's theorem on time scales [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications,2008,342(2):1220-1226.

[23] Martins N,Torres D F M. Noether's symmetry theorem for nabla problems of the calculus of variations [J]. Applied Mathematics Letters,2010,23(12):1432-1438.

[24] Malinowska A B,Martins N. The second Noether theorem on time scales [J]. Abstract and Applied Analysis,2013,2013(1/2):675127.

[25] Malinowska A B,Ammi M R S. Noether's theorem for control problems on time scales [J]. International Journal of Difference Equations,2014,9(1):87-100.

[26] Peng Keke,Luo Yiping. Dynamics symmetries of Hamiltonian system on time scales [J]. Journal of Mathematical Physics,2014,55(4):42702.

[27] 张毅. 时间尺度上 Hamilton 系统的 Noether 理论[J]. 力学季刊,2016,37(2):214-224.

[28] Dirac P A M. Lecture on quantum mechanics [M]. New York: Yeshiva University Press,1964.

[29] 李子平. 约束 Hamiltonian 系统及其对称性质[M]. 北京: 北京工业大学出版社,1999.

[30] Li Ziping,Jiang Jinhuan. Symmetries in constrained canonical system [M]. Beijing: Science Press,2002.

[31] Liu Xinya. Theoretical study of deflection of reflected and refracted of electromagnetic waves from incident plane [J]. Communications in Theoretical Physics,1996,25(3):361-364.

[32] Wilczek F. Quantum mechanics of fractional-spin particles [J]. Physical Review Letters,1982,49(14):957-959.

(下转第 655 页)

The Study on License Plate Location Technology by Pixel Connection

DENG Hong[1,2], LI Shuiquan[3], PENG Yingqiong[1,2]

(1. School of Software, Jiangxi Agricultural University, Nanchang Jiangxi 330045, China;
2. Key Laboratory of Agricultural Information Technology of Jiangxi College, Nanchang Jiangxi 330045, China;
3. College of Computer Science & Software Engineering, Shenzhen University, Shenzhen Guangdong 518060, China)

Abstract: License plate location is regaded as the guide part of the license plate recognition, its accuracy determines the license plate recognition system reliability. The existing license plate locating algorithm has the following two problems, which is the fusion image morphological operation, the size of structural elements control; and if the body has a license and the same color and morphological dilation is likely to cause both connected. In view of the above problems, the method of license plate location based on pixel connection has been proposed to achieve the better edge detection results of the license plate recognition system.

Key words: license plate location; pixel connection; edge detection

(责任编辑：冉小晓)

(上接第 640 页)

The Symmetry and Conserved Quantity for Singular Lagrangian Systems on Time Scales

SONG Chuanjing[1], ZHANG Yi[2*]

(1. School of Mathematics & Physics, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu 215009, China;
2. College of Civil Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou Jiangsu 215009, China)

Abstract: Noether symmetry and conserved quantity for singular Lagrangian system on time scales are studied. Firstly, the differential equations of motion on time scales for singular Lagrangian system are presented. Secondly, the definitions and criteria of Noether symmetry and Noether quasi-symmetry for this system are studied. Lastly, conserved quantities deduced from Noether symmetry and Noether quasi-symmetry are obtained for singular Lagrangian system on time scales. And an example is given to illustrate the results.

Key words: symmetry; conserved quantity; singular Lagrangian system; time scale

(责任编辑：冉小晓)