

文章编号: 1000-5862(2021)01-0046-09

基于全局-局部保持投影的稀疏降维方法

江 焱¹ 房小兆² 滕少华^{1*}

(1. 广东工业大学计算机学院 广东广州 510006; 2. 广东工业大学自动化学院 广东广州 510006)

摘要: 该文提出了一种基于全局-局部结构保持的稀疏投影模型(GLSPP). 通过对投影数据进行线性重构来保持数据的全局结构, 从而保留投影数据的全局信息. 通过约束重构系数矩阵与相似性矩阵的相似性来保持全局保持数据和局部保持投影数据的一致性. 同时, 对重构系数矩阵和相似性矩阵进行稀疏约束, 保留主要信息, 以减少冗余信息的干扰. 在公开的 4 个人脸与物体数据集上的实验结果显示: 该方法具有较高的分类准确率.

关键词: 局部结构保持投影; 线性重构; 稀疏约束; 降维

中图分类号: O 211. 67 **文献标志码:** A **DOI:** 10. 16357/j. cnki. issn1000-5862. 2021. 01. 07

0 引言

随着信息技术的更新和数据采集设备的发展, 图像采集的精度越来越高, 对应的数据维度也越来越高. 相比于低维度数据, 高维度的数据在数据处理过程中需要更高的计算复杂度和计算时间. 高维度数据往往存在冗余信息^[1], 直接使用高维数据进行训练可能会影响模型的性能. 因此, 在分析高维数据前, 先对数据进行降维处理是很有必要的. 降维^[2]方法是通过寻找高维数据的低维嵌入将高维数据投影到低维子空间中的方法. 由于降维方法的有效性和必要性, 因而近年来降维方法发展迅速, 并在图像分类^[3-5]、模式识别^[6]、计算机视觉^[7]等领域中有广泛应用.

现有的降维方法根据保持数据的结构主要分为 2 类: 基于全局的降维方法和基于局部的降维方法. 基于全局的降维方法是在降维过程中保留原始数据的全局结构, 如线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)^[8]和主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)^[9]都是经典的基于全局的降维方法. LDA 通过同时最大化类间距离与最小化类内距离来提取判别信息, 寻找最优的投影矩阵; PCA

的目的是寻找一个能保持最大样本协方差或最小重构误差的线性投影. 由于 PCA 方法与 LDA 方法的计算便捷性与有效性, 所以学者们提出了一些延伸方法^[10-12].

然而, 在实际应用中受到光照、噪声等影响, 机器采集到的图像数据分布往往较为复杂, 只观察数据的全局结构, 可能较难取得理想的效果. 为了更好地保留数据重要的局部几何信息, 学者们提出了一系列基于局部保持的降维方法, 其中最具代表性的是局部保持投影(Locality Preserving Projection, LPP)方法^[13]. LPP 是拉普拉斯特征映射(Laplacian eigenmap, LE)的线性扩展, 它首先将原始数据投影到低维子空间中, 同时生成一个加权矩阵来度量每对样本之间的相似性, 再通过约束原始数据和投影数据的局部结构一致性来保持数据的局部流形结构. 由于 LPP 可以较好地反映高维数据的局部几何结构, 以致后续许多学者在 LPP 的基础上提出一些扩展方法^[14-24]. 然而, 现有的方法仍存在如下问题: (i) 现有的方法只考虑单一地保留数据的全局结构或局部结构, 忽略了数据的信息既分布在全局结构中又存在于局部结构中的事实; (ii) 保留全局结构的投影数据与保留局部结构的投影数据应该有一定的相似性, 此前的方法缺少对 2 者关系的挖掘.

收稿日期: 2020-02-18

基金项目: 国家自然科学基金(61772141, 61972102), 科技部国家重点研发计划(2018YFB1802400), 广东省重点领域研发计划(2020B010166006), 广东省科技计划(2019B110210002, 2019B010121001, 2019B020208001, 2019B010118001) 和广州市科技计划(201903010107) 资助项目.

通信作者: 滕少华(1962-), 男, 江西南昌人, 教授, 博士, 主要从事大数据、数据挖掘、数字音频分析与处理、网络安全方面的研究. E-mail: shteng@gdut. edu. cn

因此, 本文提出一种基于全局与局部约束的稀疏保持投影 (GLSPP) 降维方法. 为保留数据全局结构, 使用线性重构技术在投影空间中对投影数据进行重构. 结合局部保留投影技术, 使原始空间数据在投影到低维子空间中的同时, 保留数据间的局部结构和全局结构, 最大限度地减少重要信息的损失. 同时, 为了保持全局投影数据与局部保持投影数据间的相似性, 对局部投影的相似性矩阵与全局投影的重构系数矩阵进行约束, 使二者相似. 增加对相似性矩阵与重构系数矩阵的稀疏约束, 保留投影数据的主要信息, 以减少冗余信息对模型结果的影响.

1 相关工作

1.1 局部保持投影

局部保持投影 (Locality Preserving Projection, LPP) 是一个经典的无监督线性降维方法, 在机器学习、数据挖掘等领域中均有广泛应用. 它认为相邻的样本在低维空间中仍然保持邻近关系. 该方法的目标是找到 1 个最优的投影矩阵 P , 在把源域数据投影到低维子空间中时保持邻近数据的局部结构.

矩阵 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^{d_1 \times n}$ 为训练样本的集合, 其中 n 为样本数, d_1 为样本原始维度. LPP 的目标函数为

$$\min_P \frac{1}{2} \sum_{ij} \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 S_{ij},$$

其中 $P \in \mathbf{R}^{d_1 \times d_2}$ 是将原始数据投影到低维子空间中的投影矩阵, $d_2 (\ll d_1)$ 是低维子空间维度. 相似性矩阵 $S \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 的定义为

$$S_{ij} = \begin{cases} \exp(-\|x_i - x_j\|^2/t), & x_i \in N_k(x_j) \text{ 或 } x_j \in N_k(x_i), \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

或

$$S_{ij} = \begin{cases} \exp(-\|x_i - x_j\|^2/t), & \|x_i - x_j\|^2 < \varepsilon, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $x_i \in N_k(x_j)$ 表示样本点 x_i 是 x_j 的 k 个邻近样本中的一个. ε 是常数, t 是热核参数. 经过简单的变换和推导, LPP 可重写为

$$\min_P \text{tr}(P^T X L X^T P) \quad \text{s.t.} \quad P^T X D X^T P = I,$$

其中 D 为对角矩阵, 对角线上的值为 S 列或行的总和. $L = D - S$ 为拉普拉斯矩阵. 矩阵 P 的优化结果可通过求解广义特征值问题

$$X L X^T P = \lambda X D X^T P$$

得到.

1.2 图正则化技术

图正则化技术的目标是建立一个由数据样本构造的图, 保持在低维子空间中样本的局部性结构, 在模式识别与数据挖掘等领域中得到了广泛应用. 数据样本 x_i 和 x_j 的边缘权重可以定义为

$$W_{ij} = \begin{cases} 1, & x_i \in N_k(x_j) \text{ 或 } x_j \in N_k(x_i), \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $x_i \in N_k(x_j)$ 表示样本点 x_i 是 x_j 的 k 个邻近样本中的一个, 它表示二者相似且可能属于同一类. $W \in \mathbf{R}^{n \times n}$. $\sum_{ij} \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 W_{ij}$ 为常见的图正则化项, W_{ij} 表示局部关系的相似性, 将正则化技术用于投影矩阵 P .

2 基于全局-局部保持投影的降维方法

2.1 相关矩阵说明

在介绍降维方法前先对用到的字符进行说明.

$\|W\|_F^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{ij}^2 = \text{tr}(W^T W) = \text{tr}(W W^T)$ 是 Frobenius 范数, 其为矩阵中每个元素的平方和的开平方值. 其中 tr 为矩阵的迹操作, W^T 为矩阵 W 的转置. $\|H\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_{ij}|$ 是 l_1 范数, 其为矩阵 H 中所有元素绝对值的和. 该方法的目的是把高维数据投影到低维子空间中的同时, 保留数据的全局结构和局部结构, 并去除冗余信息的干扰.

2.2 模型介绍

传统 LPP 方法仅对投影数据的局部结构进行保持, 而没有考虑保持数据的全局结构. 本文考虑到不同样本之间的相似信息应该被保留在一个矩阵中, 因此引入一个新的线性重构系数矩阵, 对投影到低维空间中的数据进行线性重构. 这样得出的矩阵可以保留投影空间数据的全局结构, 从而达到减少信息损失的目的. 关系式为

$$\sum_{i=1}^n \|P^T x_i - P^T X z_i\|_2^2,$$

其中 $z \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为重构系数矩阵, 每个样本点 x_i 都可以被数据集中其他样本点线性重构. 将原始数据样本与重构数据通过投影矩阵 P 投影到低维子空间中, 并使用欧氏距离对投影数据的关系进行保留.

考虑到相似性矩阵 S 中的元素

$$S_{ij} = \begin{cases} e^{-\|x_i - x_j\|/\sigma}, & x_i \text{ 与 } x_j \text{ 是 } k \text{ 邻近点} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

只能保留全局信息,为了不损失局部信息,还提出将线性重构系数矩阵与 LPP 方法结合,可得

$$\sum_{i=1}^n \|P^T x_i - P^T X z_i\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 S_{ij},$$

其中 $\lambda_1 (\geq 0)$ 为惩罚参数.

通过最小化 $\|XZ - XS\|_F^2$, 能将全局和局部信息保留在投影数据中,大大地减少了重要信息的损失. 为更好地保留局部保持投影数据与全局保持投影数据间的相关性,引入全局-局部数据相似性约束项. 将样本数据分别通过重构系数矩阵 Z 与相似性矩阵 S 进行重构,得到全局保持重构数据 XZ 和局部保持重构数据 XS ,最小化重构数据间的距离以保持全局数据与局部数据的相似性.

若重构样本点 x_i 与 x_j 相似,则权重 S_{ij} 比较大. 与传统 LPP 方法只使用固定的相似性矩阵 S 不同,本文方法的矩阵 S 同时进行迭代更新与优化,能更好地保留数据的局部结构. 同时,为了保证每个数据样本都用稀疏基表示,且减少冗余信息的影响,对矩阵 S 与 z 增加 l_1 范数的约束. 由于在实际应用中,矩阵中的负值元素没有意义,因此对矩阵 S 与 z 添加非负约束. 总体目标函数为

$$\min_{P, Z, S} \sum_{i=1}^n \|P^T x_i - P^T X z_i\|_2^2 + \lambda_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 S_{ij} + \lambda_2 \|XZ - XS\|_F^2 + \lambda_3 \|Z\|_1 + \lambda_4 \|S\|_1, \text{ s. t. } P^T P = I, S \geq 0, Z \geq 0,$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 (\geq 0)$ 是惩罚参数,用于调整每一项的权重.

2.3 优化算法

基于凸优化理论可知,本文的目标函数整体是非凸的,但是每个变量 P, Z, S 的优化都是凸优化问题^[25]. 因此,本文使用迭代更新方式来优化目标函数. 为方便优化,引入辅助变量 A, B 替代 Z, S . 将目标函数重写为

$$\min_{P, Z, S} \|P^T X - P^T XZ\|_F^2 + \lambda_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 S_{ij} + \lambda_2 \|XZ - XS\|_F^2 + \lambda_3 \|Z\|_1 + \lambda_4 \|S\|_1, \text{ s. t. } P^T P = I, S \geq 0, Z \geq 0, Z = A, S = B.$$

通过最小化如下拉格朗日方程获得优化结果:

$$\min_{P, Z, S, A, B} \|P^T X - P^T XZ\|_F^2 + \lambda_1 \text{tr}(P^T X L X^T P) + \lambda_2 \|XZ - XS\|_F^2 + \lambda_3 \|A\|_1 + \lambda_4 \|B\|_1 + \mu \|Z - A + Y_1/\mu\|_F^2/2 + \mu \|S - B + Y_2/\mu\|_F^2/2, \text{ s. t. } P^T P = I, S \geq 0, Z \geq 0, Z = A, S = B, \quad (1)$$

其中 $L = D - S$ 为拉普拉斯矩阵 $D_{ij} = \sum_{j=1}^n S_{ij}$.

迭代优化步骤为

Step 1(更新 P) 固定 Z, S, A, B , 更新 P . P 可通过优化以下式子更新:

$$L(P) = \min_P \|P^T X - P^T XZ\|_F^2 + \lambda_1 \text{tr}(P^T X L X^T P), \text{ s. t. } P^T P = I,$$

可转化为求解广义特征值问题:

$$X(Z + Z^T - ZZ^T - \lambda_1 L) X^T P = \lambda_1 X X^T P, \text{ s. t. } P^T P = I. \quad (2)$$

投影矩阵 P 可以通过求解广义特征向量问题得到,对应于 d_2 个最小特征值的特征向量.

Step 2(更新 Z) 固定 P, S, A, B , 更新 Z . Z 可通过优化以下式子更新:

$$L(Z) = \min_Z \|P^T X - P^T XZ\|_F^2 + \lambda_2 \|XZ - XS\|_F^2 + \mu \|Z - A + Y_1/\mu\|_F^2/2, \text{ s. t. } Z \geq 0.$$

令 $\partial L(Z)/\partial Z = 0$, 可得

$$Z = (2X^T P P^T X + 2\lambda_2 X^T X S + \mu(A + Y_1/\mu)) / (2X^T P P^T X + 2\lambda_2 X^T X + \mu I), \quad (3)$$

其中 $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示单位矩阵.

Step 3(更新 S) 固定 P, Z, A, B , 更新 S . S 可通过优化以下式子更新:

$$L(S) = \min_S \lambda_1 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2 S_{ij} + \lambda_2 \|XZ - XS\|_F^2 + \mu \|S - B + Y_2/\mu\|_F^2/2, \text{ s. t. } S \geq 0.$$

令 $k_{ij} = \|P^T x_i - P^T x_j\|_2^2$, $\partial L(S)/\partial S = 0$, 可得

$$S = (2\lambda_2 X^T X Z + \mu(B + Y_2/\mu) - \lambda_1 K) / (2\lambda_2 X^T X + \mu I). \quad (4)$$

Step 4(更新 A) 固定 P, Z, S, B , 更新 A . A 可通过优化以下式子更新:

$$L(A) = \min_A \lambda_3 \|A\|_1 + \mu \|Z - A + Y_1/\mu\|_F^2/2.$$

根据软阈值算法^[24], 上述问题有封闭解:

$$A^* = s_h(Z + Y_1/\mu, \lambda_3/\mu), \quad (5)$$

其中 $s_h(a, b) = \text{sign}(\max(|a| - b, 0))$.

Step 5(更新 B) 固定 P, Z, S, A , 更新 B . B 可通过优化以下式子更新:

$$L(B) = \min_B \lambda_4 \|B\|_1 + \mu \|S - B + Y_2/\mu\|_F^2/2. \quad (6)$$

与(6)式类似, 根据软阈值算法, 上述问题有封闭解:

$$B^* = s_h(S + Y_2/\mu, \lambda_4/\mu). \quad (7)$$

拉格朗日乘子 Y_1, Y_2 和惩罚参数 μ 可通过下式更新:

$$\begin{cases} Y_1 = Y_1 + \mu(Z - A), \\ Y_2 = Y_2 + \mu(S - B), \\ \mu = \min\{\rho\mu, \mu_{\max}\}. \end{cases}$$

算法 1 总结了求解问题 (1) 的算法框架.

算法 1 基于全局-局部保持投影的稀疏降维算法.

输入: 训练样本矩阵 $X \in \mathbf{R}^{d_1 \times n}$, 平衡参数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, 降维维度 d_2 .

输出: 投影矩阵 $P \in \mathbf{R}^{d_1 \times d_2}$, 重构矩阵系数 $Z \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和相似性矩阵 $S \in \mathbf{R}^{n \times n}$.

- (i) 初始化投影矩阵 P , 重构矩阵 Z 和相似性矩阵 S ;
- (ii) 重复步骤 (iii) ~ (vii);
- (iii) 通过 (2) 式更新 P ;
- (iv) 通过 (3) 式更新 Z ;
- (v) 通过 (4) 式更新 S ;
- (vi) 通过 (5) 式更新 A ;
- (vii) 通过 (7) 式更新 B ;
- (viii) 直至收敛.

3 实验

为验证 GLSPP 算法的有效性, 将 GLSPP 算法在 Extended YaleB^[25]、ORL、AR、COIL20 这 4 个基准数据集上分别进行实验, 并分析实验结果.

3.1 数据集介绍

Extended YaleB 数据集包含了 38 个人在不同光照、表情、姿势条件下的总共 2 414 张正面图片. 每一类的图片数为 59 ~ 64. 每张图片大小为 32×32 像素. 本文实验分别在每一类中随机选取 8、10、15、20、25 个样本作为训练集, 剩余的作为测试集.

AR 数据集共有超过 4 000 张包括不同面部表情、光照条件和面部遮挡物(围巾, 太阳镜)的彩色人脸图像. 这里包括 126 人, 其中有 70 名男性和 56 名女性. 本文使用的是一个包含 3 120 张图片的子集, 共包含 120 个类, 每个类有 26 张图片. 所有的图片裁剪并转换为 50×40 像素的灰度图像. 每张图片均有表情、光照和遮挡的变化. 实验在每一类中随机选取 8、10、12、15、20 个样本作为训练集, 剩余的所有样本作为测试集.

ORL 数据集共包含来自 40 个人的 400 张图片(每个人 10 张). 每个类的图片均包含不同的面部表情(睁眼、闭眼、微笑)和不同的光照、面部细节及拍摄角度. 所有图片均在深色背景下拍摄. 为方便后续实验处理, 所有图像预先裁剪并转换为 32×32 像素的灰度图像. 实验在每一类中随机选取 2、3、4、5、6 个样本作为训练集, 剩余的样本作为测试集.

COIL20 数据集是哥伦比亚大学的目标图像数

据集, 包含 20 个不同对象以 360° 旋转成像. 每旋转 5° 收集一张物体的图像, 即每个物体有 72 幅图像, 均为不同角度, 共 1 440 张图像. 所有的图片裁剪并转换为 32×32 像素的灰度图像. 实验在数据集每个类中随机选取 8、10、15、20、25 个样本作为训练集, 剩余的所有样本作为测试集.

3.2 评估度量及参数设置

如目标函数 (1) 所示, 本文提出的方法需要确定 5 个参数, 分别是平衡参数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 和降维维度 d_2 . 本文使用网格搜索的方法来选择每个数据集的最优参数. 4 个平衡参数的取值范围为 $\{10^{-3}, 10^{-2}, \dots, 10^5\}$, 降维维度 d_2 的取值范围为 $\{50, 75, 100, \dots, 400\}$. K 邻近图的权重设置为 “Binary”. 使用 NN 分类器评估 GLSPP 算法的有效性.

本文实验在 Matlab2014a, Intel (R) Core i7 CPU@3.6GHz 环境下进行. 通过网格搜索策略, 对于 Extended YaleB 数据集, 参数选择为 $\lambda_1 = 10^0$, $\lambda_2 = 10^{-2}$, $\lambda_3 = 10^{-1}$, $\lambda_4 = 10^2$, $d_2 = 200$; 对于 AR 数据集, 参数选择为 $\lambda_1 = 10^2$, $\lambda_2 = 10^{-1}$, $\lambda_3 = 10$, $\lambda_4 = 10$, $d_2 = 200$; 对于 ORL 数据集, 参数选择为 $\lambda_1 = 10^{-1}$, $\lambda_2 = 10^{-3}$, $\lambda_3 = 10$, $\lambda_4 = 10^{-3}$, $d_2 = 200$; 对于 COIL20 数据集, 参数选择为 $\lambda_1 = 10^5$, $\lambda_2 = 10^{-3}$, $\lambda_3 = 10^0$, $\lambda_4 = 10^3$, $d_2 = 200$.

3.3 实验结果与分析

为验证 GLSPP 算法的有效性, 本文选取了 6 个相关的局部或全局降维算法进行对比. 具体为 NN、PCA、NPE、SPP、LPP、OLPP. NN 为没有经过投影的原始数据直接使用 NN 分类器分类的结果, 作为实验效果对比的基线. PCA 与 SPP 均为保留数据全局结构的投影算法, NPE、LPP 和 OLPP 是保留数据局部结构的投影算法. 在实验过程中, 各对比算法的具体参数根据相关文献所提供的参数设定. 其中 #No 表示训练样本数. 本文取 10 次实验结果的平均值作为最终的实验结果.

3.3.1 在 Extended YaleB 数据集上的实验结果

表 1 是 GLSPP 与对比算法在 Extended YaleB 数据集上的分类准确率对比结果. 可以看出本文提出的 GLSPP 算法在 Extended YaleB 上的分类准确率均高于其他 6 个算法. 分类准确率随训练样本数的增加而上升. 可以发现增加了稀疏约束的算法如 SPP 和 GLSPP 的分类准确率相对其他算法较高, 这说明了将稀疏约束应用在算法中可有效减少类外信息对实验结果的干扰.

表 1 在 Extended YaleB 数据集上的分类准确率

%

#No	NN	PCA	NPE	SPP	LPP	OLPP	GLSPP
8	47.91	48.75	62.50	62.27	69.03	39.99	71.59
10	53.60	53.12	65.77	78.50	76.36	45.26	81.73
15	63.62	63.52	72.59	83.76	76.55	58.23	90.65
20	69.70	69.99	76.21	86.84	81.95	65.29	92.26
25	74.11	74.54	78.37	89.46	86.32	71.47	93.78

3.3.2 在 AR 数据集上的实验结果 表 2 是 GL-SPP 与各对比算法在 AR 数据集上的实验结果. 可以发现本文提出的算法在所有训练样本数中, 取得的实验结果均优于其他算法. PCA 算法的结果较

差, 可能是因为 PCA 是线性的投影方法, 难以发现和保留数据的非线性结构; 而基于流型学习的 SPP、LPP、GLSPP 等方法能更好地挖掘数据的非线性流型结构, 取得更好的实验效果.

表 2 在 AR 数据集上的分类准确率

%

#No	NN	PCA	NPE	SPP	LPP	OLPP	GLSPP
8	73.74	74.33	80.47	88.73	67.53	75.67	89.22
10	78.64	78.60	85.09	92.43	73.56	77.06	92.80
12	81.79	82.26	90.02	93.67	78.95	82.20	95.36
15	86.40	86.48	87.70	95.70	84.73	85.46	96.89
20	91.44	90.60	93.17	98.09	91.31	91.25	99.03

3.3.3 在 ORL 数据集上的实验结果 表 3 是各算法在 ORL 数据集上的分类准确率对比结果. GLSPP 算法相对于其他算法在不同的训练样本中均有更高的准确率. 相对于没有考虑保留数据全局结构的传统 LPP, 增加了全局结构保持的 GLSPP 的分类准确率(提升了近 20%), 这说明数据的全局结构包含了

数据间的重要信息, 保留投影数据的全局信息有效地增加模型的准确率. 同时, 对于同样使用稀疏约束的 SPP、GLSPP 有更高的分类准确率, 这说明全局保留的投影数据与局部保留的投影数据有一定的相似性与相关性, 对二者进行约束可有效地保留数据的重要信息, 获得更高的分类准确率.

表 3 在 ORL 数据集上的分类准确率

%

#No	NN	PCA	NPE	SPP	LPP	OLPP	GLSPP
2	66.12	68.09	65.81	71.50	55.84	63.37	73.25
3	77.28	75.86	78.32	81.32	63.71	75.78	82.68
4	82.62	81.92	81.17	86.17	67.58	82.00	89.63
5	85.30	86.70	85.60	90.15	70.20	89.30	93.90
6	89.50	88.75	87.94	92.56	75.06	91.43	94.35

3.3.4 在 COIL20 数据集上的实验结果 表 4 是各算法在 COIL20 数据集上实验的分类准确率结果. 可以发现各算法在这个数据集上的表现都较其他几个数据集准确率高, 为此笔者认为这个数据集的

结构较为简单, 更倾向于一种线性结构. 尽管如此, 本文提出的算法分类准确率还是略高于其他算法, 远远高于传统的 LPP 算法.

表 4 在 COIL20 数据集上的分类准确率

%

#No	NN	PCA	NPE	SPP	LPP	OLPP	GLSPP
8	87.41	87.89	88.04	87.34	78.59	87.47	88.59
10	89.45	89.97	90.27	89.48	80.41	89.91	91.07
15	93.37	93.15	92.95	91.94	84.55	92.94	93.68
20	94.96	95.25	94.79	94.17	86.73	95.32	95.86
25	96.84	96.21	95.30	95.74	88.85	96.51	97.98

3.3.5 参数敏感性分析 图 1 是本文提出的 GL-SPP 算法在 4 个数据集上的参数调整情况. 图 1(a)、图 1(c)、图 1(e) 和图 1(g) 对应固定参数 λ_3, λ_4 , 分析 λ_1, λ_2 在 $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^5]$ 内的分类准确率. 相应地, 图 1(b)、图 1(d)、图 1(f) 和图 1(h)

对应的是固定参数 λ_1, λ_2 , 分析 λ_3, λ_4 在 $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^5]$ 内的分类准确率. 从目标函数(1)可知, 参数 λ_1 平衡的项是局部保持投影项, 参数 λ_2 平衡的项是全局-局部结构约束项, 参数 λ_3, λ_4 平衡的分别是重构系数矩阵项和相似性矩阵项.

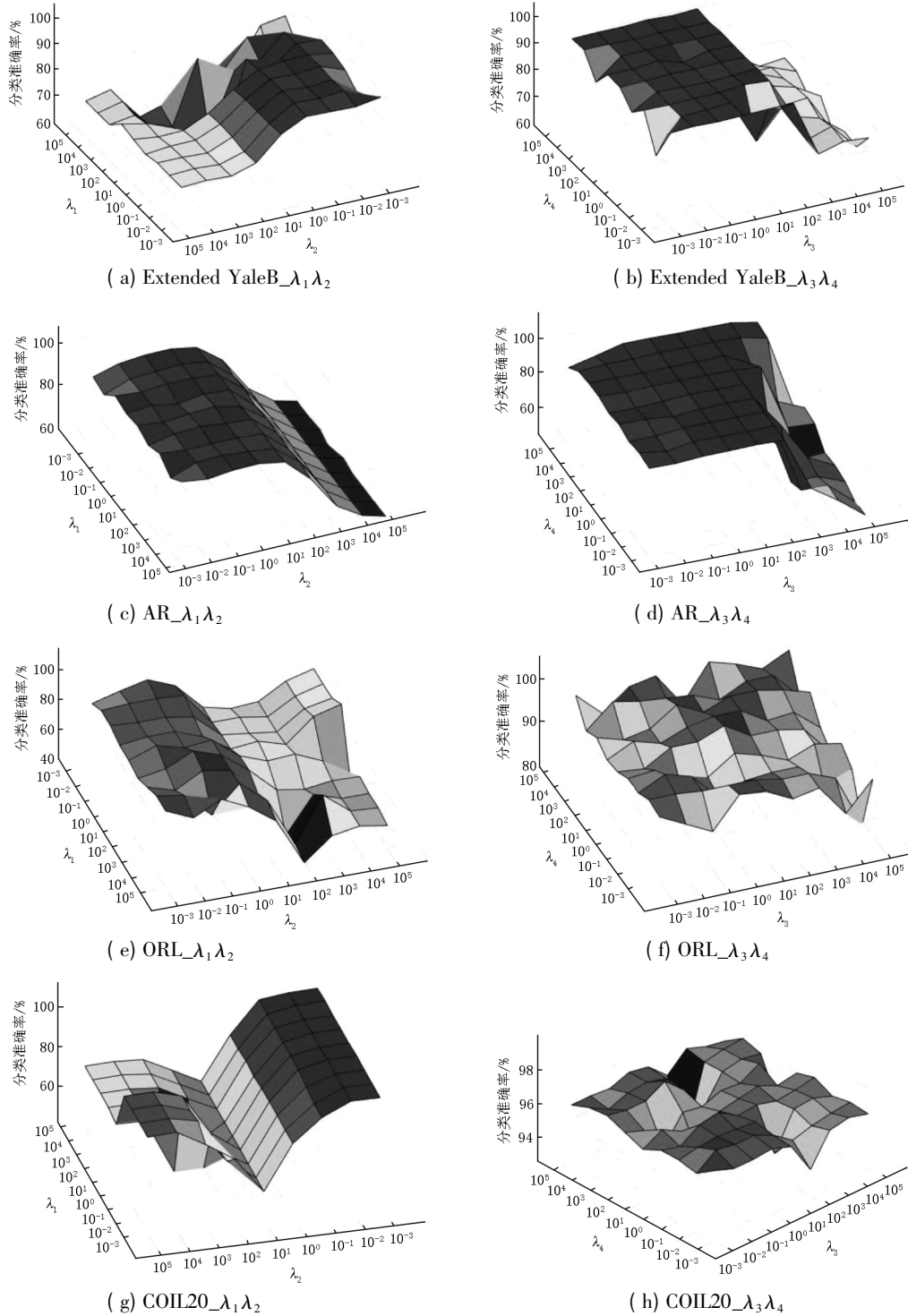


图 1 参数敏感性分析

由实验结果可以看出在 4 个数据集中, λ_1, λ_2 的值的对模型分类准确率结果的影响较大, λ_3, λ_4

的影响相对来说较小. 而 λ_2 所对应的项相对 λ_1 所对应的项对实验结果影响更大. 这说明 λ_2 约束的

全局-局部数据保持项在整个模型中起到了重要的作用,也说明了全局投影数据与局部投影数据存在相关性,通过挖掘 2 者的关系可提升模型效果.在选定 λ_1, λ_2 值后, λ_3, λ_4 在 $[1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^5]$ 内变化,模型大多能取得较好的效果,这说明模型的鲁棒性较强,受冗余信息影响不大.

图 2 是各算法在 4 个数据集上的各个维度的分类准确率.在 4 个数据集上的维度范围均选取为

[50 400],可以看出本文算法在各个数据集的所有维度中大多数取得了比其他算法更好的效果.算法的分类准确率随着维度的上升而逐步提高,在 $d_2 = 300$ 后趋于平稳.且相对于其他算法, GLSPP 的分类准确率随着维度的变化波动的较为平稳.这说明了在 LPP 的基础上增加全局结构保留项及全局数据与局部数据的约束和稀疏表示,可在增加模型分类准确率的同时,大大增强了模型的鲁棒性.

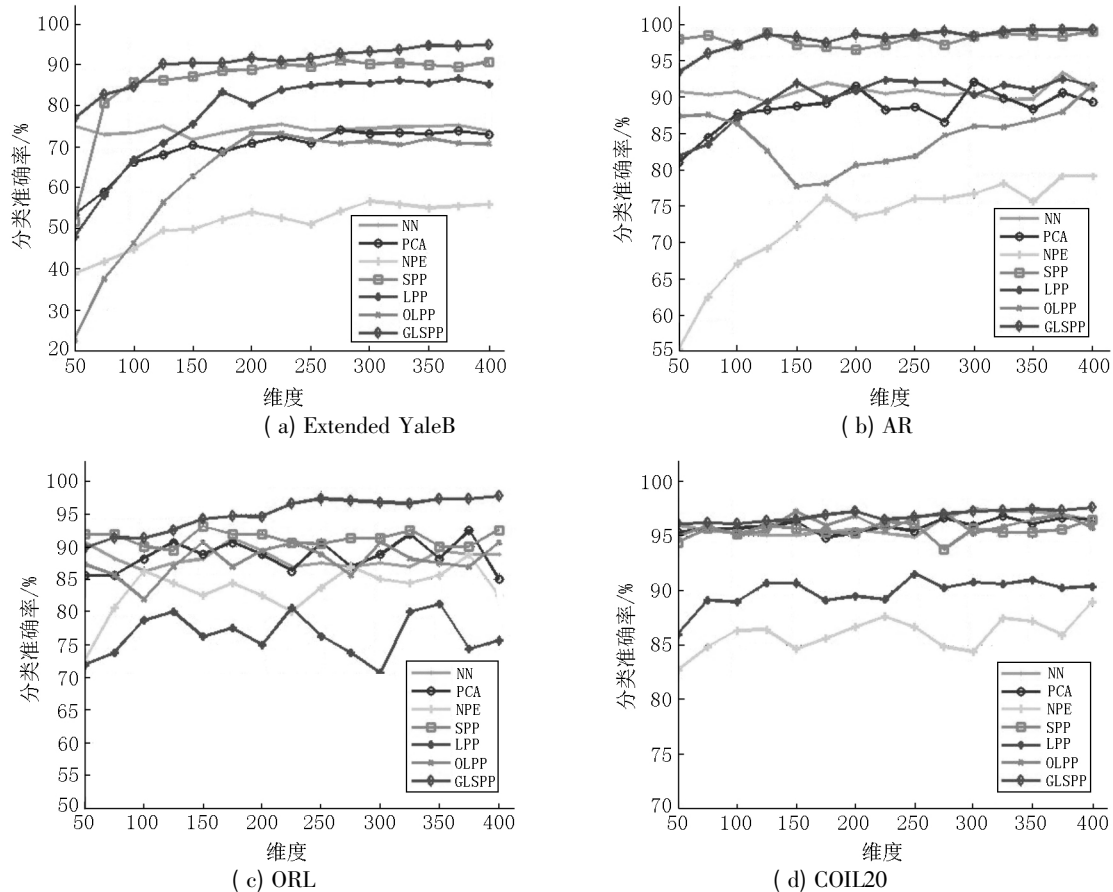


图 2 维度-分类准确率结果分析

3.3.6 模型收敛性分析 图 3 是 GLSPP 在 4 个数据集上的目标函数值与分类准确率的结果.可以看出随着迭代次数的增加,模型的目标函数值快速地下降,并均在第 10 次迭代前后趋于平稳.而模型分类准确率在几次波动后也随着目标函数值的稳定而趋于平稳.实验结果表明,本文提出的方法有良好的收敛性.

4 结论

本文提出了一种新颖的全局-局部结构保持稀疏投影方法并用于数据降维.该方法先通过线性重

构使投影数据能被其他投影数据线性表示,以保留数据全局结构;再与局部保持投影技术结合,同时对全局保留的投影数据与局部保留的投影数据进行约束,挖掘全局与局部数据间的相似性,以最大程度保留数据主要信息;最后,增加对重构系数矩阵与相似性矩阵的稀疏约束来去除数据冗余信息,以达到提高模型性能的目的.在 4 个常用的数据集 Extended YaleB、AR、ORL、COIL20 上验证模型有效性.实验结果显示,与其他相关的降维算法相比, GLSPP 算法能更好地保留投影数据信息,取得更好的投影效果.

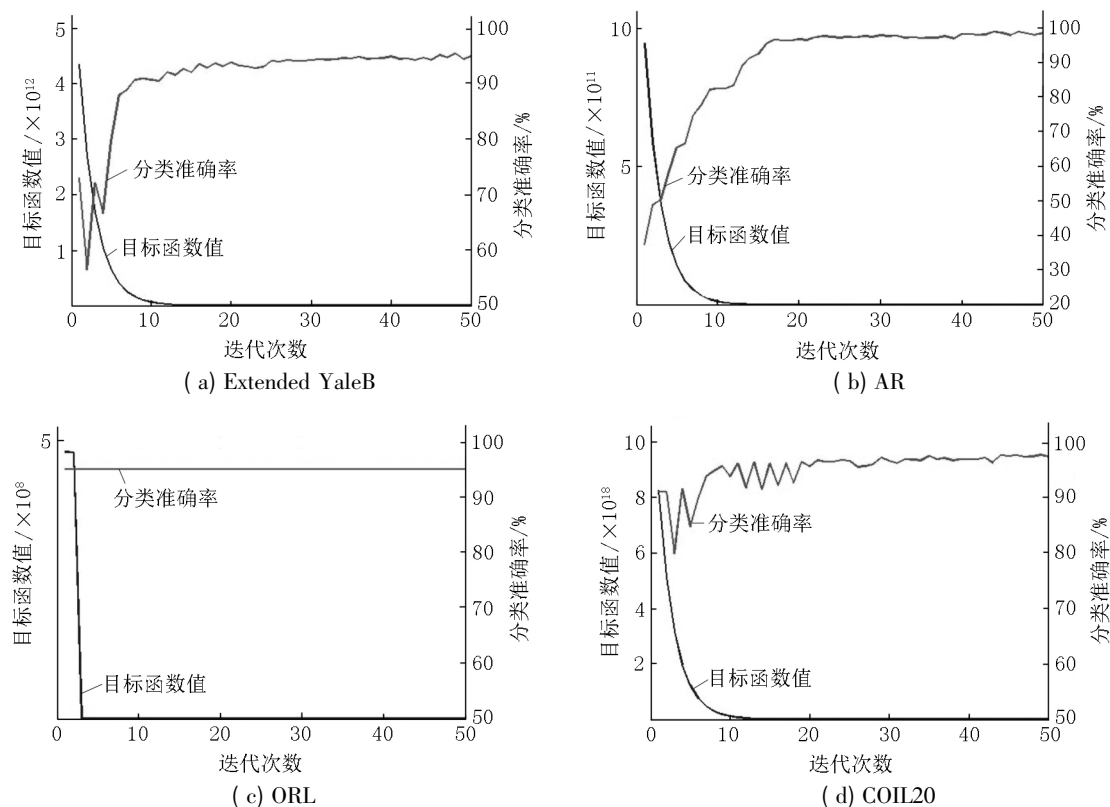


图3 模型收敛性分析

5 参考文献

- [1] Jain A K, Duin R P W, Mao Jianchang. Statistical pattern recognition: a review [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 2000 22(1): 4-37.
- [2] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding [J]. Science 2000 290(5500): 2323-2326.
- [3] Liu Yang, Nie Feiping, Gao Quanxue, et al. Flexible unsupervised feature extraction for image classification [J]. Neural Networks 2019, 115: 65-71.
- [4] Yao Chao, Liu Yafeng, Jiang Bo, et al. LLE score: a new filter-based unsupervised feature selection method based on nonlinear manifold embedding and its application to image recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing 2017 26(11): 5257-5269.
- [5] Yao Chao, Lu Zhaoyang, Li Jing, et al. A subset method for improving Linear Discriminant Analysis [J]. Neurocomputing 2014, 138: 310-315.
- [6] Fang Xiaozhao, Han Na, Wu Jigang, et al. Approximate low-rank projection learning for feature extraction [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems 2018 29(11): 5228-5241.
- [7] Lan Xiangyuan, Ma A J, Yuen P C, et al. Joint sparse representation and robust feature-level fusion for multi-cue visual tracking [J]. IEEE Transactions on Image Processing 2015 24(12): 5826-5841.
- [8] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1997 19(7): 711-720.
- [9] Abdi H, Williams L J. Principal component analysis [J]. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 2010 2(4): 433-459.
- [10] Xu Lei, Josifidis A, Gabbouj M. Weighted linear discriminant analysis based on class saliency information [C]//2018 25th IEEE International Conference on Image Processing, October 7-10 2018, Megaron Athens International Conference Centre, Athens: IEEE 2018: 2306-2310.
- [11] KanMeina, Shan Shiguang, Zhang Haihong, et al. Multi-view discriminant analysis [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 2016 38(1): 188-194.
- [12] Lai Zhihui, Xu Yong, Chen Qingcai, et al. Multilinear sparse principal component analysis [J]. IEEE Trans Neural Netw Learn Syst 2014 25(10): 1942-1950.
- [13] He Xiaofei, Niyogi P. Locality preserving projections [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2003, 16(1): 186-197.
- [14] Cai Deng, He Xiaofei. Orthogonal locality preserving indexing [EB/OL]. [2020-06-11]. <https://dl.acm.org/doi/10.>

- 1145/1076034. 1076039.
- [15] Liu Zhonghua ,Yin Jun ,Jin Zhong. Locality preserving projections based on L1 graph [EB/OL]. [2020-06-11]. <http://ieeexplore.ieee.org/xpls/icp.jsp?arnumber=5659156>.
- [16] Wright J ,Yang A Y ,Ganesh A ,et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 2009 31(2):210-227.
- [17] Gou Jianping ,Du Lan ,Cheng Keyang ,et al. Discriminative sparsity preserving graph embedding [EB/OL]. [2020-06-11]. <http://ieeexplore.ieee.org/document/7744330/>.
- [18] Swets D L ,Weng Juyang. Hierarchical discriminant analysis for image retrieval [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1999 21(5):386-401.
- [19] Qiao Lishan ,Chen Songcan ,Tan Xiaoyang. Sparsity preserving projections with applications to face recognition [J]. Pattern Recognition 2010 43(1):331-341.
- [20] Murray J F ,Kreutz-Delgado K. Visual recognition and inference using dynamic overcomplete sparse learning [J]. Neural Computation 2007 19(9):2301-2352.
- [21] Amaldi E ,Kann V. On the approximability of minimizing nonzero variables or unsatisfied relations in linear systems [J]. Theoretical Computer Science 1998 209(1/2):237-260.
- [22] Donoho D L. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal l^1 -norm solution is also the sparsest solution [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics 2006 59(6):797-829.
- [23] Xu Xing ,Shen Fumin ,Yang Yang ,et al. Learning discriminative binary codes for large-scale cross-modal retrieval [J]. IEEE Transactions on Image Processing 2017 26(5):2494-2507.
- [24] Cai Jianfeng ,Candès E J ,Shen Zuwei. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. SIAM Journal on Optimization 2010 20(4):1956-1982.
- [25] Georgiades A S ,Belhumeur P N ,Kriegman D J. From few to many: illumination cone models for face recognition under variable lighting and pose [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 2001 23(6):643-660.

The Sparse Dimensional Reduction Based on Globality-Locality Preserving Projection

JIANG Lin¹ ,FANG Xiaozhao² ,TENG Shaohua^{1*}

(1. School of Computers ,Guangdong University of Technology ,Guangzhou Guangdong 510006 ,China;

2. School of Automation ,Guangdong University of Technology ,Guangzhou Guangdong 510006 ,China)

Abstract: The global-local structure preserving sparse projection model (GLSPP) is proposed in this paper. The global structure of the projection data is preserved by linear reconstruction of the projection data ,thus preserving the global information of the projection data. By constraining the similarity between reconstruction coefficient matrix and similarity matrix ,the consistency of global preserving data and local preserving projection data is maintained. At the same time ,sparse constraints to the reconstruction coefficient matrix and similarity matrix are applied to retain the main information in order to reduce the interference of redundant information. Experimental results on four face and object datasets show that the proposed algorithm has good classification accuracy.

Key words: locality preserving projection; linear reconstruction; sparse constraint; dimensionality reduction

(责任编辑: 冉小晓)