文章编号: 1000-5862(2021)02-0217-04

在一个供应链系统可靠性模型研究中出现的投影算子表达式及其应用

阿力木·米吉提[1],奥古丽江·艾尼[2]

(1. 新疆广播电视大学,新疆 乌鲁木齐 830049; 2. 乌鲁木齐市第二中学,新疆 乌鲁木齐 830000)

摘要: 该文考虑一个供应链系统可靠性模型. 首先指出此供应链系统的主算子所生成的正压缩 C_0-半群 $T(t)$ 是拟紧算子,其次通过正压缩 C_0-半群 $T(t)$ 的本质谱增长界性质和留数定理推出该模型研究中出现的投影算子的具体表达式,最后得到该供应链系统模型的时间依赖解指数收敛到其稳态解.

关键词: 供应链系统; C_0-半群; 拟紧算子; 本质谱增长界

中图分类号: O 177.7　　文献标志码: A　　DOI: 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2021.02.17

0 引言

在全球化背景下,供应链系统的应用越来越广泛,在各种救援应急物资、各种生产资料的供应以及保障上均有应用. 供应链系统是由生产资料的获取并使其加工生成成品,再将所生成的成品送达到需要客户手中的一系列生产厂商、企业以及各类部门所构成的复杂网络,它包括生产物资供应单位、制造单位、成品配送商、各类零售部门以及成品购买使用用户等多个多级实体. 由此可以看出在每个供应链系统中始终贯穿物流、信息流以及资金流. 正因为供应链系统中存在着很多不同的层次与不同的环节,其供应链系统的可靠性(即此系统能否在给定的条件下和给定的时间内完成规定功能的能力)是各种供应链系统研究的重点. 随着社会的不断发展,如何分析供应链这样日益复杂系统的可靠性受到越来越多学者的关注[1-10]. 2002 年,文献[3]把可靠性理论第 1 次运用于供应链系统,对供应链系统的可靠性进行了度量. S. Y. Sohn 等[4]认为: 客户需要的产品可靠性就是供应链系统的可靠性. 王建等[5]提出了一些提高供应链系统可靠性的方法和措施. 文献[6]把信息流、资金流、物流和供应链系统的不同环节链接在一起,充分考虑信息流、资金流和物流所导致的供应链的正常运作、物流故障、资金流故障、信息流故障、资金流和物流同时故障的 5 种有可能出现的状态以及各状态之间的转移,利用补充变量法[11]建立了一个由微积分方程组所表达的供应链系统模型,并研究了该模型的适定性. 文献[9]将修复率视为在常数条件下研究了此可靠性系统解的渐近性质. 文献[10]通过研究此供应链系统可靠性模型相应主算子的谱,进一步得到了在修复率为函数时的系统解的渐近行为. 本文通过分析此模型主算子所生成的正压缩 C_0-半群的拟紧性和该供应链系统模型研究中所出现的投影算子的具体表达式,推出此供应链系统的解指数收敛到其稳态解.

1 供应链系统模型的转换

根据文献[6,10],该供应链系统的可靠性模型用如下微积分方程组描述:

$$\mathrm{d}p_0(t)/\mathrm{d}t = -\sum_{i=1}^{4}\lambda_i p_0(t) + \sum_{i=1}^{4}\int_0^{\infty} p_i(x,t)\cdot \mu_i(x)\,\mathrm{d}x, \tag{1}$$

$$\partial p_i(x,t)/\partial t + \partial p_i(x,t)/\partial x = -\mu_i(x)p_i(x,t),\ i = 1,2,3,4, \tag{2}$$

$$p_i(0,t) = \lambda_i p_0(t),\ i = 1,2,3,4, \tag{3}$$

$$p_0(0) = 1,\ p_i(x,0) = 0,\ i = 1,2,3,4, \tag{4}$$

这里 $(x,t)\in[0,\infty)\times[0,\infty)$; $p_0(t)$ 是供应链系统在时刻 t 正常运行的概率; $p_i(x,t)$ $(i = 1,2,3,4)$ 表示供应链系统在时刻 t 处于状态 i 已经停留了时间 x 的概率; λ_i $(i = 1,2,3,4)$ 表示从正常运行状态

收稿日期: 2020-07-13

基金项目: 国家开放大学科研课题(G18E4302Y)资助项目.

作者简介: 阿力木·米吉提(1978—),男,维吾尔族,新疆阿克陶人,教授,主要从事模型的动态分析研究. E-mail: 1336783883@qq.com

到故障状态 i 的失效率; $\mu_i(x)(i=1,2,3,4)$ 是此供应链系统离开故障状态 i 的修复率.

取状态空间为

$$X=\{p\in\mathbf{R}\times(L^1[0,\infty))^4\mid \|p\|=|p_0|+\sum_{i=1}^{4}\|p_i\|_{L^1[0,\infty)}\}.$$

则利用文献[12-13]中的方法可以验证 X 为 Banach 空间. 为简便起见,记

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\\lambda_1&0&0&0&0\\\lambda_2&0&0&0&0\\\lambda_3&0&0&0&0\\\lambda_4&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

下面定义算子 A 和 B 及其定义域 $D(A)$ 和 $D(B)$ 分别为

$$Ap=\begin{pmatrix}\Lambda&0&0&0&0\\0&\varphi_1&0&0&0\\0&0&\varphi_2&0&0\\0&0&0&\varphi_3&0\\0&0&0&0&\varphi_4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_0\\p_1(x)\\p_2(x)\\p_3(x)\\p_4(x)\end{pmatrix},$$

$D(A)=\{p\in X\,|\,\mathrm{d}p_i(x)/\mathrm{d}x\in L^1[0,\infty)$, $p_i(x)(i=1,2,3,4)$ 是绝对连续函数并且 $p(0)=\boldsymbol{\Gamma}p(x)\}$,

$$Bp=\left(\int_0^\infty\sum_{i=1}^{4}p_i(x)\mu_i(x)\,\mathrm{d}x,0,0,0,0\right)^{\mathrm{T}},$$

$$D(B)=X,$$

这里 $\varphi_i=-\mathrm{d}p_i(x)/\mathrm{d}x-\mu_i(x)(i=1,2,3,4)$, $\Lambda=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4$.

这样微积分方程组(1)~(4)可以转化为空间 X 上的抽象 Cauchy 问题:

$$\begin{cases}\mathrm{d}p(t)/\mathrm{d}t=(A+B)p(t),t\in[0,\infty),\\p(0)=(1,0,0,0,0).\end{cases}\tag{5}$$

文献[6,10]利用算子半群理论推出了如下结论:

引理1 算子 $A+B$ 生成某个正定压缩 C_0-半群 $T(t)$;系统(5)存在非负且唯一的时间依赖解 $p(x,t)=T(t)p(0)$,并且满足 $\|p(\cdot,t)\|=p_0(t)+\sum_{i=1}^{4}\int_0^\infty p_i(x,t)\,\mathrm{d}x=1,t\in[0,\infty)$.

引理2 集合 $\{\gamma\in C\mid\mathscr{R}\gamma>0$ 或 $\gamma=ic,c\neq0,c\in\mathbf{R}\}$ 属于 $A+B$ 的豫解集 $\rho(A+B)$, 0 是算子 $A+B$ 和它的共轭算子 $(A+B)^*$ 的代数重数为 1 的特征值;这里算子 $A+B$ 的特征值 0 所对应的特征向量为 $(p_0,p_1(x),p_2(x),p_3(x),p_4(x))$,其中

$$p_i(x)=\lambda_ip_0\mathrm{e}^{-\int_0^x\mu_i(\xi)\mathrm{d}\xi},i=1,2,3,4.$$

类似于文献[4]中的定理 1 的推导过程,易推下面的结论.

推论1 算子 A 生成一个正定压缩 C_0-半群 $Q(t)$.

2 由主算子生成的 C_0-半群 $T(t)$ 的拟紧性及其应用

为了证明 $T(t)$ 的拟紧性,首先要证明 $Q(t)$ 的拟紧性,并结合算子 B 的完备性推出 $T(t)$ 的拟紧性. 为证明 $Q(t)$ 的拟紧性,首先定义如下 2 个算子

$$(U(t)p)(x)=\begin{cases}0,&x\in[0,t),\\(Q(t)p)(x),&x\in[t,\infty),\end{cases}$$

$$(V(t)\varphi)(x)=\begin{cases}(Q(t)p)(x),&x\in[0,t),\\0,&x\in[t,\infty),\end{cases}$$

则 $Q(t)p=U(t)p+V(t)p$. 若存在 2 个常数 $\underline{\mu}$ 及 $\overline{\mu}$ 使得 $0<\underline{\mu}\leqslant\mu_i(x)\leqslant\overline{\mu}<\infty(i=1,2,3,4)$,则通过类似于文献[4]中的证明过程推出如下结论.

引理3 若 $V(t)$ 是 X 上的拟紧算子, $U(t)$ 满足 $\|U(t)\|\leqslant\mathrm{e}^{-\min(\sum_{i=1}^{4}\lambda_i,\underline{\mu})t}$,则 $Q(t)$ 与 $T(t)$ 是拟紧算子.

引理 2 意味着 $A+B$ 的特征值 0 的代数重数为 1,此结论结合引理 3 中的 $T(t)$ 的拟紧性和文献[15]中的评论 2.2(c)及定理 2.1,可以得到

引理4 若存在 2 个常数 $\underline{\mu}$ 及 $\overline{\mu}$ 使得 $0<\underline{\mu}\leqslant\mu_i(x)\leqslant\overline{\mu}<\infty(i=1,2,3,4)$,则存在常数 $\delta>0$, $\mathscr{M}\geqslant1$ 和秩为 1 的投影算子 $\mathscr{P}$,使得

$$\|T(t)-\mathscr{P}\|\leqslant\mathscr{M}\mathrm{e}^{-\delta t},t\in[0,\infty),$$

其中 $\mathscr{P}=\dfrac{1}{2\pi i}\int_{\overline{\Gamma}}(zI-A-B)^{-1}\mathrm{d}z$, $\overline{\Gamma}$ 是半径为足够小、中心为原点的圆.

3 供应链系统(5)解的指数收敛性

下面研究系统(5)解的渐近行为. 首先研究 C_0-半群 $T(t)$ 的本质谱增长界并推出 0 是主算子 $A+B$ 的 1 级极点;然后运用留数定理得到投影算子 $\mathscr{P}$ 的具体表达式;最后利用上述结果推出该供应链系统可靠性模型的时间依赖解指数收敛于它的稳态解.

定理1 当 $z\in\rho(A+B)$ 时, $\forall y\in x$ 有

$$(zI-A-B)^{-1}\begin{pmatrix}y_0\\y_1\\y_2\\y_3\\y_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\psi_0\\\psi_1\\\psi_2\\\psi_3\\\psi_4\end{pmatrix},$$

其中

$$\psi_0=\Big(\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx\Big)\Big/\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i-\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big),$$

$$\psi_i(x)=e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\Big(\Big(\lambda_i\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\cdot\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx\Big)\Big/\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i-\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty\mu_i(x)\cdot e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx+\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau\Big)\Big),\ i=1,2,3,4.$$

证　$\forall y\in x$，讨论方程 $(zI-A-B)\psi=y$，即

$$\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i\Big)\psi_0=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\psi_i(x)\,dx+y_0,\tag{6}$$

$$d\psi_i(x)/dx=-(z-\mu_i(x))\psi_i(x)+y_i(x),\ i=1,2,3,4,\tag{7}$$

$$\psi_i(0)=\lambda_i\psi_0.$$

解式(7)有

$$\psi_i(x)=b_i e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}+e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\cdot e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau.$$

上面式子结合到关系式 $b_i=p_i(0)=\lambda_i\psi_0$ **计算出**

$$\psi_i(x)=e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\Big(\lambda_i\psi_0+\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau\Big),\ i=1,2,3,4.\tag{8}$$

由式(6)和式(8)得出

$$\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i\Big)\psi_0=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\Big(\lambda_i\psi_0+\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau\Big)dx+y_0\Rightarrow\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i-\sum_{i=1}^4\lambda_i\cdot\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)\psi_0=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\cdot\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx+y_0\Rightarrow\psi_0=\Big(\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\cdot e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\,e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx\Big)\Big/\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i-\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big).\tag{9}$$

将式(9)代入式(8)，所得到的式子和式(9)恰好是本定理的结论.

定理 2　**若存在** 2 **个正数** $\underline{\mu}$ **及** $\bar{\mu}$ **使得** $0<\underline{\mu}\leqslant\mu_i(x)\leqslant\bar{\mu}<\infty\ (i=1,2,3,4)$，**则当时刻** t **趋向于无穷时供应链系统(5)的时间依赖解指数收敛到其稳态解，即**

$$\|p(\cdot,t)-p(\cdot)\|\leqslant\mathscr{M}e^{-\delta t},\ t>0.$$

证　**由引理** 3 **知**

$$\|S(t)-V(t)\|=\|U(t)\|\leqslant e^{-\min(\sum_{i=1}^4\lambda_i,\underline{\mu})t}\Rightarrow$$

$$\ln\|S(t)-V(t)\|=\ln\|U(t)\|\leqslant-\min\Big(\sum_{i=1}^4\lambda_i,\underline{\mu}\Big)t\Rightarrow\ln\|S(t)-V(t)\|/t\leqslant-\min\Big(\sum_{i=1}^4\lambda_i,\underline{\mu}\Big).\tag{10}$$

由式(10)与文献[5]中的命题 2.1 **推出**

$$\omega_{ess}(S(t))\leqslant-\min\Big(\sum_{i=1}^4\lambda_i,\underline{\mu}\Big).$$

因为 $B:X\to\mathbf{R}^4$ **是有界算子，所以** B **是紧算子，从而根据文献[5]中的命题** 2.12 **推出**

$$\omega_{ess}(A+B)=\omega_{ess}(T(t))=\omega_{ess}(S(t))\leqslant-\min\Big(\sum_{i=1}^4\lambda_i,\underline{\mu}\Big).$$

此结果结合引理 2、**引理** 3 **与文献[5]中的推论** 2.11 **知，**0 **是** $(zI-A-B)^{-1}$ **的** 1 **级极点. 因此由引理** 4、**留数定理和定理** 1 **得到**

$$\mathscr{P}\begin{pmatrix}y_0\\y_1\\y_2\\y_3\\y_4\end{pmatrix}=\lim_{z\to0}z(zI-A-B)^{-1}\begin{pmatrix}y_0\\y_1(x)\\y_2(x)\\y_3(x)\\y_4(x)\end{pmatrix}=\lim_{z\to0}z\begin{pmatrix}\psi_0\\\psi_1\\\psi_2\\\psi_3\\\psi_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lim_{z\to0}z\psi_0\\\lim_{z\to0}z\psi_1\\\lim_{z\to0}z\psi_2\\\lim_{z\to0}z\psi_3\\\lim_{z\to0}z\psi_4\end{pmatrix}.$$

下面通过计算上述极限求出投影算子 $\mathscr{P}$ **的表达式**

利用 L′Hospital **法则和** Fubini **定理得到**

$$\lim_{z\to0}z\psi_0=\lim_{z\to0}\Big(z\Big/\Big(z+\sum_{i=1}^4\lambda_i-\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty\mu_i(x)\cdot e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)\Big)\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\cdot e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx=\lim_{z\to0}\Big(1\Big/\Big(1+\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty x\mu_i(x)\cdot e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)\Big)\lim_{z\to0}\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\cdot e^{z\tau+\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty\mu_i(x)\,e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_0^x y_i(\tau)\cdot e^{\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}d\tau dx\Big/\Big(1+\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty x\mu_i(x)\,e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty y_i(\tau)\,e^{\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\int_\tau^\infty d\Big(-e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\Big)d\tau\Big/\Big(1+\sum_{i=1}^4\lambda_i\cdot\int_0^\infty x\mu_i(x)\,e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)=\sum_{i=1}^4\int_0^\infty y_i(\tau)\,e^{\int_0^\tau\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\cdot\Big(-e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}\Big|_\tau^\infty\Big)d\tau\Big/\Big(1+\sum_{i=1}^4\lambda_i\int_0^\infty x\mu_i(x)\,e^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,d\zeta}dx\Big)=$$

$$\sum_{i=1}^{4}\int_0^\infty y_i(\tau)\,\mathrm{d}\tau/\left(1+\sum_{i=1}^{4}\lambda_i\int_0^\infty x\mu_i(x)\,\mathrm{e}^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta}\mathrm{d}x\right), \quad (11)$$

$$\lim_{z\to 0} z\psi_i = \lim_{z\to 0}\lambda_i\mathrm{e}^{-zx-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta}\lim_{z\to 0}z\psi_0 = \lambda_i\mathrm{e}^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta}\sum_{i=1}^{4}\int_0^\infty y_i(\tau)\,\mathrm{d}\tau/\left(1+\sum_{i=1}^{4}\lambda_i\int_0^\infty x\,\mu_i(x)\cdot \mathrm{e}^{-\int_0^x\mu_i(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta}\mathrm{d}x\right), i=1,2,3,4. \quad (12)$$

由式(11)~(12)、引理2与引理3得

$$\mathscr{P}p(0)=p(x). \quad (13)$$

引理1、式(13)和引理4意味着

$$\|p(\cdot,t)-p(\cdot)\| = \|T(t)p(0)-\mathscr{P}p(0)\| \leqslant \mathscr{M}\mathrm{e}^{-\delta t}\|p(0)\| = \mathscr{M}\mathrm{e}^{-\delta t}, t\geqslant 0.$$

上式表明当时刻 t 趋向于无穷时系统(5)时间依赖解指数收敛到它的稳态解.

按照定理1和定理2同样的推理过程可以证明文献[14]中的2部件可修系统时间依赖解的指数收敛性,即得到如下结论:

推论2 若存在2个正数 $\underline{r}$ 及 $\bar{r}$ 使得 $0<\underline{r}\leqslant r_i(x)\leqslant\bar{r}<\infty\ (i=1,2)$,则当时刻 t 趋向于无穷时文献[14]中的2部件可修系统(5)的时间依赖解指数收敛到该系统的稳态解,即

$$\|p(\cdot,t)-p(\cdot)\|\leqslant\mathscr{M}\mathrm{e}^{-\delta t}.$$

4 参考文献

[1] 周长礼,高成修,周伟刚,等. 基于价格竞争的最优定价策略与供应链的协调方法[J]. 数学杂志,2010,30(4):682-688.

[2] 陈荣军,羿旭明,唐国春. 自由作业环境下的供应链排序[J]. 数学杂志,2009,29(1):81-86.

[3] Thomas M U. Supply chain reliability for contingency operations[C]// Annual Reliability and Maitainability Symposium,January 28-31,2002. Seattle: IEEE,2002: 61-67.

[4] Shon S Y,Choi S. Fuzzy QFD for supply chain management with reliability consideration[J]. Reliab Eng Syst Saf,2001,72(3):327-334.

[5] 王建,张文杰. 供应链系统可靠性分析[J]. 中国安全科学学报,2003,13(11):73-75.

[6] 辛玉红,郑爱华,胡薇薇. 一个供应链系统的可靠性模型的适定性分析[J]. 数学的实践与认识,2008,38(1):46-52.

[7] 曾剑锋,柳键. 主导模式与风险厌恶对绿色供应链决策的影响研究[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2017,41(2):204-211.

[8] 曾剑锋,柳键. 碳减排背景下闭环供应链生产与回收策略研究[J]. 江西师范大学学报: 自然科学版,2015,39(5):536-544.

[9] 邢喜民,王秀玲. 一个供应链系统的可靠性模型的解的渐近性质[J]. 江南大学学报: 自然科学版,2012,11(1):108-112.

[10] 阿力木·米吉提. 一个供应链系统可靠性模型时间依赖解的渐近行为[J]. 数学杂志,2017,37(1):201-210.

[11] Gaver D P. Time to failure and availability of paralleled systems with repair[J]. IEEE Trans Reliab,1963,12(2):30-38.

[12] 定光桂. 巴拿赫空间引论[M]. 2版. 北京: 科学出版社,2008.

[13] 阿力木·米吉提,蔡玲霞. 第二种服务可选的 $M/M/1$ 排队模型状态空间及对偶空间的完备性[J]. 新疆师范大学学报: 自然科学版,2012,31(2):72-76.

[14] 阿力木·米吉提. 一个两部件可修系统解的渐近行为[J]. 安徽师范大学学报: 自然科学版,2017,40(1):13-17.

[15] Nagel R. One-parameter semigroups of positive operators[M]. Berlin: Springer-Verlag,1987.

The Expression of the Projection Operator Appearing During Research of the Reliability Model for the Supply Chain and Its Application

Alim MIJIT[1],Oghuljan AINI[2]

(1. Xinjiang Radio and TV University,Urumqi Xinjiang 830049,China; 2. No. 2 Middle School of Urumqi,Urumqi Xinjiang 830000,China)

Abstract: A supply chain system reliability model has been studied in this paper. Firstly,it is showed that the positive contraction C_0-semigroup $T(t)$ generated by the underlying operator is a quasi-compact operator. Secondly,the expression of the project operator has been obtained by using the property of the essential growth bound of C_0-semigroup $T(t)$ and the residue theorem. Finally,it is concluded that the time-dependent solution of the model converges exponentially to its steady-state solution.

Key words: supply chain system; C_0-semigroup; quasi-compact operator; essential growth bound

(责任编辑: 王金莲)