第 42 卷 第 6 期
2018 年 11 月
江西师范大学学报(自然科学版)
Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science)
Vol. 42 No. 6
Nov. 2018

文章编号:1000-5862(2018)06-0600-04

闭正则模糊拟阵单点延拓的基有序性质

李尧龙
(渭南师范学院数理学院,陕西 渭南 714000)

摘要:定义了闭正则模糊拟阵的单点 I-型延拓与单点 II-型延拓的基有序概念,利用模糊拟阵理论研究了闭正则模糊拟阵的单点系列延拓与单点平行延拓的基有序的若干性质,得到了闭正则模糊拟阵的单点系列延拓与单点平行延拓的基有序性质是保持的,并举例说明了闭正则模糊拟阵的单点系列延拓与单点平行延拓的基有序性质.

关键词:闭正则模糊拟阵;单点延拓;基有序
中图分类号:O 157.1 文献标志码:A DOI:10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2018.06.09

0 引言

拟阵理论被广泛应用到组合数学、网络流、电网络及信息安全等许多应用领域[1-2].由于信息科学、组合优化理论的快速发展,偏序集拟阵、无限拟阵等的研究使得拟阵理论的研究领域也得到进一步拓展[3-5].拟阵理论为图论、格论以及线性代数等许多数学领域提供了非常有用的研究方法.

1988 年,J. R. Goetschel 等[6]在模糊集上引入了一种模糊拟阵,开始了模糊拟阵(简称 G-V 模糊拟阵)的系统研究.之后,他们还给出了 G-V 模糊拟阵的基、极小圈、秩函数、对偶、积与和等结构,研究了 G-V 模糊拟阵的贪心算法等性质[6-8].由于闭正则 G-V 模糊拟阵可以应用贪心算法来寻找一个极大或极小赋权模糊集,这使得 G-V 模糊拟阵有十分广泛的应用前景[9-15].

众所周知,基在拟阵理论的研究中有十分重要的作用,拟阵的许多性质也都是由基来刻画的,基有序性质在拟阵理论中有很好的应用[1-2].本文研究闭正则 G-V 模糊拟阵的 2 种单点延拓的基有序性质,并举例说明了闭正则模糊拟阵基有序性质的应用,给出了闭正则 G-V 模糊拟阵单点系列延拓与平行延拓的基有序性质,为进一步研究闭正则 G-V 模糊拟阵的结构进行了一定的尝试.

1 预备知识

定义 1[1] 设 E 是有限集,I 为 E 的非空子集族,它满足如下条件:

(i) $A \in I$ 且 $B \subseteq A$,则 $B \in I$;

(ii) $A,B \in I$ 且 $|A| < |B|$($|A|$表示A的势),则有 $C \in I$ 使得 $A \subset C \subseteq A \cup B$,

称偶对$M = (E,I)$为E上的一个拟阵,I中的元素为 M 的独立集,M 的极大独立集为 M 的基,M 的所有基的集合记为$\beta(M)$.

设 E 是有限集,$\mu: E \to [0,1]$ 是一映射,称μ为E上的一个模糊集.用$F(E)$表示E上的所有模糊集组成的集族.$\forall \mu, v \in F(E)$,记 $\operatorname{supp} \mu = \{x \in E | \mu(x) > 0\}$,$m(\mu) = \inf\{\mu(x) | x \in \operatorname{supp} \mu\}$,$C_r(\mu) = \{x \in E | \mu(x) \geqslant r\}(r \in (0,1])$;$E$上一个尖 S_e^{λ} 是一个支撑集为$\{e\}$、高度为 λ 的模糊集.

定义 2[6] 设E是有限集,$\mathscr{T} \subseteq F(E)$为$E$上的非空模糊子集族,它满足如下条件:

(i) $\forall \mu \in \mathscr{T}, v \in F(E)$,若 $v < \mu$,则 $v \in \mathscr{T}$;

(ii) $\forall \mu, v \in \mathscr{T}$,若$|\operatorname{supp} \mu| < |\operatorname{supp} v|$,则 $\exists \eta \in \mathscr{T}$ 使得

(a) $\mu < \eta \leqslant \mu \vee v$;

(b) $m(\eta) \geqslant \min\{m(\mu), m(v)\}$,

称偶对 $M = (E,\mathscr{T})$ 为 E 上的一个模糊拟阵,$\mathscr{T}$ 中

收稿日期:2017-11-20
基金项目:国家自然科学基金(11201112)和渭南师范学院科研课题(17YKF01)资助项目.
作者简介:李尧龙(1970-),男,陕西渭南人,教授,主要从事模糊拟阵理论的研究.E-mail:liyaolong188@163.com

的元素为 M 的模糊独立集,M 的极大模糊独立集为 M 的模糊基,M 的所有模糊基的集合记为 $\beta(M)$.

引理 1[6-8]　设 $M=(E,\mathscr{T})$ 是一个模糊拟阵,则存在有限序列 $0=r_0<r_1<\cdots<r_n\leqslant 1$ 使得

(i) 当 $0<s\leqslant r_n$ 时,$I_s\neq\varnothing$,当 $s>r_n$ 时,$I_s=\varnothing$;

(ii) $\forall s,t\in(r_{i-1},r_i]$,有 $I_s=I_t(i=1,2,\cdots,n)$;

(iii) 若 $0\leqslant s\leqslant t\leqslant 1$,则 $I_t\subseteq I_s$;

(iv) 若 $r_{i-1}<s<r_i<t<r_{i+1}(i=1,2,\cdots,n-1)$,则 $I_t\subset I_s$,

称 $0=r_0<r_1<\cdots<r_n\leqslant 1$ 为 $M=(E,\mathscr{T})$ 的基本列. 若 $\forall i\in\{1,2,\cdots,n\}$,有 $I_r=I_{r_i}$,则称 M 为闭模糊拟阵. 若 $\forall s,t\in(0,1]$,$r<s$,并且对于 $M_r=(E,I_r)$ 的任何基 A,都有 $M_s=(E,I_s)$ 的基 B,使 $B\subseteq A$,则称 $M=(E,\mathscr{T})$ 是正则模糊拟阵.

本文沿用文献 [1,6-8,10-11] 的术语和记号,未加说明或定义的概念,请参见文献 [1,6-8,10-11].

2　闭正则模糊拟阵单点系列延拓的基有序性质

据一般拟阵的基有序的定义,容易引入闭正则模糊拟阵的基有序定义.

定义 3　设 $M=(E,\mathscr{T})$ 是闭正则模糊拟阵,$S_x^{r_1}$ 为 $(E,\mathscr{T})$ 的尖,若对 $(E,\mathscr{T})$ 的任意 2 个基 μ_1,μ_2,都存在一个双射函数 π: $\mathrm{supp}\,\mu_1\to\mathrm{supp}\,\mu_2$(即交换序),使得 $\forall e\in\mathrm{supp}\,\mu_1$,有 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\in\beta$ 和 $(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\in\beta$,则称 M 是基有序的.

引理 2[11]　设 $M=(E,\mathscr{T})$ 是一闭正则模糊拟阵,$0=r_0<r_1<\cdots<r_m\leqslant 1$ 为 M 的基本列,$x\in E$,$y\notin E$. $S_x^{r_1}$,$S_y^{r_1}$ 为 2 个尖. β 是 M 的基集. 令

$\beta'=\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta\}\cup\{\mu\vee S_x^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,

则 β' 是关于 $E'=E\cup y$ 上的一个闭正则模糊拟阵 $(E',\mathscr{T}')$ 的基集. 称 $(E',\mathscr{T}')$ 为 $(E,\mathscr{T})$ 的 I-型单点延拓.

定理 1　设 $M=(E,\mathscr{T})$ 是一闭正则模糊拟阵,β 是 M 的基集,$(E',\mathscr{T}')$ 为 $(E,\mathscr{T})$ 的 I-型单点延拓,若 $(E,\mathscr{T})$ 是基有序的,则 $(E',\mathscr{T}')$ 也是基有序的.

证　由于 $(E,\mathscr{T})$ 是闭正则模糊拟阵,由引理 2 知,$(E',\mathscr{T}')$ 是闭正则模糊拟阵. 又 $(E,\mathscr{T})$ 是基有序的,则存在一个交换序 π: $\mathrm{supp}\,\mu_1\to\mathrm{supp}\,\mu_2$(其中 $\mu_1,\mu_2\in\beta$),使得 $\forall e\in\mathrm{supp}\,\mu_1$,有 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}$ 和 $(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\in\beta$.

由于 $\beta'=\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta\}\cup\{\mu\vee S_x^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,以下分 4 种情况讨论.

(i) 若 $\mu_1',\mu_2'\in\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta\}$,定义 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 使得

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t), & t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ y, & t=y,\end{cases}$$

其中 $\mu\in\beta$,且 π: $\mathrm{supp}\,\mu_1\to\mathrm{supp}\,\mu_2$ 是交换序. $\pi'(y)=y$. 由于 $(E',\mathscr{T}')$ 为闭正则模糊拟阵,故有 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序.

(ii) 若 $\mu_1',\mu_2'\in\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,由于 $\mu\vee S_x^{r_1}\in\beta'(\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu)$,且 $(E',\mathscr{T}')$ 为闭正则模糊拟阵,定义 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t), & t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ x, & t=x,\end{cases}$$

其中 $\mu\in\beta$,则 π 是 μ_1,μ_2 的一个交换序,$\pi'(x)=x$. 由于 $(E',\mathscr{T}')$ 为闭正则模糊拟阵,故 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序.

(iii) 若 $\mu_1'\in\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta\}$,$\mu_2'\in\{\mu\vee S_x^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,则

(a) 当 $x\in\mathrm{supp}\,\mu_1$ 时,定义 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 使得

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t), & t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ y, & t=y.\end{cases}$$

若 $e\in\mathrm{supp}\,\mu_1$,则 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\in\beta$,$(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\in\beta$,这样由 β' 的定义,有 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\vee S_y^{r_1}\in\beta'$,$(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\vee S_x^{r_1}\in\beta'$. 其中 $\mu\in\beta$,且 π: $\mathrm{supp}\,\mu_1\to\mathrm{supp}\,\mu_2$ 是交换序. $\pi'(y)=y$. 由于 $(E',\mathscr{T}')$ 为闭正则模糊拟阵,故 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序. 若 $e=y$,则 $(\mu_1'\backslash y)\vee S_y^{r_1}\in\beta'$,$(\mu_2'\backslash y)\vee S_y^{r_1}\in\beta'$,故 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序.

(b) 当 $x\notin\mathrm{supp}\,\mu_1$ 时,定义 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 使得

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t), & t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ x, & t=y.\end{cases}$$

若 $e\in\mathrm{supp}\,\mu_1$,则 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\in\beta$,$(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\in\beta$,这样由 β' 的定义,有 $(\mu_1\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\vee S_y^{r_1}\in\beta'$,$(\mu_2\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\vee S_x^{r_1}\in\beta'$,其中 $\mu\in\beta$,且 π: $\mathrm{supp}\,\mu_1\to\mathrm{supp}\,\mu_2$ 是交换序. $\pi'(y)=y$. 由于 $(E',\mathscr{T}')$ 为闭正则模糊拟阵,故 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序. 若 $e=y$,则 $(\mu_1'\backslash x)\vee S_y^{r_1}\in\beta'$,$(\mu_2'\backslash y)\vee S_x^{r_1}\in\beta'$,故 π': $\mathrm{supp}\,\mu_1'\to\mathrm{supp}\,\mu_2'$ 为交换序.

(iv) 若 $\mu_1'\in\{\mu\vee S_x^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,$\mu_2'\in\{\mu\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta\}$,则类似 (iii) 即可证明.

由(i)~(iv)知,π': supp $\mu_1' \to$ supp μ_2'为交换序.

引理3[11] 设$M=(E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵,$0=r_0<r_1<\cdots<r_m\leqslant 1$为$M$的基本列,$x\in E$,$y\notin E$. $S_x^{r_{i_0}}$,$S_y^{r_{i_0}}$为2个尖($i_0\in\{1,2,\cdots,m\}$).β是M的基集.令

$$\beta'=\{\mu\vee S_y^{r_{i_0}}\mid\mu\in\beta\}\cup\{\mu\vee S_x^{r_{i_0}}\mid\mu\in\beta,x\notin \mathrm{supp}\,\mu\},$$

则β'是关于$E'=E\cup y$上的一个闭正则模糊拟阵的基集.称此类闭正则模糊拟阵$(E',\mathscr{T}')$是闭正则模糊拟阵$(E,\mathscr{T})$的一个单点系列延拓.

推论1 设$M=(E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵,β是M的基集,$(E',\mathscr{T}')$为$(E,\mathscr{T})$的单点系列延拓.若$(E,\mathscr{T})$是基有序的,则$(E',\mathscr{T}')$也是基有序的.

例1 设$E=\{a,b,c\}$,以及$I_{1/2}=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{b,c\}\}$,$I_1=\{\varnothing,\{a\},\{c\}\}$.易知$I_1\subseteq I_{1/2}$.令

$$I_r=\begin{cases}I_{1/2},r\in(0,1/2],\\ I_1,\ r\in(1/2,1],\end{cases}$$

以及$\mathscr{T}=\{\mu\in F(E)\mid C_r(\mu)\in I_r,r\in(0,1]\}$.易知,$(E,\mathscr{T})$是一个模糊拟阵,且$\{u,v\}$为$(E,\mathscr{T})$的基集族,

$$\mu(x)=\begin{cases}1,&x=a,\\1/2,&x=b,\\0,&x=c.\end{cases}\quad v(x)=\begin{cases}0,&x=a,\\1/2,&x=b,\\1,&x=c.\end{cases}$$

$(E,\mathscr{T})$的基本列为$0<1/2<1$.因为所有的基的基数相等,所以$(E,\mathscr{T})$是闭正则模糊拟阵.

设$E'=\{a,b,c,d\}$,令$\beta'=\{\mu\vee S_d^{1/2}\mid\mu\in\beta\}\cup\{\mu\vee S_x^{1/2}\mid\mu\in\beta,x\notin\mathrm{supp}\,\mu\}$,则$(E,\mathscr{T})$的基集为$\beta'$,即

$$(\mu\vee S_d^{1/2})(x)=\begin{cases}1,&x=a,\\1/2,&x=b,\\0,&x=c,\\1/2,&x=d,\end{cases}$$

$$(v\vee S_d^{1/2})(x)=\begin{cases}0,&x=a,\\1/2,&x=b,\\1,&x=c,\\1/2,&x=d,\end{cases}$$

$$(\mu\vee S_c^{1/2})(x)=\begin{cases}1,&x=a,\\1/2,&x=b,\\1/2,&x=c,\\0,&x=d,\end{cases}$$

$$(v\vee S_a^{1/2})(x)=\begin{cases}1/2,&x=a,\\1/2,&x=b,\\1,&x=c,\\0,&x=d.\end{cases}$$

因为β'中所有元素的基数都相等,所以$(E',\mathscr{T}')$是闭正则模糊拟阵.取$(E',\mathscr{T}')$的任意2个基,如$\mu\vee S_d^{1/2}$与$v\vee S_d^{1/2}$,由于μ与v是闭正则模糊拟阵$(E,\mathscr{T})$的2个基,令π:$\mu\to v$为$\pi(a)=c$,$\pi(b)=b$,$\pi(c)=a$,所以π:$\mu\to v$为交换序.令π':$\mu_1'\to\mu_2'$为

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t),t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ d,\quad t=d,\end{cases}$$

即$\pi'(a)=c$,$\pi'(b)=b$,$\pi'(c)=a$,$\pi'(d)=d$.这样π':$\mu_1'\to\mu_2'$为交换序.其他情况类似可证.

3 闭正则模糊拟阵的单点平行延拓的基有序性质

引理4[11] 设$M=(E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵,$0=r_0<r_1<\cdots<r_m\leqslant 1$为$M$的基本列,$x\in E$,$y\notin E$. $S_x^{r_1}$,$S_y^{r_1}$为2个尖.β是M的基集.令

$$\beta'=\{(\mu\backslash\backslash x)\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\in\mathrm{supp}\,\mu\}\cup\beta,$$

则β'是关于$E'=E\cup y$上的一个闭正则模糊拟阵$(E',\mathscr{T}')$的基集.称$(E',\mathscr{T}')$为$(E,\mathscr{T})$的II-型单点延拓.

定理2 设$M=(E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵,β是M的基集,$(E',\mathscr{T}')$为$(E,\mathscr{T})$的II-型单点延拓,若$(E,\mathscr{T})$是基有序的,则$(E',\mathscr{T}')$也是基有序的.

证 只需证明$\forall\mu_1',\mu_2'\in\beta'$,都存在一个双射$\pi'$: supp $\mu_1'\to$ supp μ_2',使得$\forall e\in$ supp μ_1',有$(\mu_1'\backslash\backslash e)\vee S_{\pi(e)}^{r_1}\in\beta'$和$(\mu_2'\backslash\backslash\pi(e))\vee S_e^{r_1}\in\beta'$.

以下分4种情形进行讨论.

(i) 若$\mu_1',\mu_2'\in\beta$,由于$(E,\mathscr{T})$是闭正则模糊拟阵,且M是基有序的,所以存在一个交换序π: supp $\mu_1'\to$supp μ_2',使得$(E,\mathscr{T})$是基有序的,取$\pi'=\pi$,即有$(E',\mathscr{T}')$也是基有序的.

(ii) 若$\mu_1',\mu_2'\in\{(\mu\backslash\backslash x)\vee S_y^{r_1}\mid\mu\in\beta,x\in\mathrm{supp}\,\mu\}$,则有$\mu_1'=(\mu_1\backslash\backslash x)\vee S_y^{r_1}$,$\mu_2'=(\mu_2\backslash\backslash x)\vee S_y^{r_1}$. $\forall\mu_1,\mu_2\in\beta$,存在交换序$\pi$: supp $\mu_1\to$ supp μ_2,取π': supp $\mu_1'\to$ supp μ_2'为

$$\pi'(t)=\begin{cases}\pi(t),t\in\mathrm{supp}\,\mu,\\ y,\quad t=y,\end{cases}$$

其中$\mu\in\beta$,且π: supp $\mu_1\to$ supp μ_2是交换序.

$\pi'(y) = y$. 由于$(E',\mathscr{T}')$为闭正则模糊拟阵，故有 π': supp $\mu_1' \to$ supp μ_2'为交换序.

(iii) 若$\mu_1' = (\mu_1 \backslash\backslash x) \vee S_y^{r_1}(\mu_1 \in \beta, x \in \text{supp}\,\mu_1)$，$\mu_2' = \mu_2$，由于存在交换序 π: supp $\mu_1 \to$ supp μ_2，取 π': supp $\mu_1' \to$ supp μ_2'为

$$\pi'(t) = \begin{cases} \pi(t), t \in \text{supp}\,\mu, \\ \pi(x), t = y, \end{cases}$$

则易知 π': supp $\mu_1' \to$ supp μ_2'为交换序.

(iv) 若$\mu_1' = \mu_1$，$\mu_2' = (\mu_2 \backslash\backslash x) \vee S_y^{r_1}(\mu_2 \in \beta, x \in \text{supp}\,\mu_1)$，类似(iii)即可证明.

引理5[14] 设$M = (E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵，$0 = r_0 < r_1 < \cdots < r_m \leqslant 1$为$M$的基本列，$x \in E$，$y \notin E$. $S_x^{r_{i_0}}$，$S_y^{r_{i_0}}$为2个尖$(i_0 \in \{1,2,\cdots,m\})$. β是M的基集. 令

$$\beta' = \{(\mu \backslash\backslash x) \vee S_y^{r_{i_0}} | \mu \in \beta, x \in \text{supp}\,\mu\} \cup \beta,$$

则β'是关于$E' = E \cup y$上的一个闭正则模糊拟阵$(E',\mathscr{T}')$的基集. 称此类闭正则模糊拟阵$(E',\mathscr{T}')$是闭正则模糊拟阵$(E,\mathscr{T})$的一个单点平行延拓.

推论2 设$M = (E,\mathscr{T})$是一闭正则模糊拟阵，β是M的基集，$(E',\mathscr{T}')$为$(E,\mathscr{T})$的单点平行延拓，若$(E,\mathscr{T})$是基有序的，则$(E',\mathscr{T}')$也是基有序的.

4 结论

基有序性质是拟阵理论很重要的性质之一，研究拟阵的基有序性质，也可以从另一个方面揭示拟阵理论的本质，拟阵中许多深刻的结论都是由基有序性质刻画的. 本文研究了闭正则模糊拟阵的单点系列延拓和单点平行延拓的基有序性质，并举例说明闭正则模糊拟阵的基有序性质，这些结果有助于闭正则模糊拟阵结构的进一步研究，并且丰富了模糊拟阵理论的研究内容.

5 参考文献

[1] Oxley J. Matroid theory [M]. New York: Oxford University Press, 1992.

[2] 赖虹建. 拟阵论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.

[3] Mao Hua. Characterization and reduce of concept lattices through matroid theory [J]. Information Science, 2014, 281: 338-354.

[4] Bruhn H, Diestel R, Kriesell M, et al. Axioms for infinite matroids [J]. Adv Math, 2013, 239(3): 18-46.

[5] Ferrari L. Greedy algorithms and poset matroids [J]. J Discrete Algorithms, 2014, 29: 21-26.

[6] Goetschel J R, Voxman W. Fuzzy matroids [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1988, 27(3): 291-302.

[7] Goetschel J R, Voxman W. Bases of fuzzy matroids [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(2): 253-261.

[8] Goetschel J R, Voxman W. Fuzzy matroid structures [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 41(3): 343-357.

[9] Shi Fugui. A new approach to the fuzzification of matroids [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(5): 696-705.

[10] Li Yaolong, Zhang Guojun, Lu Lingxia. Axioms for bases of closed regular fuzzy matroids [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(12): 1711-1725.

[11] 李尧龙. 闭正则模糊拟阵的单点延拓 [J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2015, 37(10): 9-14.

[12] 林福宁, 李生刚. 强 [0,1]-拟阵 [J]. 模糊系统与数学, 2016, 30(3): 26-32.

[13] 陈娟娟, 吴德银, 夏军. 准模糊图拟阵的子拟阵 [J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2014, 36(4): 52-54.

[14] 夏军, 吴德银, 陈娟娟. 准模糊图拟阵基的性质 [J]. 重庆师范大学学报: 自然科学版, 2013, 30(2): 56-59.

[15] 刘文斌. 准模糊图拟阵基图的性质 [J]. 数学实践与认识, 2013, 43(10): 271-274.

The Properties of the Base Orderability on Single Element Extensions of Closed Regular Fuzzy Matroids

LI Yaolong

(College of Mathematics and Physics, Weinan Teachers University, Weinan Shanxi 714000, China)

Abstract: The definitions of the base orderbility on I-single element extension and II-single element extension of closed regular fuzzy matroids are given. Some properties of the base orderbility on single element series extension and single element parallel extension of closed regular fuzzy matroids are studied by the theory of fuzzy matroids. Examples of the base orderbility on single element extension of closed regular fuzzy matroids are given.

Key words: closed regular fuzzy matroid; single element extension; base orderbility

(责任编辑：曾剑锋)