

文章编号: 1000-5862(2018)04-0357-04

## 具有较大 Randić 指数的 4 圈图

闫美芝, 高玉斌\*

(中北大学理学院, 山西 太原 030051)

摘要: 研究了 4 圈图的 Randić 指数, 得到 4 圈图中取得较大 Randić 指数的图的必要结构特征, 并以 1 个特殊 4 圈图的指数值为界, 证明大多数 4 圈图的 Randić 指数均小于这一临界值, 进而给出前 9 大 Randić 指数和相应的极图, 扩充了已有结果.

关键词: Randić 指数; 4 圈图; 边结构

中图分类号: O 157.5 文献标志码: A DOI: 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2018.04.06

### 0 引言

拓扑指数是分子结构数值化的一种方式, 是一种图的不变量, 用于描述化学结构, 反映化合物的结构特征. Randić 指数是重要的拓扑指数之一, 它是以图中顶点的度为研究基础的拓扑指数. 一种物质的分子结构图的 Randić 指数与其物理化学性质有很好的联系, 这些性质包括沸点、色谱保留时间、表面积、水溶解度等<sup>[1-3]</sup>.

1975 年 M. Randić<sup>[4]</sup> 提出了 Randić 指数, 是为定量地描述分子结构(特别是烷烃的碳原子骨架, 其代表物是由碳、氢原子组成的碳氢化合物, 一般的分子式为  $C_nH_{2n+2}$ ) 的分支程度构思了所谓的“分支指数”. 一个化学图是所有顶点度均小于 4 的图<sup>[5]</sup>, 它是化合物的分子图所特有的结构, 这类图的 Randić 指数的研究与化工应用更为贴近, 因此它的结果更具有实际意义.

设简单连通图  $G(V(G), E(G))$ , 它的 Randić 指数被定义为  $R(G) = \sum_{uv \in E(G)} (\sqrt{d_G(u)d_G(v)})^{-1}$ , 其中  $V(G)$  表示  $G$  的顶点集,  $E(G)$  为  $G$  的边集,  $d_G(u)$  表示顶点  $u$  的度(可简记为  $d(u)$ )<sup>[6]</sup>.

Du Zhibin 等<sup>[7]</sup> 研究了树、单圈图和双圈图的 Randić 指数的一些极值问题. T. Dehghan-Zadeh 等<sup>[8-9]</sup> 分别给出了 3 圈图和 4 圈图的第 1 大和第 2 大 Randić 指数. 本文以一个特殊 4 圈图的指数值为界, 证明了大多数 4 圈图的 Randić 指数均小于这一临界

值, 最后给出前 9 大 Randić 指数和相应的图结构, 方法更简单更具有推广性. 关于 Randić 指数的一些结果可参见文献[10].

在图  $G$  中, 称度为 1 的顶点为悬挂点, 与悬挂点相连的边被称为悬挂边.  $d_G(u, v)$  表示  $G$  中  $u, v$  2 个顶点之间的距离.  $G$  中  $u$  的邻点组成的集合记为  $N_G(u)$ .  $G$  中的最大度和最小度分别用  $\Delta(G)$  和  $\delta(G)$  表示.  $e_{ij}$  表示 2 端点的度分别为  $i$  和  $j$  的边, 用  $x_{ij}$  表示  $G$  中  $e_{ij}$  的数量.  $n$  为顶点数, 边数为  $n+3$  的图被称为 4 圈图, 用  $T_n$  表示所有 4 圈图构成的集合<sup>[11-14]</sup>,  $T'_n$  表示所有不含悬挂点的 4 圈图的集合,  $T''_n$  表示所有含悬挂点的 4 圈图的集合. 其它的图论概念和术语参见文献[15].

### 1 一些引理

引理 1<sup>[8]</sup>  $n$  阶简单图  $G$  的 Randić 指数满足  $R(G) = n/2 - f(G)/2$ , 其中

$$f(G) = \sum_{uv \in E(G)} (1/\sqrt{d(u)} - 1/\sqrt{d(v)})^2.$$

由引理 1 可知  $n$  阶简单图  $G$  的 Randić 指数随  $f(G)$  的增大而减小, 因此任意 2 个  $n$  阶简单图的 Randić 指数的比较可以转化为对  $f(G)$  值大小的比较. 令  $f(e_{ij}) = (\sqrt{i} - \sqrt{j})^2$ , 则  $f(G) = \sum_{i \leq j} x_{ij} f(e_{ij})$ , 显然当  $i = j$  时  $f(e_{ij}) = 0$ , 故  $f(G) = \sum_{i < j} x_{ij} f(e_{ij})$ .

收稿日期: 2018-04-27

基金项目: 山西省自然科学基金(201601D202003)资助项目.

通信作者: 高玉斌(1962-), 男, 山西太原人, 教授, 主要从事组合数学、图论及其在相关学科中的应用研究. E-mail: ybgao@nuc.edu.cn

引理 2 (i)  $5f(e_{23})/2 < f(e_{24}) < 3f(e_{23})$ ;  
(ii)  $2f(e_{34}) < f(e_{23}) < 3f(e_{34})$ ; (iii)  $f(e_{24}) + f(e_{34}) < 3f(e_{23})$ .

证 因为  $f(e_{23}) = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (5 - 2\sqrt{6})/6$ ,  $f(e_{24}) = (\sqrt{2} - \sqrt{4})^2 = (3 - 2\sqrt{2})/4$ ,  $f(e_{34}) = (\sqrt{3} - \sqrt{4})^2 = (7 - 4\sqrt{3})/12$ , 比较可得结论成立.

引理 3 设  $G \in T_n$  则

$$\sum_{i \leq j} x_{ij}(i+j) = \sum_{uv \in E(G)} (d(u) + d(v)) = \sum_{u \in V(G)} d^2(u), \quad (1)$$

$$\sum_{i \leq j} x_{ij} = |E(G)| = n+3, \quad (2)$$

$$\sum_{u \in V(G)} d(u) = 2|E(G)| = 2(n+3). \quad (3)$$

由文献[9]可知  $C_p(n)$  ( $n \geq 7$ ) 是通过删除纳米管图  $C_3 \times P_2$  (见图1) 的一条边, 由长为  $n-5$  的一条边替代而形成;  $G_w(n)$  ( $n \geq 6$ ) 是通过删除轮图  $W_5$  (见图2) 的一条  $e_{33}$  边, 由长为  $n-4$  的一条边替代而形成. 则  $\forall G \in C_p(n)$   $R(G) = (n-7)/2 + (\sqrt{6}+8)/3$ ;  $\forall G \in G_w(n)$   $R(G) = (n-6)/2 + (3 + \sqrt{6} + 2\sqrt{3})/3$ . 由于  $C_p(n)$  中各图具有相同的边结构, 故具有相同的 Randić 指数, 从而可以用  $R(C_p(n))$  表示集合  $C_p(n)$  中图的 Randić 指数, 即  $R(C_p(n)) = (n-7)/2 + (\sqrt{6}+8)/3$ , 同理用  $R(G_w(n))$  表示  $G_w(n)$  中图的 Randić 指数, 即  $R(G_w(n)) = (n-6)/2 + (3 + \sqrt{6} + 2\sqrt{3})/3$ .

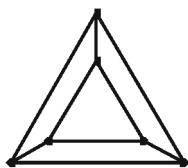


图1 纳米管图  $C_3 \times P_2$

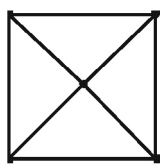


图2 轮图  $W_5$

引理 4<sup>[9]</sup> 设  $G \in T_n \setminus \{C_p(n), G_w(n)\}$   $n \geq 7$  则  $R(G) < (n-7)/2 + (\sqrt{6}+8)/3 < (n-6)/2 + (3 + \sqrt{6} + 2\sqrt{3})/3$ .

## 2 主要结论

定义 1 定义 9 种  $n$  ( $n \geq 9$ ) 阶 4 圈图的集合:

(i)  $\mathcal{S}_1(n)$  表示  $x_{33} = 8$   $x_{23} = 2$   $x_{22} = n-7$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(ii)  $\mathcal{S}_2(n)$  表示  $x_{34} = 4$   $x_{33} = 3$   $x_{23} = 2$   $x_{22} = n-6$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(iii)  $\mathcal{S}_3(n)$  表示  $x_{33} = 7$   $x_{23} = 4$   $x_{22} = n-8$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(iv)  $\mathcal{S}_4(n)$  表示  $x_{34} = 3$   $x_{33} = 4$   $x_{24} = x_{23} = 1$ ,  $x_{22} = n-6$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(v)  $\mathcal{S}_5(n)$  表示  $x_{34} = x_{23} = 4$   $x_{33} = 2$   $x_{22} = n-7$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(vi)  $\mathcal{S}_6(n)$  表示  $x_{34} = x_{24} = 2$   $x_{33} = 5$   $x_{22} = n-6$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(vii)  $\mathcal{S}_7(n)$  表示  $x_{33} = x_{23} = 6$   $x_{22} = n-9$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(viii)  $\mathcal{S}_8(n)$  表示  $x_{44} = x_{33} = 1$   $x_{34} = 4$   $x_{24} = 2$ ,  $x_{22} = n-5$  的  $n$  阶 4 圈图的集合;

(ix)  $\mathcal{S}_9(n)$  表示  $x_{33} = 10$   $x_{23} = 1$   $x_{12} = 1$   $x_{22} = n-9$  的  $n$  阶 4 圈图的集合.

例 1 图3中  $G_1 \sim G_9$  分别属于上述 9 种 4 圈图.

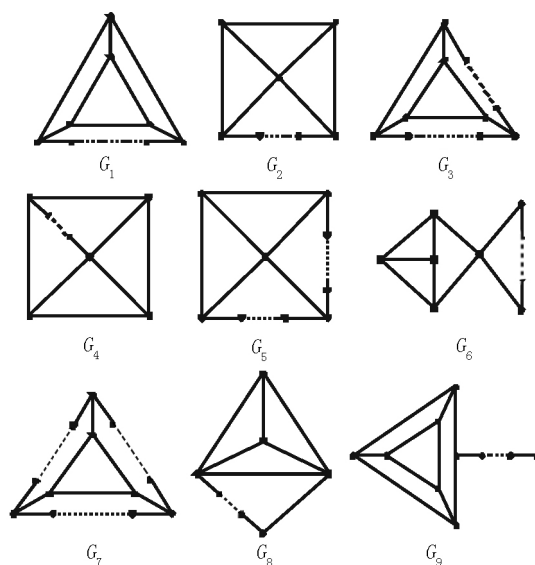


图3  $n$  阶 4 圈图

定理 1 令  $S_n = \{\mathcal{S}_i(n) \mid i = 1, 2, \dots, 9\}$  则

$\forall S \in S_n$  有  $R(S) \geq n/2 - 2f(e_{34}) - f(e_{24})$ .

证 只需证  $f(S) \leq 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ . 由  $S_n$  中各类图的边结构得

$$f(\mathcal{S}_1(n)) = 2f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_2(n)) = 4f(e_{34}) + 2f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_3(n)) = 4f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_4(n)) = 3f(e_{34}) + f(e_{24}) + f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_5(n)) = 4f(e_{34}) + 4f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_6(n)) = 2f(e_{34}) + 2f(e_{24}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_7(n)) = 6f(e_{23}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_8(n)) = 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}) = 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}),$$

$$f(\mathcal{S}_9(n)) = f(e_{23}) + f(e_{12}) < 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}).$$

$$\text{综上 } f(S) \leq 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}).$$

定理 2 设  $G$  是一个不含悬挂点的  $n$  ( $n \geq 9$ ) 阶 4 圈图, 且  $G \in T_n \setminus \{\mathcal{S}_9(n)\}$  则

$$R(G) < n/2 - 2f(e_{34}) - f(e_{24}).$$

证 只需证明  $f(G) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

设  $G$  是一个不含悬挂点的4圈图,若  $\delta(G) \geq 3$ ,  $|E(G)| \geq \delta(G)n/2 > n+3 = |E(G)|$  与  $G$  是4圈图矛盾,因此  $\delta(G) = 2$ . 若  $\Delta(G) \geq 9$ ,  $\sum_{u \in V(G)} d(u) \geq 9 + 2(n-1) = 2n+7$ , 由引理3中(3)式可知  $\sum_{u \in V(G)} d(u) = 2(n+3) < 2n+7$ , 所以  $\Delta(G) \geq 9$  不成立,即  $3 \leq \Delta(G) \leq 8$ .

情形1  $\Delta(G) = 3$ .

图  $G$  中只有度为2和3的2类点,设有  $x$  个2度点  $y$  个3度点,则  $x+y=n$ , 由引理3中(3)式得  $2x+3y=2(n+3)$ , 由此  $y=6$ , 即  $G$  中有6个3度点  $n-6$  个2度点,此时  $G$  中只有  $e_{22}, e_{23}, e_{33}$  3种边. 由引理3中(1)、(2)式,有方程组

$$\begin{cases} 4x_{22} + 5x_{23} + 6x_{33} = 6 \times 3^2 + 2^2(n-6), \\ x_{22} + x_{23} + x_{33} = n+3, \end{cases}$$

故  $x_{23} + 2x_{33} = 18$ , 又  $x_{23}$  和  $x_{33}$  的值为非负数,有如下3种情况:

1) 当  $x_{23} = 0$  时  $x_{33} = 9$ , 此时  $n = 6$  矛盾;

2) 当  $x_{23}$  分别为2, 4, 6时  $x_{33}$  分别为8, 7, 6, 对应的4圈图分别属于  $\mathcal{S}_1(n), \mathcal{S}_3(n), \mathcal{S}_7(n)$  与  $G \in S_n$  相矛盾;

3) 当  $x_{23} \geq 8$  时, 有  $f(G) \geq 8f(e_{23}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

情形2  $\Delta(G) = 4$ .

1) 当  $G$  有3个4度点时, 要使  $f(G)$  最小, 则这3个4度点应该彼此相邻, 其余点均为2度点, 此时有  $x_{24} = 6$ , 故  $f(G) \geq 6f(e_{24}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ ;

2) 当  $G$  有2个4度点和2个3度点时  $x_{24} \geq 2$ . 若  $x_{24} = 2$  则  $G \in \mathcal{S}_8(n)$  矛盾; 若  $x_{24} \geq 3$  则  $f(G) > 3f(e_{24}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ ;

3) 当  $G$  有1个4度点和4个3度点时, 图  $G$  中可能有  $e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{33}, e_{34}$  5类边, 由引理3中(1)、(2)式得  $x_{23} + 2x_{24} + 2x_{33} + 3x_{34} = 20$ , 分情况考虑:

(i) 当  $x_{24} = 0, x_{34} = 4$  时  $x_{23} + 2x_{33} = 8$ , 故  $x_{23} \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ .

若  $x_{23} = 0$  则  $x_{33} = 4, n = 5$  矛盾; 若  $x_{23} = 2$ , 则  $G \in \mathcal{S}_2(n)$  矛盾; 若  $x_{23} = 4$  则  $G \in \mathcal{S}_5(n)$  矛盾; 若  $x_{23} \geq 6$  则

$$f(G) \geq 4f(e_{34}) + 6f(e_{23}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}).$$

(ii) 当  $x_{24} = 1, x_{34} = 3$  时  $x_{23} \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ .

若  $x_{23} = 1$  则  $G \in \mathcal{S}_4(n)$  矛盾; 若  $x_{23} \geq 3$  则  $f(G) \geq f(e_{24}) + 3f(e_{34}) + 3f(e_{23}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

(iii) 当  $x_{24} = 2, x_{34} = 2$  时  $x_{23} \in \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ .

若  $x_{23} = 0, G \in \mathcal{S}_6(n)$  矛盾; 若  $x_{23} \geq 2$  则

$$f(G) \geq 2f(e_{24}) + 2f(e_{34}) + 2f(e_{23}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24}).$$

(iv) 当  $x_{24} \geq 3$  时  $f(G) > 3f(e_{24}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

情形3  $\Delta(G) \geq 5$ .

图  $G$  中有1个  $\Delta(G)$  度点, 其余点中最多有3个点的度大于2, 此时  $x_{2\Delta(G)} \geq 2, f(G) \geq 2f(e_{2\Delta(G)}) \geq 2f(e_{25}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

定理3 设  $G$  是一个  $n(n > 9)$  阶含悬挂点的4圈图,  $G = T_n \setminus \mathcal{S}_9(n)$ , 则  $R(G) < n/2 - 2f(e_{34}) - f(e_{24})$ .

证 只需证明  $f(G) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

当图  $G$  中有2个或者2个以上的悬挂点时,  $f(G) \geq 2f(e_{1x}) \geq 2f(e_{12}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

当图  $G$  中有1个悬挂点时, 设  $P_{vu}$  是悬挂路,  $d_G(u) = 1$ , 则  $d_G(v) > 2$ . 当  $v \in N_G(u)$  时  $f(G) \geq f(e_{13}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ ; 当  $v \notin N_G(u)$  时, 即悬挂路  $P_{vu}$  的长最少为2, 此时  $G$  中至少有一条  $e_{2d(v)}$  和一条  $e_{12}$ . 若  $d_G(v) \geq 4$ , 则  $f(G) \geq f(e_{24}) + f(e_{12}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ ; 若  $d_G(v) \leq 3$ , 即  $d_G(v) = 3$ ,  $G$  中至少有一条  $e_{23}$  和一条  $e_{12}$ .

设  $\tilde{G}$  是通过删除  $G$  中的悬挂路所得, 显然  $\tilde{G}$  是没有悬挂点的4圈图, 且  $d_{\tilde{G}}(v) = 2, 3 \leq \Delta(\tilde{G}) \leq 8$ , 因此分如下情况说明:

情形1  $\Delta(\tilde{G}) = 3$ .

$G$  中有1个悬挂点, 7个3度点, 其余为2度点, 此时除  $x_{12} = 1$  还有  $e_{22}, e_{23}, e_{33}$  3种边, 根据引理3中(1)、(2)式得  $x_{23} + 2x_{33} = 21$ , 显然  $x_{23}$  是奇数,  $x_{23} \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}$ .

若  $x_{23} = 1, x_{33} = 10$ , 则  $G \in \mathcal{S}_9(n)$  矛盾; 若  $x_{23} \geq 3$ , 则  $f(G) \geq 3f(e_{23}) + f(e_{12}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

情形2  $\Delta(\tilde{G}) = 4$ .

1) 当  $\tilde{G}$  有3个4度点时  $x_{24} \geq 6$ ,  $v$  点有可能与2个4度点相邻, 因此在  $G$  中  $x_{24} \geq 4$  而  $f(G) \geq 4f(e_{24}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ ;

2) 当  $\tilde{G}$  有2个4度点和2个3度点或有1个4度点和4个3度点时  $x_{34} = 4$ , 因此在  $G$  中  $x_{34} = 4$ ,  $f(G) \geq f(e_{23}) + f(e_{12}) + 4f(e_{34}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

情形3  $\Delta(\tilde{G}) \geq 5$ .

图  $\tilde{G}$  中至少有2条  $e_{2\Delta(\tilde{G})}$ , 则图  $G$  中  $x_{2\Delta(\tilde{G})} \geq 1$ .

因此  $f(G) > f(e_{12}) + f(e_{24}(\tilde{G})) \geq f(e_{12}) + f(e_{25}) > 4f(e_{34}) + 2f(e_{24})$ .

**定理 4** 设  $n \geq 9$ , 则  $T_n$  中前 9 大 Randić 指数的关系为  $R(\mathcal{J}_1(n)) > R(\mathcal{J}_2(n)) > R(\mathcal{J}_3(n)) > R(\mathcal{J}_4(n)) > R(\mathcal{J}_5(n)) > R(\mathcal{J}_6(n)) > R(\mathcal{J}_7(n)) > R(\mathcal{J}_9(n)) > R(\mathcal{J}_8(n))$ .

证 由 Randić 指数的定义得

$$\begin{aligned} R(\mathcal{J}_1(n)) &= n/2 - f(e_{23}), \\ R(\mathcal{J}_2(n)) &= n/2 - (2f(e_{34}) + f(e_{23})), \\ R(\mathcal{J}_3(n)) &= n/2 - 2f(e_{23}), \\ R(\mathcal{J}_4(n)) &= n/2 - (3f(e_{34}) + f(e_{24}) + f(e_{23}))/2, \\ R(\mathcal{J}_5(n)) &= n/2 - 2(f(e_{34}) + f(e_{23})), \\ R(\mathcal{J}_6(n)) &= n/2 - (f(e_{34}) + f(e_{24})), \\ R(\mathcal{J}_7(n)) &= n/2 - 3f(e_{23}), \\ R(\mathcal{J}_8(n)) &= n/2 - (2f(e_{34}) + f(e_{24})), \\ R(\mathcal{J}_9(n)) &= n/2 - (f(e_{23}) + f(e_{12}))/2. \end{aligned}$$

根据引理 2, 可推出此定理.

下面定理给出当  $5 \leq n \leq 8$  时, Randić 指数极图的一些相关结果.

**定理 5** (i) 当  $n = 5$  时, 第 1 大和第 2 大 Randić 指数对应的 4 圈图的集合分别为  $\mathcal{J}_2(5)$  和  $\mathcal{J}_8(5)$ ;

(ii) 当  $n = 6$  时, 第 1 大到第 4 大 Randić 指数对应的 4 圈图的集合分别为  $\mathcal{J}_1(6)$ ,  $\mathcal{J}_2(6)$ ,  $\mathcal{J}_4(6)$  和  $\mathcal{J}_8(6)$ ;

(iii) 当  $n = 7$  时, 第 1 大到第 6 大 Randić 指数对应的 4 圈图的集合分别为  $\mathcal{J}_1(7)$ ,  $\mathcal{J}_2(7)$ ,  $\mathcal{J}_4(7)$ ,  $\mathcal{J}_5(7)$ ,  $\mathcal{J}_6(7)$  和  $\mathcal{J}_8(7)$ ;

(iv) 当  $n = 8$  时, 第 1 大到第 7 大 Randić 指数对应的 4 圈图的集合分别为  $\mathcal{J}_1(8)$ ,  $\mathcal{J}_2(8)$ ,  $\mathcal{J}_3(8)$ ,  $\mathcal{J}_4(8)$ ,  $\mathcal{J}_5(8)$ ,  $\mathcal{J}_6(8)$  和  $\mathcal{J}_8(8)$ .

### 3 参考文献

[1] 陈锦松, 郭晓峰. 关于 Randić 指数及图的直径 [J]. 厦

门大学学报: 自然科学版, 2009, 8(4): 467-469.

[2] 邓汉元, 夏建业, 夏方礼. 六边形系统的 Randić 指数 [J]. 湖南师范大学学报: 自然科学版, 2003, 26(3): 10-13.

[3] 周后卿, 周琪. 关于两类分子图的 Randić 指数的计算公式 [J]. 邵阳学院学报: 自然科学版, 2011, 8(4): 13-15.

[4] Randić M. On characterization of molecular branching [J]. Amer Chem Soc, 1975, 97(23): 6609-6615.

[5] 桂云. 两类图的次小 Randić 指数的研究 [D]. 合肥: 安徽大学, 2010.

[6] 詹丽丽, 刘素勤. 给定悬挂点的三圈图的零阶广义 Randić 指数 [J]. 重庆工商大学学报: 自然科学版, 2012, 29(6): 4-8.

[7] Du Zhibin, Zhou Bo. On Randić indices of trees, unicyclic graphs, and bicyclic graphs [J]. Int Quantum Chem, 2011, 111(12): 2760-2770.

[8] Dehghan-Zadeh T, Ashrafi A R, Habibi N. Maximum and second maximum of Randić index in the class of tricyclic graphs [J]. Match Commun Math Comput Chem, 2015, 74(1): 137-144.

[9] Dehghan-Zadeh T, Ashrafi A R, Habibi N. Tetracyclic graphs with extremal values of Randić index [J]. Bollettino Dell'unione Matematica Italiana, 2015, 8(1): 1-8.

[10] Li Xueliang, Shi Yongtang. A survey on the Randić index [J]. Match Communications in Mathematical and in Computer Chemistry, 2008, 59(1): 9-47.

[11] Gao Jinwu, Lu Mei. On the Randić index of unicyclic graphs [J]. Match Communications in Mathematical and in Computer Chemistry, 2005, 53(2): 377-384.

[12] Lu Mei, Liu Huiqing, Tian Feng. The connectivity index [J]. Match, 1998, 51(51): 149-154.

[13] 徐俊明. 图论及其应用 [M]. 2 版. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2004.

[14] 吕宁宁. 关于某些图的广义零阶 Randić 指数的界 [D]. 合肥: 安徽大学, 2010.

[15] Bondy J A. Graph theory with applications [J]. Journal of the Operational Research Society, 1977, 28(1): 237-238.

## The Tetracyclic Graphs with Large Maximum Randić Indices

YAN Meizhi, GAO Yubin\*

(School of Science, North University of China, Taiyuan Shanxi 030051, China)

**Abstract:** The Randić indices of the tetracyclic graphs is studied, and the necessary structural features of the larger Randić indices are obtained. It has proved that the Randić indices of most tetracyclic graphs are less than that of a special tetracyclic graph of boundary value, and then show the first nine Randić indices and the corresponding pole diagram, which is the expansion of the existing results.

**Key words:** Randić index; tetracyclic graph; edge structure

(责任编辑: 曾剑锋)