

刘维清 彭玉祥. 吸引与排斥耦合神经元中的稳定幅度奇异态 [J]. 江西师范大学学报(自然科学版) 2022 46(4): 399-405.
LIU Weiqing PENG Yuxiang. The stable amplitude states in the coupled neuron oscillators with the attractive and repulsive coupling [J]. Journal of Jiangxi Normal University(Natural Science) 2022 46(4): 399-405.

文章编号: 1000-5862(2022)04-0399-07

吸引与排斥耦合神经元中的稳定幅度奇异态

刘维清 彭玉祥

(江西理工大学理学院 江西 赣州 341000)

摘要: 在耦合振子系统中, 表现为具有振幅空间相关性的振子与空间非相关性的振子共存的幅度奇异态与动物半脑睡眠的内在机制密切相关. 因其具有初值敏感性和存活时间较短的特点而常被认为是走向系统同步时的过渡态. 该文通过在耦合系统中引入吸引与排斥耦合作用, 耦合神经元振子系统会随着吸引耦合作用强度的增加从相位奇异态走向稳定的幅度奇异态和死亡奇异态. 幅度奇异态的团数随耦合作用半径增加而按幂律关系减小. 通过对 2 个耦合振子分析, 发现稳定幅度奇异态的形成机制源于耦合引起的霍普夫分岔而产生振荡中心为一正一负的 2 个小振幅振荡与原有大振幅振荡的竞争. 随着耦合作用的进一步增加, 这 2 个一正一负的小振幅振荡均走向振荡死亡. 当耦合半径增加时, 它们的竞争最终形成死亡奇异态.

关键词: 幅度奇异态; 死亡奇异态; 耦合神经元振子

中图分类号: O 415.5 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16357/j.cnki.issn1000-5862.2022.04.11

0 引言

在人脑中大量神经元通过相互作用产生丰富的自组织动力学行为, 如各种形式的同步^[1-2]和时空斑图^[3-4]等. 其中同步^[5-6]是指原本具有不同频率的振子在一定强度的相互耦合作用下趋于相同频率的振荡的现象. 在达到同步之前, 耦合振子会分化成部分同步振子(相位相关)与不同步振子(相位不相关). 在空间上分区共存的现象, 被称为奇异态. 因其与人脑工作记忆和半脑睡眠现象^[7-8]密切相关而倍受人们的关注. 由于奇异态的吸引域较小, 且其存在时间随系统的尺寸增加而呈指数级增加, 所以它常被认为是在系统走向同步过程中的过渡态. 在 Abrams 等利用 OA 理论确定了奇异态的稳定性条件后, 人们在神经元系统^[9]、化学系统^[10]、光学系统^[11-12]、机械系统、电子系统^[13-14]等中均观察到了这一现象. 通常信号包括相位和振幅信息. 除了上述相位的空间相关与不相关共存产生的奇异态外, 人

们还发现在耦合系统中幅度和相位均具有空间相关和不相关共存的态, 被称为幅度奇异态^[15-16]. 此外, 人们进一步观察到只有幅度的空间相关和不相关共存的幅度奇异态^[17]. 幅度奇异态与初始条件密切相关, 且由于其为走向完全同步过程的过渡态, 因此幅度奇异态较难被观察到. 通过在耦合中引入时间延迟或在噪声影响下, 幅度奇异态的暂态时间可以延长. 如何得到稳定的幅度奇异态一直是人们关注的问题. 文献[18]通过引入虚数参量, 在耦合极限环振子中可以得到稳定的幅度奇异态. 在耦合混沌振子系统中通过引入排斥耦合作用^[19], 可以得到多团簇的幅度奇异态, 且随着排斥耦合作用的增加, 耦合振子系统进一步走向死亡奇异态^[20-21]. 虽然在耦合振子系统模型中可以得到稳定的幅度奇异态, 但在实际耦合神经元中是否可以得到稳定的幅度奇异态仍不清楚. 为了弄清这一问题, 本文以耦合 FHN 神经元振子系统为模型, 引入旋转耦合方式^[22], 研究幅度奇异态的产生条件和参数区间. 结果表明: 当旋转耦合角约为 π 时, 在神经元振子激活变量和抑制

收稿日期: 2022-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(1175008)和江西省科技厅重点课题(2ACBL201004)资助项目.

作者简介: 刘维清(1977—), 男, 江西兴国人, 教授, 博士. 主要从事理论物理教学与科研工作. E-mail: Lwq_jx@163.com

变量耦合中引入吸引与排斥耦合作用竞争,可以得到稳定的相位奇异态、幅度奇异态和死亡奇异态. 奇异态的团簇数量与耦合作用半径呈幂律相关. 通过对 2 个耦合 FHN 振子模型分析,发现在稳定的幅度奇异态的产生与吸引与排斥耦合作用的竞争下通过霍普夫分岔产生新频率的振荡相关. 在耦合作用下新频率的振荡态最终走向振荡死亡态而进一步产生死亡奇异态.

1 耦合 FHN 振子模型

以 N ($N = 1\,000$) 个 1 维非局域环形耦合 FHN 振子系统为模型,

$$\begin{aligned}\varepsilon \mathrm{d}u_i/\mathrm{d}t &= u_i - u_i^3/3 - v_i + \frac{\sigma_1}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} (b_{uu}(u_j - u_i) + \\ &b_{uv}(v_j - v_i)), \\ \mathrm{d}v_i/\mathrm{d}t &= u_i + a_i + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} (b_{vu}(u_j - u_i) + b_{vv}(v_j - \\ &v_i)),\end{aligned}\quad (1)$$

其中 u_i, v_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 分别为神经元的激活变量和抑制变量,即快变量和慢变量. ε 是快变量和慢变量的时间尺度比值,为一个正的小量,本文固定 $\varepsilon = 0.05$; a_i 表示系统的控制参数,决定着在整个系统中振子的动力学特征. 当 $|a_i| < 1$ 时,系统为振荡态,否则为可激发态. 本文以振荡态的神经元振子为研究对象(即取 $a_i = 0.5$). σ_1, σ_2 分别为激活变量方程和抑制变量方程的耦合强度, R 决定着耦合作用半径 r ($r = R/N$). 旋转耦合矩阵^[22]可表示为

$$B = \begin{pmatrix} b_{uu} & b_{uv} \\ b_{vu} & b_{vv} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中相位 $\varphi \in [-\pi, \pi]$ 控制着激活变量和抑制变量之间耦合作用的竞争关系. 当 $\varphi = \pi/2$ ^[23] 时, $b_{uv} = 1, b_{vu} = -1, b_{uu} = b_{vv} = 0$, 激活变量负反馈 $\sigma_1(u_j - u_i)$ 作用在抑制变量方程上,而抑制变量负反馈 $\sigma_2(v_j - v_i)$ 作用在激活变量方程上. 此时,随着耦合强度 σ_1, σ_2 的增加,耦合系统会产生稳定的多团簇相位奇异态^[20]. 当 $\varphi = \pi$ 时 $b_{uv} = b_{vu} = 0, b_{uu} = b_{vv} = -1$, 激活变量负反馈 $\sigma_1(u_j - u_i)$ 和抑制变量负反馈 $\sigma_2(v_j - v_i)$ 分别作用在激活变量方程和抑制变量方程上. 当 $\sigma_1 > 0$ 时,激活变量为排斥耦合作用,当 $\sigma_2 < 0$ 时,抑制变量为吸引耦合作用. 当 $\varphi \in [\pi/2, \pi]$ 时,激活变量负反馈 $\sigma_1(u_j - u_i)$ 和抑制变量负反馈 $\sigma_2(v_j - v_i)$ 按一定权重分别作用在 2

个变量 u, v 的方程上. 当 $\varphi = \pi - 0.1$ 时,耦合振子系统的斑图结构,即通过引入少量的交叉变量耦合作用,发现:当 $\sigma_1 > 0$ 且 $\sigma_2 < 0$ 时,耦合振子系统在排斥与吸引耦合竞争作用下产生丰富的动力学行为,包括稳定的幅度奇异态和死亡奇异态.

2 仿真与结果

为了探讨获得稳定幅度奇异态的条件,取 $\varphi = \pi - 0.1$, 耦合半径 $r = 0.38$, 并固定耦合强度 $\sigma_1 = 0.28$, 分析耦合强度 σ_2 的变化对耦合振子系统动力学行为的影响. 对方程(1)使用 4 阶 Runge-Kutta 法进行数值求解. u_i 和 v_i 的初始条件随机分布在半径为 2 的圆上,即 $u_k(0)^2 + v_k(0)^2 = 4$. 当 $\sigma_2 > 0$ 时,随着耦合强度 σ_2 的增加,耦合振子系统表现为行波态,图 1(a) 为当 $\sigma_2 = 0.5$ 时激活变量 u 的时空斑图,其中色条表示激活变量 u 的值. 对应的图 1(e) 为所有振子的激发变量 u_i 在某一时刻处的取值的空间分布. 而当 $\sigma_2 < 0$ 时,耦合振子系统表现出丰富的动力学斑图,如当 $\sigma_2 = -0.7$ 时,可以观察到稳定的 4 团簇相位奇异态(见图 1(b)、图 1(f)). 当 $\sigma_2 = -1.0$ 时,耦合振子系统变成 4 团簇幅度奇异态(见图 1(c)、图 1(g)). 由激活变量 u 的空间分布可知,大振幅振荡振子将分别为正值和负值的 2 个小振幅振荡区域分隔开. 若继续增加 σ_2 的绝对值,则在稳定幅度奇异态中大振幅的振子会逐渐合并到小振幅区域,同时小振幅振荡的振幅逐渐减小直至变成稳定固定点,从而产生死亡奇异态. 图 1(d)、图 1(h) 为当 $\sigma_2 = -1.2$ 时耦合振子系统处于 4 团簇死亡奇异态的时空斑图和对应的某一时刻激活变量的空间分布图. 此时耦合振子为正的固定点区域和耦合振子为负的固定点区域交替组成.

耦合振子的奇异态的特征受耦合作用半径 r 的影响. 为了进一步确定耦合作用半径 r 影响耦合振子系统幅度奇异态的特点,得到当 $\sigma_1 = 0.28, \sigma_2 = -1.0$ 且耦合作用半径分别为 $r = 0.001, 0.050, 0.200, 0.400$ 时耦合系统的时空斑图和对应的激活变量在某一时刻处的空间分布图. 在 $r = 0.001$ (即 $R = 1$) 时,耦合振子系统的激活变量 u 分别处于正的小振幅振荡态和负的小振幅振荡态及少量大振幅振荡态(见图 2(a)、图 2(e)). 当 $r = 0.050$ 时,在耦合振子中正的小振幅振荡区域和负的小振幅振荡区域均

扩大,且它们之间被大振幅的振子区域分隔.此时,幅度奇异态的团簇数减小为28个(见图2(b)、图2(f)).当 $r = 0.200$ 时,在耦合振子中正的小振幅振荡区域和负的小振幅振荡区域进一步扩大,幅

度奇异态的团簇数减小为8个(见图2(c)、图2(g)).当 $r = 0.400$ 时,幅度奇异态的团簇数减小为4个,如图2(d)、图2(h)所示.因此随着耦合作用半径 r 的增加,幅度奇异态的团簇数量逐渐减小.

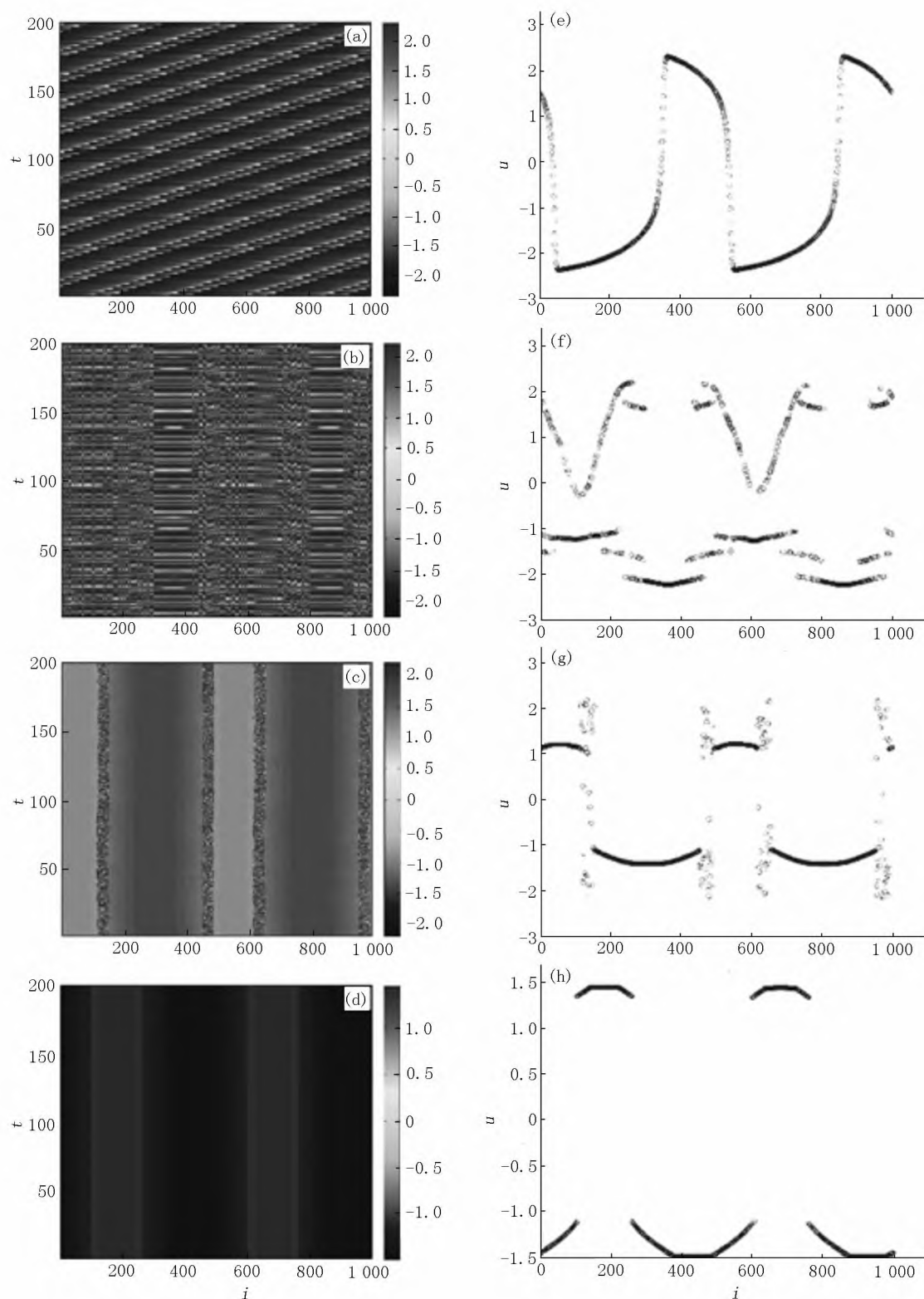


图1 当固定 $\sigma_1 = 0.28$ $\sigma_2 = 0.5, -0.7, -1.0, -1.2$ 时耦合振子系统的时空斑图和某时刻激活变量的空间分布图

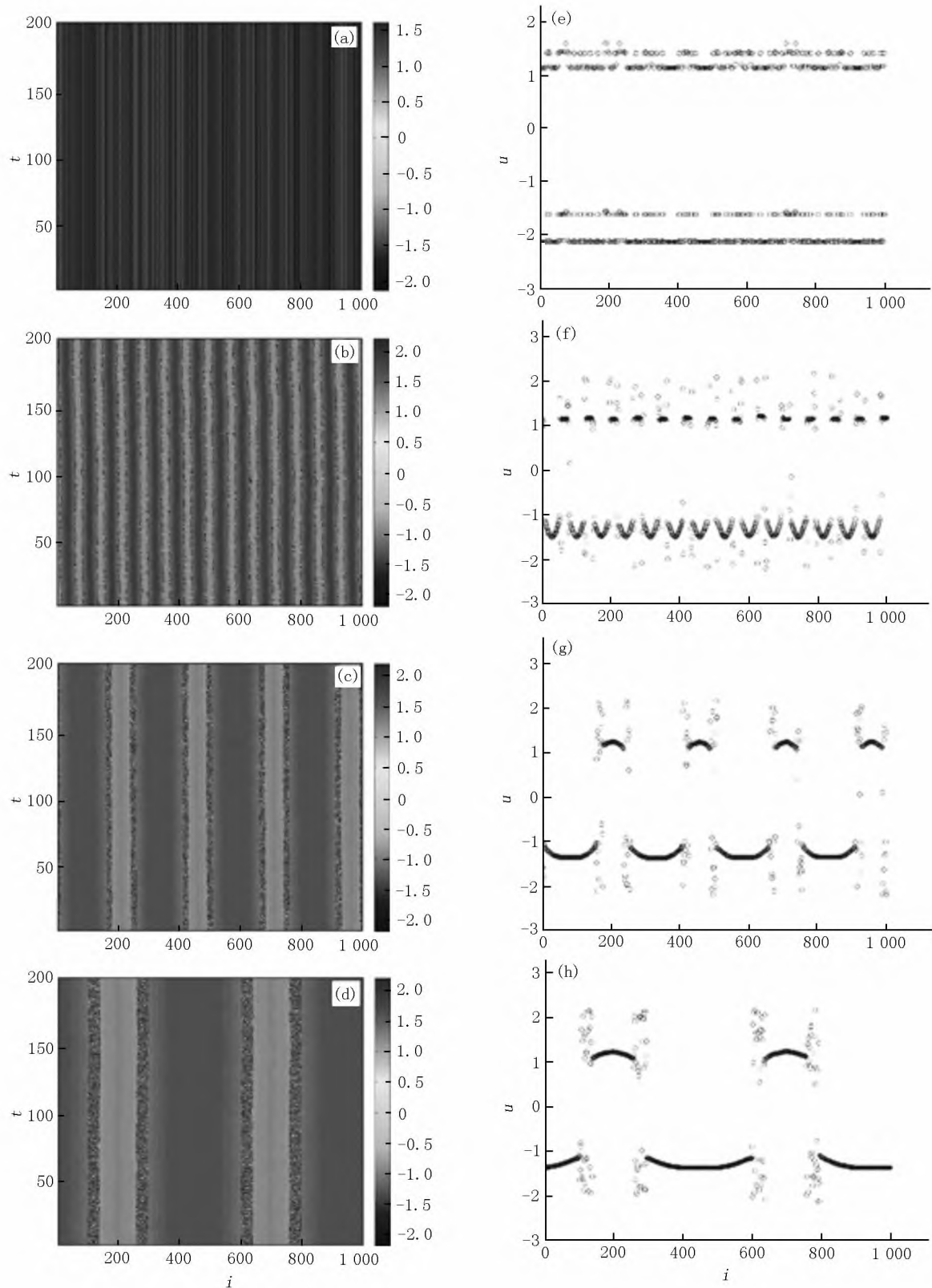


图2 当 $r = 0.001, 0.500, 0.200, 0.400$ 时耦合振子系统的变量 u 的时空斑图和某时刻激活变量的空间分布图

为了进一步确定耦合作用半径 r 对幅度奇异态和死亡奇异态的定量关系,图3给出了幅度奇异态或死亡奇异态的空间相关区的团簇数量 N_c 与耦合作用半径 r 的关系图(其中图内插图为取双对数坐

标的结果)。研究结果表明:幅度奇异态和死亡奇异态的空间相关区的团簇数量 N_c 均与耦合作用半径呈幂律关系,即 $N_c \propto \alpha r^{-\gamma}$,其中 $\alpha = 1.72$, $\gamma = -0.925$ 。

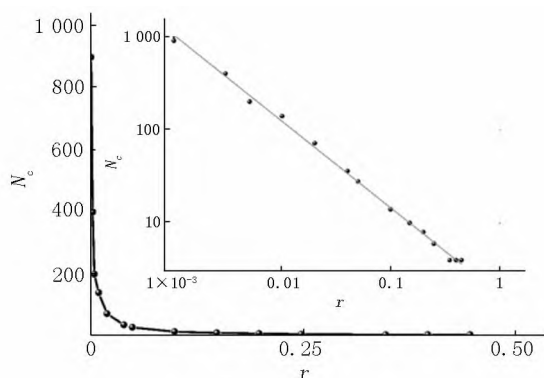


图3 当 $\sigma_1 = 0.28$ $\sigma_2 = -1.0$ 时, 团簇数量 N_c 与耦合半径 r 的关系图

3 机理分析

为了更好地理解幅度奇异态产生的机制, 以2个耦合 FHN 的动力学为例.

$$\varepsilon du_1/dt = u_1 - u_1^3/3 - v_1 + \sigma_1(b_{uu}(u_2 - u_1) + b_{uv}(v_2 - v_1)),$$

$$dv_1/dt = u_1 + a_1 + \sigma_2(b_{vu}(u_2 - u_1) + b_{vv}(v_2 - v_1)),$$

$$\varepsilon du_2/dt = u_2 - u_2^3/3 - v_2 + \sigma_1(b_{uu}(u_1 - u_2) + b_{uv}(v_1 - v_2)),$$

$$dv_2/dt = u_2 + a_2 + \sigma_2(b_{vu}(u_1 - u_2) + b_{vv}(v_1 - v_2)),$$

其中旋转耦合矩阵与式(2)相同, 方程参数与式(1)相同 $\varphi = \pi - 0.01$ 固定 $\sigma_1 = 4$, 当 $\sigma_2 \geq 0$ 时 耦

合振子处于反相同步大振幅振荡态, 这2个振子之间保持平移对称性(见图4(a)、图4(e) ($\sigma_2 = 0$)). 而当 $\sigma_2 < 0$ 时, 随着耦合强度绝对值的增加, 耦合振子仍保持平移对称性, 振荡的周期逐渐变大. 同时, 在时序的平台处(见图4(b)中HB所指示处)产生霍普夫分岔而产生新的频率成分的振荡(见图4(b)、图4(f) ($\sigma_2 = -1.20$)), 这一现象因在心肌细胞^[24]中出现而被称为心肌细胞的早期后除极现象, 是心律失常的内在机制. 而当耦合强度再增加时, 新的频率成分的振荡会取代原有的大周期振荡. 值得注意的是, 具有新频率的2个振子的吸引子分别处于2个不同的旋转中心, 且其吸引子一大一小, 出现平移对称性破缺(见图4(c)、图4(g) ($\sigma_2 = -1.21$)). 在 R 近邻耦合作用下, 当吸引与排斥耦合作用竞争时, 处于相同(正或负)旋转中心的吸引子形成空间相关性, 而处于正、负空间相关态之间的振子在它们竞争作用下表现为大振幅振荡态而形成空间非相关态. 显然, 耦合引起的平移对称性破缺而形成的2个不等大的小振幅振荡与原有的大振幅振荡的竞争是产生稳定幅度奇异态的主要机制. 耦合强度进一步增加, 新频率成分的振荡幅度减小并最终走向一正一负的振荡死亡态(见图4(d)、图4(h) ($\sigma_2 = -1.40$)). 当耦合作用半径增加时, 这2个振荡死亡态在耦合作用下相互竞争而形成死亡奇异态.

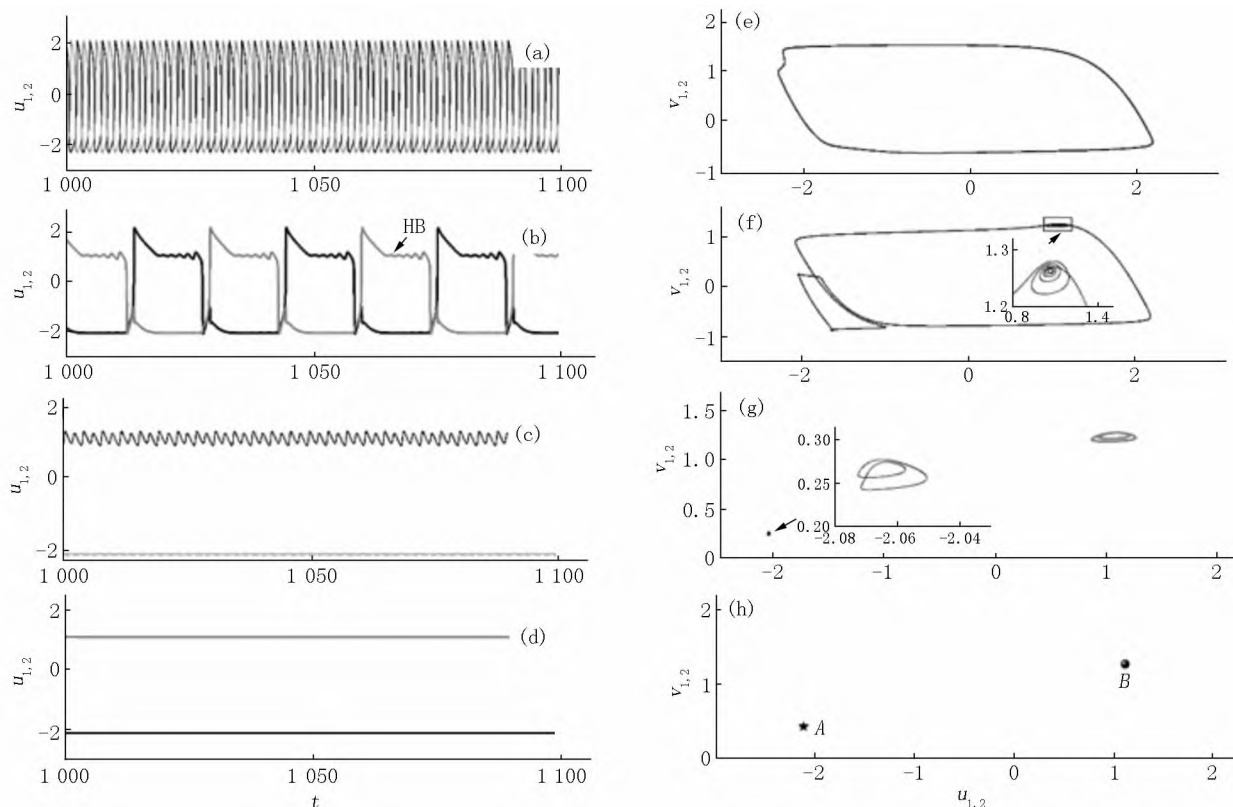


图4 当 $\sigma_2 = 0, -1.20, -1.21, -1.40$ 时 激活变量 u 的时序和神经元振子的相图

4 结论

在耦合 FHN 神经元振子系统中引入激活变量和抑制变量的负反馈耦合作用,并在吸引与排斥耦合竞争下,耦合振子系统会随着吸引耦合作用的增加而从相位奇异态走向稳定的幅度奇异态,最后走向死亡奇异态.随着耦合作用半径的增加,奇异态的团簇数量会随耦合作用半径增加而呈幂律关系减小.通过 2 个耦合 FHN 振子模型分析确定了稳定幅度奇异态产生的机制是在耦合作用下通过霍普夫分岔产生一对振荡中心分别为正值和负值的小振幅振荡,且新产生的振荡与原有的大振幅的振荡竞争而形成稳定的幅度奇异态.随着耦合强度进一步增加,新频率的振荡振幅减小到 0 而形成一正一负的振荡死亡态,当耦合半径增加时一正一负的振荡死亡态竞争而形成死亡奇异态.对神经元振子系统在吸引与排斥耦合竞争下形成的稳定的幅度奇异态和死亡奇异态的机制的分析为理解人脑功能提供理论支持.

5 参考文献

- [1] ARENAS A ,DÍAZ-GUILERA A ,KURTHS J ,et al. Synchronization in complex networks [J]. *Physics Reports* , 2008 ,18(3) : 37111.
- [2] JI Peng ,PERON T ,MENCK P J ,et al. Cluster explosive synchronization in complex networks [J]. *Physical Review Letters* 2013 ,110(21) : 218701-218701.
- [3] BOIS J S ,JUELICHER F ,GRILL S W. Pattern formation in active fluids [J]. *Physical Review Letters* ,2011 , 100(2) : 445.
- [4] BASU S ,GERCHMAN Y ,COLLINS C ,et al. A synthetic multicellular system for programmed pattern formation [J]. *Nature* 2005 ,434(7037) : 1130-1134.
- [5] 甘婷婷,吴召艳.带脉冲影响 2 层网络的同步 [J]. *江西师范大学学报(自然科学版)* 2021 ,45(4) : 362-365.
- [6] 刘深泉,张晓函.小世界网络同步的非线性时滞反馈控制 [J]. *江西师范大学学报(自然科学版)* ,2019 , 43(1) : 7-12.
- [7] RATTENBORG N C ,AMLANER C J ,LIMA S L. Behavioral ,neurophysiological and evolutionary perspectives on unihemispheric sleep [J]. *Biology , Medicine* , 2000 , 24(8) : 817-842.
- [8] RATTENBORG N C ,VOIRIN B ,CRUZ S M ,et al. Evidence that birds sleep in mid-flight [J]. *Nature Communications* 2016 ,7: 12468.
- [9] HIZANIDIS J ,KOUVARIS N E ,ZAMORA-LÓPEZ G ,et al. Chimera-like states in modular neural networks [J]. *Scientific Reports* 2016 ,6(1) : 19845.
- [10] TINSLEY M R ,NKOMO S ,SHOWALTER K. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators [J]. *Nature Physics* 2012 ,8(9) : 662-665.
- [11] MARTENS E A ,THUTUPALLIS ,FOURRIERE A ,et al. Chimera states in mechanical oscillator networks [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences* ,2013 , 110(26) : 10563-10567.
- [12] KAPITANIAK T ,KUZMA P ,WOJEWODA J ,et al. Imperfect chimera states for coupled pendula [J]. *Scientific Reports* 2014 ,4(1) : 6379.
- [13] GAMBUZZA L V ,BUSCARINO A ,CHESSARI S ,et al. Experimental investigation of chimera states with quiescent and synchronous domains in coupled electronic oscillators [J]. *Physical Review E* 2014 ,90(3) : 32905.
- [14] LARGER L ,PENKOVSKY B ,MAISTRENKO Y. Virtual chimera states for delayed-feedback systems [J]. *Physical Review Letters* 2013 ,111(5) : 54103.
- [15] SETHIA G C ,SEN A ,JOHNSTON G L. Amplitude-mediated chimera states [J]. *Physical Review E* 2013 ,88(4) : 42917.
- [16] SETHIA G C ,SEN A. Chimera states: the existence criteria revisited [J]. *Physical Review Letter* 2014 ,112: 144101.
- [17] ABRAMS D M ,MIROLLO R ,STROGATZ S H ,et al. Solvable model for chimera states of coupled oscillators [J]. *Physical Review Letter* 2008 ,101(8) : 84103.
- [18] PREMALATHA K V K ,CHANDRASEKAR M S ,LAKSHMANAN M. Stable amplitude chimera states in a network of locally coupled Stuart-Landau Oscillator [J]. *Chaos* , 2018 ,28(3) : 33110.
- [19] XIAO Guibao ,LIU Weiqing ,LAN Yueheng ,et al. Stable amplitude chimera states and chimera death in repulsively coupled chaotic oscillators [J]. *Nonlinear Dynamics* , 2018 ,93(3) : 1047-1057.
- [20] ZAKHAROVA A ,KAPELLER M ,SCHOLL E. Chimera death: symmetry breaking in dynamical networks [J]. *Physical Review Letter* 2014 ,112(15) : 154101.
- [21] ZAKHAROVA A ,KAPELLER M ,SCHÖLL E. Amplitude chimeras and chimera death in dynamical networks [J]. *Journal of Physics(Conference Series)* ,2016 ,727(1) : 12018-12018.
- [22] GJURCHINOVSKI A ,SCHOLL E ,ZAKHAROVA A. Control of amplitude chimeras by time delay in oscillator networks [J]. *Physical Review E* 2017 ,95: 42218.
- [23] OMELCHENKO I ,OLEH E ,HÖVEL P ,et al. When nonlocal coupling between oscillators becomes stronger: patched synchrony or multichimerastates [J]. *Physical Review Letters* 2013 ,110(22) : 224101.

[24] DIANA X T,DAISUKE S,ARIK Y,et al. Bifurcation and Chaos in a model of cardiac early afterdepolarizations

[J]. Physical Review Letters 2009,102(25):258103.

The Stable Amplitude Chimera States in the Coupled Neuron Oscillators with the Attractive and Repulsive Coupling

LIU Weiqing,PENG Yuxiang

(School of Science,Jiangxi University of Science of Technology,Ganzhou Jiangxi 341000,China)

Abstract: The amplitude chimera, characterized by the coexistence of spatially correlated oscillators and spatially noncoherent oscillators in coupled oscillators, is closely related to the internal mechanism of animal unihemispheric sleep. Because of its characteristics of the sensitivity to the initial values and the short survival time, it is often regarded as a transition state towards system synchronization. By introducing attractive and repulsive coupling, the coupled neuron oscillators may transit from phase chimera state to stable amplitude chimera state and death chimera state with the increment of the attractive coupling intensity. The cluster number of the amplitude chimera states decreases with the increment of the coupling radius with a relation of power law. With the analysis of the model of two coupled oscillators, it is found that the stable amplitude chimera state is formed by the competition between a coupled of small amplitude oscillations with positive and negative rotation center generated by the Hopf bifurcation and the original large amplitude oscillation. With the further increment of the coupling strength, the small amplitude oscillation moves towards the oscillation death with positive value and negative values which may form the amplitude death chimera state with the competition between them as the coupling radius increases.

Key words: amplitude chimera states; chimera death; coupled neuron oscillator

(责任编辑:冉小晓)

(上接第398页)

The Study on Impedance Characteristics of Titanium Dioxide/Silicon Heterojunction Photoconductive Sensor

ZHOU Xiaoyan,HAN Lili*,ZHANG Xiangxiang,WANG Lixin,YANG Xifeng

(College of Science,China University of Petroleum,Qingdao Shandong 266580,China)

Abstract: Titanium dioxide (TiO_2) thin film is prepared by spray pyrolysis on monocrystalline silicon (Si). TiO_2 /Si heterojunction photoconductive sensor is formed by metal indium as back electrode on TiO_2 thin film. The crystal microstructure and surface morphology of TiO_2 film are characterized by X-ray diffraction (XRD), atomic force microscopy (AFM) and Raman spectrum. The optical absorption property of TiO_2 film are studied by UV-vis spectroscopy. The AC impedance of the samples under different visible light intensities are tested by precision digital bridge TH2828. The equivalent circuit diagram of the test device is given to explained the mechanism of photoconductivity.

Key words: TiO_2 /Si heterojunction; alternating (AC) impedance; photoconductivity mechanism

(责任编辑:冉小晓)